DUKE
UNIVERSITY
LIBRARY

Treasure Room

TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE.

TOME IV.

TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE,

PAR J. B. BIOT,

Membre de l'Académie des Sciences, Adjoint du Bureau des Longitudes, Professeur au Collége de France et à la Faculté des Sciences de Paris; de la Société philomatique de Paris; des Sociétés royales de Londres, d'Edimbourg, des Antiquaires d'Ecosse; des Académies royales de Turin, de Munich, et de l'Université de Wilna.

Omnis enim Philosophiæ difficultas in eo versari videtur, ut, à phænomenis motuum investigemus vires naturæ, deindè, ab his viribus, demonstremus phænomena reliqua.

NEWTON, *Princip. præfat.*

TOME QUATRIÈME.

A PARIS,

CHEZ DETERVILLE, LIBRAIRE, RUE HAUTEFEUILLE, N° 8.

1816.

Digitized by the Internet Archive
in 2011 with funding from
Duke University Libraries

http://www.archive.org/details/traitdephysiquee04biot

B616T
V.4

TRAITÉ DE PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE ET MATHÉMATIQUE.

SUITE DE LA DIOPTRIQUE.

CHAPITRE IV.

Sur les réflexions, les réfractions, et les couleurs des Corps minces transparens.

Dans tous les phénomènes que nous avons jusqu'à présent considérés, l'épaisseur des corps qui agissaient sur la lumière pour la réfracter, la disperser ou la réfléchir, était comme infinie, comparativement à la distance à laquelle cette action s'étendait d'une manière sensible. La réfraction des rayons, par exemple, ne se serait pas faite sous un angle plus considérable, en se servant de prismes plus épais; et la réflexion produite sur les surfaces des miroirs métalliques ou des glaces de verre, aurait été pareillement la même, quand nous aurions augmenté leur épaisseur.

Mais lorsque ces mêmes corps sont réduits en lames extrêmement minces, les résultats changent; ils réfléchissent moins

de lumière à leur première surface; et à la seconde, ils réfléchissent ou transmettent de préférence certaines couleurs, selon leur nature chimique et selon leur degré de ténuité. Ces couleurs ne sont pas simples, car elles se laissent décomposer par le prisme, et l'on y retrouve les couleurs élémentaires dans des proportions diverses. Tout le monde connaît les belles couleurs que font voir ainsi les bulles d'eau savonneuse. On remarque des effets analogues sur les bulles de tout autre liquide, lorsqu'elles ont assez de viscosité pour subsister quelque temps en devenant très-minces. On les observe encore sur les bulles très-minces de verre soufflées à la lampe d'émailleur, lorsqu'on les distend presque jusqu'à les rompre par explosion. Les toiles d'araignée, les plumes du paon, certaines soies, présentent des apparences analogues. Plusieurs physiciens, en particulier Hook et Boyle, avaient remarqué ces faits bien avant Newton; mais ils étaient restés entre leurs mains, isolés et sans fruits. C'est Newton qui en a découvert les lois, et qui a montré leurs rapports. En expliquant ici ces découvertes, nous adopterons la marche que ce grand homme a lui-même tracée. Nous mettrons d'abord en avant les observations, non pas au hasard et isolées, mais dans l'ordre naturel suivant lequel elles s'enchaînent et s'éclairent mutuellement. Lorsque nous aurons ainsi établi les faits, nous nous occuperons de les rapprocher et d'expliquer les plus composés par les plus simples.

Observations.

Lorsque l'on prend deux prismes de verre poli, et qu'on les pose l'un sur l'autre, sans les presser, la petite couche d'air qui adhère naturellement à leur surface, a ordinairement déjà toute l'épaisseur nécessaire pour que son action sur la lumière soit complète; car les phénomènes de la réflexion et de la réfraction à travers ces deux prismes et à travers cette couche d'air, suivent exactement les lois que nous avons établies dans les chapitres précédens; et si l'on écartait davantage les deux surfaces voisines, l'épaisseur plus grande de la couche d'air n'y apporterait aucune différence. Mais si l'on frotte les deux prismes

l'un contre l'autre, en les pressant avec force pour exclure une partie de cet air qui les sépare, on ne tarde pas à sentir entre eux une adhérence qui est ordinairement plus considérable dans certaines parties que dans d'autres, soit parce que leurs surfaces sont presque toujours un peu courbes, soit parce qu'on les fléchit toujours en les pressant fortement. On obtient ainsi une couche d'air plus mince que la précédente, et dont l'épaisseur va en croissant de tous côtés depuis le point dans lequel les surfaces superposées se touchent ou sont les plus près de se toucher, jusqu'aux endroits où elles sont les plus écartées. Alors, si l'on présente les prismes au grand jour, en les tournant de telle sorte que l'œil puisse recevoir la lumière réfléchie partiellement dans la lame d'air qui les sépare, on y aperçoit un nombre plus ou moins considérable d'anneaux colorés qui, lorsqu'on a pressé suffisamment les prismes, environnent une tache noire correspondante au point de contact.

Pour bien observer l'ordre de ces anneaux, et la succession de leurs couleurs, il faut employer des prismes d'un petit angle, afin que la lumière qui les traverse pour former les anneaux n'éprouve pas de dispersion sensible avant d'arriver sur la lame d'air. Il est bon de disposer ces prismes au-dessus d'un corps noir, afin qu'aucune lumière étrangère émanée des objets extérieurs, ne vienne se mêler, par transmission, à celle des anneaux que l'on veut étudier. Il faut ensuite se mettre devant une fenêtre ouverte, en tournant le tranchant B du prisme supérieur en dedans, fig. 1, et plaçant l'œil au-dessus de ce prisme, de manière à recevoir seulement la lumière réfléchie sur la surface inclinée BC, et à laisser passer celle qui se réfléchit sur la surface supérieure AB. La position la plus avantageuse est celle dans laquelle les rayons réfléchis dans la lame d'air entre les deux prismes, traversent perpendiculairement la surface AB; tandis que la lumière incidente RI, qui se réfléchit partiellement à cette même surface, se dirige en R′ sans arriver à l'œil de l'observateur, que l'on suppose suffisamment élevé au-dessus du plan AB, pour ne recevoir aucun des rayons qu'il réfléchit obliquement. Si, en outre, le prisme inférieur est placé au-dessus d'un corps noir, comme

nous l'avons recommandé d'abord, les anneaux réfléchiront les plus vives couleurs; et la tache centrale, absolument obscure, paraîtra comme un trou percé au milieu d'eux; mais on les distinguera plus nettement encore si on les dilate, comme on peut le faire, en les regardant à travers une lentille simple ou une lunette d'un court foyer.

Les anneaux, ainsi formés, ne sont point produits par la lumière réfléchie sur la surface supérieure des prismes, puisque cette lumière ne parvient pas à l'observateur dans la position que nous avons indiquée. Ils ne se forment pas non plus, par la même raison, sur la surface inférieure CA′ du second prisme; et d'ailleurs, on noircirait cette surface avec de l'encre de Chine ou avec toute autre substance capable d'absorber la lumière, que les anneaux n'en éprouveraient aucun affaiblissement. Il faut donc nécessairement conclure qu'ils sont formés par la réflexion de la lumière entre les deux faces contiguës des prismes superposés.

La lumière qui se transmet à travers la lame d'air produit aussi des anneaux colorés, comme on peut s'en assurer en regardant les nuées à travers le système des deux prismes placés un peu loin de l'œil. Cette seconde espèce d'anneaux affecte les mêmes contours que les précédens; mais leurs couleurs sont différentes, et leurs teintes beaucoup plus faibles. Nous les étudierons dans la suite, quand nous aurons examiné ceux qui sont donnés par la réflexion.

On peut former des anneaux colorés, en pressant ainsi l'un contre l'autre deux prismes formés de toutes sortes de substances. On en peut former en posant une surface de verre sur un plan de résine, de métal, de verre métallique, ou de tout autre corps poli. Les anneaux subsistent encore dans le vide le plus parfait que nous puissions former avec nos pompes pneumatiques. Ils se maintiennent lorsque l'on chauffe les verres au point de les ramollir et de les souder ensemble. Si l'on pouvait exclure tout l'air par ces procédés, on serait en droit d'en conclure que les anneaux ne sont point produits par l'action propre de la lame d'air interposée; mais quoiqu'il soit impossible d'atteindre physiquement cette limite, du moins la

permanence des phénomènes à mesure qu'on s'en approche, indique évidemment qu'ils subsisteraient encore, même quand l'air serait tout-à-fait chassé d'entre les deux surfaces. En effet, les lois trouvées par Newton montrent que, dans ce cas extrême, les dimensions des anneaux éprouveraient seulement un accroissement très-petit et presque insensible aux expériences les plus délicates.

Il n'est pas non plus nécessaire que la lame mince soit d'air, ni qu'elle soit comprise entre deux corps solides. Une couche d'eau, d'alcool, d'éther, ou de tout autre liquide évaporable, étant étendue sur un verre noir, produit des couleurs pareilles lorsque l'évaporation l'a rendue suffisamment mince; seulement l'épaisseur d'une telle couche variant toujours d'une manière irrégulière, les teintes qui s'y développent suivent toute la bizarrerie de ses ondulations. Il y a beaucoup plus de régularité dans les couleurs qui paraissent sur les bulles d'eau savonneuse, lorsqu'elles sont soufflées avec les précautions convenables, et préservées des agitations de l'air qui altéreraient leur sphéricité. On produit encore des anneaux très-beaux et fort réguliers, en mettant une très-petite goutte d'huile d'olive sur la surface d'une masse d'eau, dans laquelle on a mêlé un peu d'encre pour la noircir. Si l'eau et le vase qui la contient sont l'un et l'autre exempts de toute matière graisseuse, la goutte d'huile, sollicitée par l'attraction de la masse d'eau, s'étend avec rapidité sur sa surface; et, amincie par cette extension du centre à la circonférence, elle offre aussitôt une belle suite d'anneaux concentriques qui brillent des plus vives couleurs.

En général, quelles que soient les substances employées à former des anneaux, et de quelque manière qu'on les combine, les couleurs qu'elles donnent sont toujours les mêmes, et arrangées dans un ordre exactement pareil, depuis les moindres épaisseurs jusqu'aux plus grandes. On ne trouve de différence que dans l'étendue absolue de l'espace qu'occupent les couleurs de chaque anneau, laquelle change avec la nature de la substance et avec la dégradation plus ou moins rapide des épaisseurs. D'après cela, l'ordre naturel que nous devons nous proposer dans nos

recherches sur ces phénomènes, doit être, 1°. de déterminer l'ordre et la succession des couleurs des anneaux dans une lame de nature quelconque, mais dont les épaisseurs varient régulièrement suivant une loi connue; 2°. de trouver, pour cette substance, le rapport des épaisseurs avec les couleurs; 3°. enfin, de comparer ces rapports dans diverses substances, et de voir ce qu'ils ont de différent ou de commun.

L'ordre suivant lequel les couleurs sont rangées dans les différens anneaux, peut déjà être assez bien étudié en observant ceux qui se forment entre deux prismes, surtout si l'on choisit des cas où ces anneaux soient larges, et si on les dilate encore en les regardant avec une loupe : néanmoins, ce procédé n'est pas susceptible d'une très-grande précision. Car l'adhérence des prismes étant ordinairement établie par une pression violente et irrégulière, les anneaux qui en résultent sont aussi presque toujours irréguliers; il se forme quelquefois plusieurs centres de pression, et par conséquent plusieurs taches noires, à partir desquelles les couleurs se dégradent continuellement, et composent des séries d'anneaux qui se mêlent les unes dans les autres. Ainsi, pour aller au-delà de ce que ces premières observations nous font connaître, il faut employer quelque autre appareil qui fasse voir les mêmes phénomènes avec plus de régularité. On y parvient en posant l'un sur l'autre deux verres sphériques d'inégale courbure. Si les surfaces de ces verres sont bien exécutées, elles ne peuvent avoir qu'un seul point de contact, à partir duquel l'espace compris entre elles va toujours en augmentant d'épaisseur, suivant des lois géométriques résultantes de la différence de leurs rayons. En outre, le peu de courbure qu'on donne ordinairement à ces verres fait que la lumière qui les traverse arrive sur la lame d'air sans être sensiblement dispersée. Cette disposition est donc éminemment favorable pour prendre les mesures exactes des dimensions des anneaux et pour comparer leurs teintes avec les épaisseurs correspondantes. C'est ainsi qu'a opéré Newton. Parmi toutes les combinaisons possibles de courbures, il a toujours pris l'un de ses verres plan, et l'autre d'une égale convexité sur ses deux surfaces, parce que cette disposition est celle qui offre le plus de

facilité pour la détermination exacte des courbures. Car on peut aisément, par la réflexion, s'assurer qu'un verre est plan ; et l'on peut aussi, comme nous l'avons vu, déterminer le rayon d'un verre également convexe, en mesurant la distance à laquelle il concentre les rayons simples qui tombent parallèlement sur une de ses surfaces.

Lorsqu'un verre convexe d'un grand rayon est ainsi posé sur un verre plan et pressé doucement contre lui pour mieux établir le contact, les anneaux colorés se montrent aussitôt réguliers, distincts, avec la tache noire à leur centre. Alors chaque zone circulaire de la lame d'air réfléchit la couleur propre qui convient à son épaisseur ; par conséquent, si l'on augmente peu à peu cette épaisseur, comme on peut le faire en soulevant doucement le verre supérieur, les couleurs réfléchies à une même distance du centre des anneaux doivent changer, et les couleurs, qui formaient d'abord des anneaux éloignés du centre, doivent venir graduellement s'y réfugier, jusqu'à ce que l'épaisseur de l'air, même en ce point, devenant trop grande pour elles, elles disparaissent et cèdent la place à celles qui étaient d'abord plus écartées. Mais comme dans cette dernière plage où elles disparaissent, la distance des verres ne varie que par des nuances presque insensibles, à cause qu'ils sont tangens l'un à l'autre, il s'ensuit que chaque couleur, quand elle s'y trouve amenée, doit s'y étendre tout entière et y devenir fort large, ce qui la rend plus facile à distinguer. Cette succession, dont on peut varier à son gré la lenteur, offre donc un moyen aussi simple qu'exact pour déterminer l'espèce et l'arrangement des teintes qui composent la série des anneaux.

Newton fit cette expérience en se servant d'un verre convexe dont les deux surfaces, travaillées sur une même sphère, avaient 51 pieds anglais de rayon ; et tant par les résultats qu'elle lui offrit, que par les observations qu'il avait précédemment faites avec les prismes, il fixa dans les termes qu'on va lire, l'ordre et la série des teintes dont les anneaux circulaires étaient composés.

« Après la tache centrale transparente, formée au contact des verres, venaient le bleu, le blanc, le jaune et le rouge.

Le bleu était en si petite quantité, que je ne pouvais pas le discerner dans les anneaux faits par les prismes ; et je ne pus pas non plus y bien distinguer aucun violet ; mais le jaune et le rouge étaient assez abondans, et ils occupaient ensemble à peu près autant de place que le blanc, et quatre ou cinq fois plus que le bleu. Immédiatement après cette première série, il en venait une autre où l'on distinguait le violet, le bleu, le vert, le jaune et le rouge : toutes ces couleurs étaient abondantes et vives, excepté le vert, qui était en fort petite quantité, et qui paraissait beaucoup plus pâle et plus faible que le reste. Le violet occupait moins de place qu'aucune des quatre autres couleurs, et le bleu moins que le jaune ou le rouge. La troisième série de couleurs était le pourpre, le bleu, le vert, le jaune et le rouge : ici le pourpre semblait plus rougeâtre que le violet de la série précédente, et le vert était beaucoup plus visible, étant aussi vif et en aussi grande quantité qu'aucune des autres couleurs, excepté le jaune ; mais le rouge commençait à se ternir un peu, tirant extrêmement sur le pourpre. Ensuite venait la quatrième série, composée de vert et de rouge ; le vert était fort abondant et fort vif, tirant d'un côté sur le bleu et de l'autre sur le jaune ; mais dans cette quatrième suite il n'y avait ni violet, ni bleu, ni jaune ; et le rouge était fort imparfait. Les couleurs qui succédèrent à celles-ci devinrent de plus en plus faibles et indécises, jusqu'à ce qu'après trois ou quatre révolutions, elles dégénérèrent sensiblement en blanc. On a indiqué dans la fig. 2, par la suite des lettres de l'alphabet, les diverses places qu'occupaient toutes les couleurs, lorsque les verres étaient pressés l'un contre l'autre de manière à les faire paraître toutes à la fois avec la tache noire à leur centre. Dans ce cas, leur distribution à partir de ce centre, en les comptant par ordre, était : NOIR, bleu, blanc, jaune, rouge ; VIOLET, bleu, vert, jaune, rouge ; POURPRE, bleu, vert, jaune, rouge ; VERT, rouge ; BLEU-VERDATRE, rouge ; BLEU-VERDATRE, rouge-pâle ; BLEU-VERDATRE, blanc-rougeâtre » (1).

---

(1) Les couleurs dont les noms sont écrits en lettres capitales, sont celles qui forment le commencement de chaque anneau, à partir de la tache centrale.

Ces observations faites, Newton procéda à la mesure des diamètres des anneaux, en se servant des mêmes verres ; mais cette fois il eut bien soin de les poser seulement l'un sur l'autre, sans produire entre eux aucune pression qui aurait pu les fléchir et altérer leur courbure naturelle ; puis plaçant son œil au-dessus des anneaux, aussi perpendiculairement qu'il put le faire, il mesura les diamètres des six premiers dans la partie la plus brillante de leurs orbites, qui pour le premier et le plus intérieur, se trouvait à peu près sur les confins du blanc et du jaune ; pour le second, entre l'orangé et le jaune ; pour le troisième, au jaune même ; pour le quatrième, entre le vert jaunâtre et le rouge ; pour le cinquième et le sixième, entre le bleu verdâtre et le rouge, toujours presque au milieu de l'espace que chaque anneau occupait. Les carrés de ces diamètres étant comparés entre eux, se trouvèrent suivre la progression des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11 . . . ; d'où l'on peut conclure que les épaisseurs de la lame d'air aux points où ils se formaient, étaient aussi dans ces mêmes rapports.

Pour le prouver, considérons, fig. 3, deux arcs de cercle AM, AM′, qui se touchent en A. Soient CC′ leurs centres ; la ligne droite qui les joindra passera par le point de contact A, et sera perpendiculaire à la tangente commune AT. Si l'on fait tourner ce système autour de CC′A comme axe, les arcs AM, AM′ engendreront deux sphères tangentes en A l'une à l'autre, et qui pourront représenter de la manière la plus générale les surfaces par lesquelles les verres se regardent dans le phénomène des anneaux.

D'après cela, supposons qu'un anneau d'un certain rang ait son périmètre en M sur la seconde surface du verre supérieur. L'ordonnée MP, perpendiculaire à l'axe commun des deux verres, sera le rayon de cet anneau, mesuré depuis le milieu de la tache centrale ; et la distance MM′ comprise entre les deux verres parallèlement à cet axe, sera l'épaisseur où il se forme : nous la désignerons par e. Nous nommerons y, y' les ordonnées PM, P′M′, qui la terminent et qui correspondent aux abscisses AP, AP′, que nous appellerons x, x'; alors l'épaisseur e sera égale à $x' - x$; et en désignant

par rr' les rayons CA, C'A de nos deux cercles, leurs équations seront $y^2 = 2rx - x^2$ $y'^2 = 2r'x' - x'^2$.
Il faut tirer de là x et x', pour former la différence $x' - x$ ou e.
Or, on a d'abord par la résolution directe,

$$x = r\left[1 - \left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad x' = r'\left[1 - \left(1 - \frac{y'^2}{r'^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

Pour que les mesures des anneaux n'exigent pas des réductions embarrassantes, il faut que la lame mince, dans laquelle ils se forment, soit très-peu courbe. Cela exige que les ordonnées yy', qui représentent les demi-diamètres des anneaux, soient extrêmement petites, comparativement aux rayons rr' des deux surfaces. Si donc, à l'aide de la formule du binôme, on réduit les parties radicales de ces expressions en séries ordonnées suivant les puissances de $\frac{y^2}{r^2}$ et de $\frac{y'^2}{r'^2}$, ces séries seront très-convergentes. Alors le terme constant 1 disparaît par la soustraction, et il reste

$$x = \frac{y^2}{2r} + \frac{y^4}{8r^3} \ldots \text{etc.} \qquad x' = \frac{y'^2}{2r'} + \frac{y'^4}{8r'^3} \ldots \text{etc.}$$

Relativement à un même anneau, les ordonnées yy' doivent être égales, et la différence $x' - x$ forme l'épaisseur e. On a donc généralement

$$e = \frac{y^2}{2}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right) + \frac{y^4}{8}\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{r^3}\right) \ldots\ldots$$

Dans toutes les expériences faites par Newton, les fractions $\frac{y}{r}$, $\frac{y'}{r'}$ sont si petites, qu'il suffit de se borner à leurs puissances les moins élevées; on a alors simplement

$$e = \frac{y^2}{2}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right).$$

La figure sur laquelle nos raisonnemens ont été établis, suppose les courbures des deux verres tournées dans le même sens. Si l'on voulait retourner l'une d'elles en sens contraire, fig. 4, il suffirait de rendre son rayon r ou r' négatif dans la formule. Alors l'épaisseur e ou MM', serait égale à la somme des deux

sinus-verses AP, AP′, au lieu d'être égale à leur différence; d'où l'on voit qu'en supposant les rayons des verres donnés, cette épaisseur sera moindre s'ils tournent leurs concavités dans le même sens que s'ils la tournaient en sens contraire; mais dans tous les cas, pour un même système de verres très-peu courbes, les valeurs de c seront proportionelles à y^2, c'est-à-dire au carré des demi-diamètres des anneaux.

Newton a pris toutes ses mesures sur des verres, dont l'un était plan et l'autre convexe; tantôt il posait le verre convexe sur le verre plan, et tantôt le verre plan sur le convexe. Dans le premier cas, on avait, selon notre figure, r négatif, r' infini; dans le second, au contraire, r était infini, et r' positif; mais l'épaisseur c était toujours égale à $\frac{y^2}{2r}$, ou à $\frac{y^2}{2r'}$, c'est-à-dire au carré du demi-diamètre de l'anneau, divisé par le diamètre de la sphère sur laquelle le verre convexe était travaillé.

Dans cette disposition, plus le rayon r de la sphère est grand, plus il faut que y soit grand aussi pour atteindre des épaisseurs pareilles. Les anneaux s'élargissent donc à mesure que le verre convexe devient moins courbe; c'est pourquoi Newton, dans ses expériences, a toujours employé des verres d'un très-grand rayon. A la vérité, on pourrait encore produire de larges anneaux avec de courts rayons, en superposant des verres dont les courbures seraient presque égales; mais alors le même intervalle c entre ces verres répondrait à des valeurs de y beaucoup plus grandes, et qui pourraient n'être plus très-petites relativement aux rayons r, r'; de sorte que, pour calculer x, x' et $x'-x$, il faudrait recourir aux formules rigoureuses, ce qui compliquerait beaucoup les résultats.

En général, pour pouvoir appliquer ces formules à l'expérience, et en déduire les épaisseurs c ou MM′, on voit qu'il faut connaître deux choses, les rayons des surfaces sphériques et les diamètres des anneaux. La première donnée peut s'obtenir de diverses manières, et l'on peut la déduire de l'observation de la distance focale, lorsque les deux surfaces de chaque verre sont de même courbure. Il ne reste donc plus à connaître que

les diamètres des anneaux; mais ceux-ci ne peuvent pas s'observer immédiatement entre les verres, sur les surfaces mêmes où ils se forment. Il faut donc les mesurer sur la surface supérieure du verre qui se trouve du côté de l'œil. Alors les grandeurs qu'on leur attribue ne sont pas leurs grandeurs réelles, mais des grandeurs apparentes modifiées par l'interposition du verre. De là résulte la nécessité d'une petite correction dépendante de l'épaisseur du verre, de sa courbure et de la hauteur de l'œil au-dessus du plan des anneaux. Nous donnerons plus loin le calcul de cette correction. Ici nous nous bornons à dire que, dans une même position de l'œil, elle altère tous les diamètres des anneaux dans la même proportion, de sorte qu'elle ne change point la loi trouvée entre leurs rapports.

Il y a une remarque importante à faire relativement à la manière de prendre ces mesures sur les objectifs. Il est impossible que l'observateur place son œil précisément dans la verticale qui passe par le centre des anneaux, car alors il intercepterait les rayons incidens. Il faut donc, s'il veut les observer le plus près possible de l'incidence perpendiculaire, qu'il se mette un peu de côté, comme le représente la figure 5, où O est l'œil de l'observateur, C le centre apparent des anneaux, Z C X le plan vertical d'incidence et de réflexion dans lequel l'œil se trouve, enfin O H la hauteur de l'œil au-dessus de la surface supérieure des verres. D'après cette disposition, les deux extrémités E E′ du diamètre des anneaux qui se trouvent dans le plan d'incidence sont vues par l'observateur en O sous des degrés différens d'obliquité, la plus éloignée E′ plus obliquement que le centre C, et ce centre plus obliquement que E. Or l'expérience montre, comme on le verra par la suite, que les anneaux s'aggrandissent à mesure que les rayons visuels s'abaissent sur la lame d'air qui les réfléchit; par conséquent si l'on veut mesurer leur diamètre dans le sens EE′ du plan d'incidence, il faudra, pour rendre leurs diverses mesures comparables, tenir compte de ces corrections, et les ramener par le calcul à une même obliquité. Mais cela ne sera plus nécessaire si l'on mesure les diamètres M N, M′ N′, M″ N″, sur une droite Y Y perpendiculaire au plan central

d'incidence. Car alors le plan mené par l'œil de l'observateur et par cette droite contient tous les rayons visuels OM, ON, OM′, ON′...., menés aux extrémités des diamètres; ces rayons visuels sont autant d'obliques qui s'écartent de la perpendiculaire OC; et comme elles s'en écartent très-peu, elles forment à très-peu près les mêmes angles avec la surface des verres. Ainsi les extrémités des diamètres de tous les anneaux mesurés dans ce sens sont vues presque exactement sous les mêmes obliquités, ce qui rend leurs mesures comparables. C'est ainsi qu'a opéré Newton, comme l'indique l'espèce même des corrections dont il a fait usage.

Quelques lignes de calcul achèveront de prouver ce que nous venons de dire. Nommons $y'\,y''\,y'''$ les demi-diamètres apparens des anneaux successifs vus du point O sur le verre supérieur. Soit h la hauteur de l'œil au-dessus de ce verre, et a sa distance OZ ou CH à la verticale qui passe par le centre des anneaux. En calculant avec ces données les lignes HC, HM, HM′ menées du point H aux extrémités des diamètres successifs, nous aurons

$$HC = a \qquad HM = \sqrt{a^2 + y'^2} \qquad HM' = \sqrt{a^2 + y''^2} \ldots \text{ etc.}$$

Maintenant ces longueurs étant divisées par h exprimeront les tangentes trigonométriques des angles COH, MOH... que les rayons visuels OC, OM, OM′.... forment avec la verticale, angles que nous nommerons $i\ i'\ i''$... on aura donc

$$\text{tang}\, i = \frac{a}{h} \qquad \text{tang}\, i' = \frac{\sqrt{a^2 + y'^2}}{h} \qquad \text{tang}\, i'' = \frac{\sqrt{a^2 + y''^2}}{h} \ldots$$

et ainsi de suite. Si l'on prend dans la première de ces équations la valeur de h, et qu'on la substitue dans toutes les autres, elles deviendront

$$\text{tang}\, i' = \text{tang}\, i \sqrt{1 + \frac{y'^2}{a^2}};$$

$$\text{tang}\, i'' = \text{tang}\, i \sqrt{1 + \frac{y''^2}{a^2}} \ldots$$

Dans les expériences que nous considérons ici, Newton tenait

toujours son œil assez élevé au-dessus du plan des anneaux, pour que les angles $i\ i'\ i''$... fussent fort petits, et que néanmoins la distance a fût encore très-grande comparativement aux demi-diamètres $y'\ y''$... Alors les fractions $\frac{y'}{a}, \frac{y''}{a}$... étant fort petites n'augmentaient les valeurs de tang i que de quantités insensibles, ce qui rendait les valeurs de tous les angles i', i''... égales entre elles et à l'inclinaison centrale i.

Ayant ainsi mesuré les largeurs apparentes des anneaux sur le verre supérieur, il reste à en déduire leurs grandeurs vraies sur la surface inférieure où ils se forment. Pour le faire en toute rigueur, il faudrait prolonger par réfraction tous les rayons visuels OC, OM, OM'... à travers l'epaisseur de ce verre, déterminer les points où ils percent sa seconde surface; et prenant les distances du premier de ces points à tous les autres, voir combien les distances apparentes CM, CM'... s'en trouvent augmentées. Mais à cause de la petitesse de l'angle COH, il se trouve que cette correction sera, à très-peu de chose près, la même, si on la calcule pour un œil placé en Z à la même hauteur h, dans la verticale qui passe par le centre des anneaux; car les lignes ZC, ZM, ZM'... qu'il faudra mener alors pour représenter les rayons visuels, ne seront, à la vérité, que les projections sur le plan ZCY des rayons visuels véritables; mais on sait qu'en général lorsque des lignes droites font avec un plan de très-petits angles, les longueurs de ces droites prises entre deux points donnés, sont, a cause de leur obliquité même, extrêmement peu différentes de leurs projections : tel est précisément le cas actuel; et l'approximation qui en résulte en est d'autant plus permise, que la correction d'épaisseur à laquelle elle s'applique est ordinairement fort petite, et deviendrait tout-à-fait nulle d'elle-même si le verre était infiniment mince.

Rabattant donc le plan ZCY, comme le montre la fig. 6, traçons-y les profils CY, C'Y', des deux surfaces du verre, puis, plaçant l'œil en Z à une hauteur h au-dessus de la première, menons un rayon visuel quelconque ZM au périmètre apparent d'un des anneaux, et prolongeons ce rayon par réfraction jusqu'à

sa rencontre en M′ avec la seconde surface du verre ; alors CM sera le demi-diamètre apparent de l'anneau, tel qu'on le mesure sur le verre supérieur, et C′M′ sera son demi-diamètre vrai. Nous nommerons le premier y, le second y' ; et pour compléter toutes les données qui nous sont nécessaires, nous appellerons e l'épaisseur CC′ du verre à son centre, n le rapport constant de réfraction pour les rayons lumineux qui y pénètrent en sortant de l'air, enfin θ l'angle CZM, compté de l'axe des anneaux. La hauteur CZ de l'œil conservera toujours la même valeur h comme précédemment.

Dans les expériences de Newton, cette hauteur était toujours assez grande pour que l'angle θ fût extrêmement petit. De plus, les deux courbures du verre supérieur étaient toujours d'un si grand rayon, que les largeurs des anneaux pouvaient se prendre au compas sur ses surfaces, comme si elles eussent été planes : nous pouvons donc, pour calculer la réduction qui nous occupe, considérer aussi ce verre comme tout-à-fait plan. Alors la normale NN′ au point d'incidence devient parallèle à CZ, l'angle d'incidence NMZ sur la première surface est égal à θ, et en représentant par θ' l'angle de réfraction M′MN′ on a, à cause de la petitesse de ces angles,

$$\theta = \frac{y}{h} \quad \theta' = \frac{\theta}{n}, \quad \text{et par suite} \quad N'M' = e\,\theta' = \frac{ey}{nh}.$$

N′M′ est la différence du rayon vrai au rayon apparent de l'anneau. C'est la correction cherchée, et l'on voit qu'elle est d'autant plus petite, que le verre supérieur est plus mince. En l'ajoutant à CM ou y, la somme sera C′M′ ou y', on aura donc

$$y' = y\left(1 + \frac{e}{nh}\right).$$

On voit par-là que, pour avoir les vrais grandeurs des anneaux, telles qu'elles existent entre les deux verres, il faut augmenter leurs dimensions apparentes dans le rapport de $1 + \frac{e}{nh}$ à l'unité. Cette correction ne change donc pas les proportions des anneaux de différens ordres. Par conséquent, la série des

nombres impairs trouvée plus haut entre les épaisseurs de l'air au périmètre des anneaux réfléchis successifs, ne laisse pas d'être exacte, quoique déduite de la mesure de leurs dimensions apparentes.

Newton mesura également les diamètres des anneaux dans leurs parties les plus sombres, qui, pour le premier, se trouvaient répondre au milieu de la tache centrale; pour le second, au violet obscur; pour le troisième, au bleu foncé; pour le quatrième, le cinquième et le sixième, au commencement du bleu-verdâtre. Il forma de même les carrés de ces diamètres pour connaître les épaisseurs correspondantes de la lame d'air, et trouva qu'ils suivaient la progression des nombres pairs 0, 2, 4, 6... en comptant 0 pour la tache centrale. Par conséquent, les épaisseurs de la lame d'air dans les parties les plus obscures des six premiers anneaux suivaient aussi la même progression. Et, ajoute Newton, « comme c'est une affaire délicate et malaisée » que de prendre ces mesures, je les pris à diverses fois et sur » différentes parties du verre, afin que leur uniformité me » convainquît de leur justesse. J'employai la même méthode » pour fixer les résultats de quelques-unes des observations suivantes ». On va voir que cet excellent esprit ne se contentait pas facilement.

Mais déjà la loi précédente nous rend raison d'un phénomène qu'il est bien facile d'observer en formant des anneaux avec des objectifs même dont le rayon est peu considérable. C'est que ces anneaux se rapprochent les uns des autres à mesure qu'ils s'éloignent de la tache centrale, et se serrent d'autant plus qu'ils en sont plus distans. En effet, les carrés de leurs diamètres suivant la progression des nombres impairs 1, 3, 5, 7..., les diamètres mêmes seront proportionnels aux racines carrées de ces nombres; de sorte qu'ils formeront la série suivante, où le diamètre du premier anneau dans sa partie la plus brillante est représenté par l'unité.

Carrés des diamètres.	Diamètres.	Différences des diamètres consécutifs.
1	1,00000	0,73205
3	1,73205	0,50402
5	2,23607	0,40968
7	2,64575	0,35425
9	3,00000	0,31663
11	3,31663	0,28892
13	3,60555	0,26743
15	3,87298	
101	10,04988	0,09902
103	10,14890	

On voit ainsi que la différence des diamètres des anneaux consécutifs va sans cesse en diminuant à partir de la tache centrale, ce qui est conforme à l'observation.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que de la loi suivant laquelle varient les diamètres des anneaux successifs; pour compléter ces résultats, il faut avoir la grandeur absolue d'un quelconque d'entre eux. En mesurant cette grandeur avec un soin extrême sur les verres employés aux expériences précédentes, Newton trouva que, pour la partie la plus lucide du sixième anneau, elle était égale à $\frac{55}{100}$ de pouce anglais. Mais quelque temps après, craignant de n'avoir pas déterminé le diamètre du verre convexe avec assez d'exactitude pour une observation aussi délicate, il recommença l'expérience avec un autre objectif doublement convexe, dont les deux côtés avaient été travaillés sur une même sphère. La distance focale moyenne de ce verre était 83po,4, et son rapport de réfraction $\frac{17}{11}$; d'où l'on peut conclure que chacune de ses deux surfaces avait pour diamètre 182po (1). Newton posa ce verre convexe sur un autre qui était plan, de sorte que la tache noire paraissait au milieu des anneaux colorés sans aucune autre pression que celle du poids du verre. Après cela, mesurant le diamètre du cinquième anneau obscur le plus exactement qu'il lui fut possible, il trouva qu'il était précisément égal à la cinquième partie d'un pouce.

(1) Ceci est une application de la formule trouvée pour des verres sphériques, page 253 du volume précédent.

Il prit cette mesure avec un compas sur la surface supérieure du verre convexe, en tenant l'œil élevé à environ huit ou neuf pouces de cette surface, et presque perpendiculairement au-dessus du centre du verre qui avait un sixième de pouce d'épaisseur. D'après cette disposition, le véritable diamètre de l'anneau à la seconde surface du verre devait être un peu plus considérable, et son accroissement peut être calculé par la formule trouvée page 15, en y faisant

$h = 8{,}5 \quad e = \frac{1}{6} \quad n = \frac{17}{11}$; d'où l'on tire $\frac{e}{nh} = \frac{1}{79}$;

c'est-à-dire que, pour avoir le diamètre réel de l'anneau, il fallait augmenter son diamètre apparent, mesuré sur la surface supérieure, de sa soixante et dix-neuvième partie; ou, ce qui revient au même, le multiplier par $\frac{80}{79}$; et comme il avait été trouvé de $\frac{1}{5}$ de pouce, cette augmentation le porte à $\frac{1}{5} \cdot \frac{80}{79}$ ou $\frac{16}{79}$ de pouce, d'où il suit que son rayon véritable était égal à la moitié de cette quantité ou à $\frac{8}{79}$ de pouce.

Maintenant, lorsqu'un verre convexe est posé sur un verre plan, l'épaisseur de l'air, ou la distance des verres dans le périmètre d'un anneau quelconque est égale au sinus verse de l'arc que cet anneau sous-tend sur le verre convexe; ou, ce qui revient au même, elle est égale au carré du rayon de l'anneau divisé par le diamètre de la sphère sur laquelle le verre a été travaillé. Ceci a été démontré page 11. En appliquant cette règle au cas actuel, le rayon du cinquième anneau obscur étant de $\frac{8}{79}$ de pouce, son carré sera $\frac{64}{6241}$, qui, divisé par 182, valeur du diamètre de la sphère, donnera $\frac{64}{6241 \cdot 182}$ ou $\frac{64}{1135862}$ parties d'un pouce; fraction qui, étant réduite, devient $\frac{1}{17747{,}84}$ parties d'un pouce. Or, d'après l'observation précédente, les épaisseurs de l'air dans les périmètres des divers anneaux obscurs suivent la progression 0, 2, 4, 6, 8, 10.... où le cinquième est représenté par 10, et la tache centrale par 0. On voit donc qu'en prenant le cinquième de l'épaisseur de l'air à l'endroit du cinquième anneau, où elle est comme 10, on aura l'épaisseur à l'endroit du premier anneau où elle est comme 2. Prenant donc le cinquième de la fraction $\frac{1}{17747{,}84}$, on aura $\frac{1}{88739}$ partie d'un pouce pour l'épais-

seur de la lame d'air dans le périmètre du premier des anneaux obscurs.

Essayons de calculer de la même manière la première expérience dans laquelle le diamètre du sixième anneau lucide etait de $\frac{55}{100}$ de pouce. Newton nous a prévenu qu'elle est moins exacte que la seconde, sans doute à cause de la difficulté de déterminer exactement le rayon du verre sphérique qu'il avait employé; car ce diamètre étant de 100 pieds environ, la distance focale devait être de 46^{pi}, 8, et il devait être difficile de mesurer une si grande longueur par la réfraction. Mais au moins cette mesure pourra être considérée comme une approximation qui, ne s'éloignant pas beaucoup des résultats plus exacts des expériences suivantes, servira à les confirmer. Newton ne nous a pas dit quelle était l'épaisseur du verre plan qui se trouvait supérieur dans cette circonstance : ainsi nous serons encore forcés de négliger la petite correction relative à la diminution que l'image de l'anneau éprouve en traversant le verre supérieur pour arriver à l'œil. Il ne nous restera donc qu'à carrer le rayon de l'anneau mesuré et à diviser ce carré par le diamètre de la courbure du verre sphérique réduite en pouces; on aura ainsi $(\frac{55}{200})^2 \frac{1}{1224}$, ou $\frac{3025}{48960000}$ parties d'un pouce pour l'épaisseur de l'air dans la partie la plus brillante du sixième anneau; et comme les épaisseurs relativement aux anneaux lucides, suivent la progression des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11...., il s'ensuit qu'en supposant le sixième représenté par le nombre 11, le premier le sera par l'unité. Donc divisant $\frac{3025}{48960000}$ par 11, on aura $\frac{3025}{11.48960000}$ parties d'un pouce pour l'épaisseur de l'air à l'endroit le plus brillant du premier anneau; et comme cette épaisseur étant représentée par 1, le premier nombre pair 2 exprime l'épaisseur de la même lame d'air dans le périmètre du premier anneau obscur, on voit qu'en doublant $\frac{3025}{1.48960000}$, le produit $\frac{6050}{11.48960000}$ exprimera l'épaisseur de l'air à l'endroit de ce premier anneau. Cette fraction étant réduite devient $\frac{1}{89018}$, elle diffère peu de $\frac{1}{88719}$, résultat de la seconde expérience, mais en diffère cependant assez pour que Newton, qui était l'exactitude même, ait cru devoir la rejeter.

Enfin il répéta encore la même observation avec un autre objectif doublement convexe, travaillé des deux côtés sur une seule et même sphère. Le foyer de ce verre était éloigné de sa surface de 84p°,25; et par conséquent le diamètre de sa courbure était de 184 pouces, comme on peut le trouver aisément par un calcul semblable à celui que nous avons indiqué pour la seconde expérience. Newton posa ce verre convexe sur le même verre plan dont il s'était déjà servi dans cette seconde expérience : puis en mesurant avec un compas sur la surface supérieure le diamètre du cinquième des anneaux obscurs, il le trouva égal à $\frac{121}{600}$ parties d'un pouce. Ce verre convexe avait $\frac{1}{8}$ de pouce d'épaisseur, et l'œil était élevé perpendiculairement à 8 pouces au-dessus de sa surface. D'après cela, le diamètre réel de l'anneau était un peu plus grand que le diamètre observé; et en faisant la correction que cette cause nécessite, on le trouve égal à $\frac{1222}{6000}$ de pouce. Maintenant, si l'on effectue le carré de cette fraction et qu'on le divise par le nombre 184 qui exprime le diamètre de la sphère, on aura pour résultat $\frac{5}{88850}$ qui sera la mesure de l'épaisseur de l'air dans le périmètre du cinquième anneau obscur; et le cinquième de cette quantité où $\frac{1}{88850}$ de pouce sera la mesure de l'épaisseur de l'air au premier de ces anneaux, ce qui s'accorde presque exactement avec la valeur donnée par la seconde expérience. Newton répéta encore les mêmes épreuves sur beaucoup d'autres portions de verres convexes, afin d'exclure les erreurs qu'auraient pu produire les inégalités du travail de ces verres, et il obtint toujours des résultats conformes aux précédens.

Or il est à présumer que tous ces verres n'étaient pas rigoureusement d'une composition semblable : il devait donc y avoir des différences entre leurs pouvoirs réfringens. Si malgré ces différences ils se sont tous accordés pour assigner les mêmes épaisseurs aux mêmes anneaux, il faut en conclure que les couleurs ainsi réfléchies par chaque épaisseur de la lame d'air sont propres à cette épaisseur, et ne dépendent point de la nature du milieu environnant. Nous verrons par la suite que cette conséquence est générale. Quelle que soit la substance réfléchissante, la teinte qu'elle réfléchit, sous l'incidence perpendiculaire, à une

épaisseur déterminée, est indépendante de la nature du milieu environnant; il n'y a que l'intensité de cette couleur qui soit variable.

Les mesures que nous venons de rapporter furent prises de la manière indiquée page 12, perpendiculairement au plan de réflexion mené par la tache centrale; de sorte que les angles d'incidence et de réflexion des rayons sur la lame d'air étaient, à très-peu près, les mêmes pour les différens anneaux : il ne reste donc qu'à savoir quels étaient ces angles, afin de fixer l'incidence sous laquelle l'observation est faite. Car nous avons déjà reconnu que les anneaux s'agrandissent à mesure que les rayons lumineux qui les forment deviennent plus obliques sur la lame d'air. Or Newton nous apprend que lorsqu'il faisait ces observations, son œil était élevé de 8 à 9 pouces au-dessus du plan des anneaux, et qu'il était éloigné des rayons incidens de $1^{po},25$; de là on peut conclure que l'incidence des rayons lumineux sur la lame d'air était d'environ 4°.

Pour le prouver, soit C, fig. 6, le centre apparent de tous les anneaux sur la surface supérieure du premier verre, que nous supposerons horizontale. Menons par ce centre la verticale CZ, et le rayon lumineux CO dirigé à l'observateur. L'angle OCZ, que nous nommerons i, sera l'incidence de ce rayon sur la première surface du verre; et d'après la manière dont les observations sont faites perpendiculairement au plan OCZ, on pourra regarder cette incidence comme sensiblement la même pour tous les rayons visuels menés aux extrémités du diamètre transversal des différens anneaux; de sorte qu'elle indique l'inclinaison commune sous laquelle ils sont alors observés. Il ne reste donc qu'à calculer cette inclinaison en prolongeant le rayon OC par la réfraction à travers l'épaisseur du verre, et mesurant l'angle d'émergence qu'il forme quand il ressort dans la lame d'air en C′. Or, d'après le peu de courbure des verres dont Newton faisait usage, on voit que le rayon devait sortir ainsi presque exactement parallèle à sa première direction; de sorte que son émergence devait être presque égale à son incidence OCZ, comme si les deux surfaces d'entrée et de sortie eussent été planes et parallèles. Cette supposition suffit en effet pour calculer les petites corrections que l'on en veut déduire. En nous y

bornant, continuons la route du rayon O C C′ jusqu'à ce que la réflexion l'ait ramené en R à la même hauteur h, où l'œil se trouve déjà placé. Marquons le point C″ où il perce de nouveau la première surface du verre, et menons les verticales C′ Z′, C″ Z″, parallèles entre elles et à la première C Z. Il est clair que la marche du rayon de part et d'autre de C′ Z′ sera parfaitement symétrique; en sorte que si l'on nomme i l'incidence extérieure O C Z et i l'angle de réfraction N′ C C′, on aura de même l'angle C′ C″ N″ égal à i et R C″ Z″ égal à i. Si donc nous exprimons toujours par e l'épaisseur du verre à son centre, et par n le rapport de réfraction pour les rayons qui y pénètrent en sortant de l'air, nous pourrons calculer successivement les distances O Z, Z Z″ et Z″ R qui composent la distance totale D de l'œil aux rayons incidens. Ce calcul s'abrégera en traitant i et i' comme de très-petits angles, ainsi qu'ils l'étaient dans les expériences de Newton. Nous aurons ainsi

$$OZ = ih \qquad ZZ'' = \frac{2ei}{n} \qquad Z''R = ih;$$

la somme de ces trois distances étant égale à D, on aura, en substituant à l'angle i sa tangente,

$$2\left(h + \frac{e}{n}\right) \text{tang}\, i = D, \quad \text{d'où} \quad \text{tang}\, i = \frac{nD}{2(nh + e)}.$$

Dans les expériences de Newton, on a $h = 8^{p},5$, $n = \frac{17}{11}$. De plus, l'épaisseur e a été tantôt $\frac{1}{6}$, tantôt $\frac{1}{8}$ de pouce; la moyenne est $\frac{1}{7}$. Enfin l'on avait $D = 1,25$: avec ces données, on trouve $i = 4^\circ\ 9'\ 37''$. Newton s'est borné à prendre $i = 4^\circ$.

Or, d'après les lois de l'augmentation des anneaux qui seront exposés tout-à-l'heure, on trouve qu'à cause de la petitesse de cet angle, il suffit, pour les ramener au cas de la perpendicularité, de les diminuer dans la proportion du rayon à la sécante de quatre degrés, c'est-à-dire dans le rapport de 10000 à 10024; ou ce qui revient au même, il faut les multiplier par la fraction $\frac{10000}{10024}$. Cette opération faite, l'épaisseur de la lame d'air à l'endroit du premier anneau obscur, et sous l'incidence perpendiculaire, se réduit à $\frac{1}{88952}$ suivant la seconde expérience, et à $\frac{1}{89063}$ selon la troisième. La moyenne arithmétique serait à peu près $\frac{1}{89000}$ de pouce, et c'est aussi le

résultat auquel Newton s'est arrêté. Maintenant, puisque le premier anneau obscur est représenté par 2, lorsque le premier anneau dans sa partie la plus brillante est exprimé par 1, il s'ensuit qu'en prenant la moitié de $\frac{1}{89000}$, on aura l'épaisseur de l'air à l'endroit le plus brillant du premier anneau, laquelle sera ainsi $\frac{1}{178000}$ de pouce.

Et comme en général les épaisseurs de l'air dans les parties les plus brillantes des anneaux suivent la progression arithmétique 1, 3, 5, 7, 9, tandis que les épaisseurs de cette même lame, dans les endroits les plus obscurs, suivent la proportion intermédiaire 2, 4, 6, 8, 10, on voit que l'épaisseur absolue du premier ou d'un quelconque de ces anneaux étant connue, on aura aussitôt celle de tous les autres; de sorte que les diverses valeurs de ces épaisseurs exprimées en fractions du pouce anglais, seront

pour les parties les plus brillantes des anneaux

$$\frac{1}{178000},\quad \frac{3}{178000},\quad \frac{5}{178000},\quad \frac{7}{178000};$$

pour leurs parties les plus obscures

$$\frac{2}{178000},\quad \frac{4}{178000},\quad \frac{6}{178000},\quad \frac{8}{178000}.$$

Ces valeurs ne sont relatives qu'à l'incidence perpendiculaire. Pour les rendre générales, il faut déterminer les dilatations que les anneaux subissent par le changement d'inclinaison des rayons sur la lame d'air qui les réfléchit.

Rien n'est plus facile que d'observer ces variations. Il suffit de regarder d'abord les anneaux en plaçant l'œil le plus près possible de la perpendiculaire à leur surface, et ensuite de s'écarter peu à peu de cette position pour les regarder obliquement; car alors on les voit se dilater circulairement de tous les côtés. Pour connaître la loi de cette augmentation, Newton mesura le diamètre d'un même anneau à différens degrés d'obliquité, en s'attachant à une quelconque des couleurs qui le composaient, mais toujours à la même; et il en conclut l'épaisseur de l'air qui, dans chaque obliquité, réfléchissait cette couleur. Mais pour étendre ces mesures jusqu'aux plus grandes incidences où les rayons visuels devenaient très-obliques sur la lame d'air, il fut obligé d'abandonner les objectifs et d'y

substituer des prismes. Car, à cause du peu de courbure des objectifs, les rayons lumineux qui passent de leur seconde surface dans la lame d'air sont toujours presque parallèles aux rayons incidens. Ainsi, pour qu'ils deviennent très-obliques sur la lame d'air, il faut que les rayons visuels aient à très-peu de chose près la même obliquité sur les surfaces d'incidence. Alors la courbure du verre supérieur déforme les anneaux, et autant par cet effet que par la position défavorable de l'œil, les mesures des diamètres deviennent difficiles et incertaines. On se soustrait à ces causes d'erreur en formant les anneaux entre des prismes, au moyen d'une lumière réfractée qui, entrant par une face et sortant par une autre, peut être ainsi amenée dans la lame mince sous les plus grandes incidences. Mais alors, pour éviter les effets de la dispersion, il faut que cette lumière soit simple et homogène. Nous expliquerons bientôt le parti que Newton a tiré de ce genre d'observations. Pour le moment, nous nous bornerons à dire qu'en réunissant les résultats de cette méthode à ceux que lui avaient donnés les objectifs, il en a composé la table suivante, qui s'étend à tous les angles d'émergence possibles sur la lame d'air, depuis 0 jusqu'à 90° :

Angle d'incidence sur la seconde surf. du verre *i*.	Angle d'émerg. dans l'air *r*.	Diamètre de l'anneau.	Epaisseur de l'air.
00° 00′	00° 00′	10	10
06 26	10 00	10 $\frac{1}{13}$	10 $\frac{2}{13}$
12 45	20 00	10 $\frac{1}{3}$	10 $\frac{2}{3}$
18 49	30 00	10 $\frac{3}{4}$	11 $\frac{1}{2}$
24 30	40 00	11 $\frac{2}{5}$	13
29 37	50 00	12 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$
33 58	60 00	14	20
35 47	65 00	15 $\frac{1}{4}$	23 $\frac{1}{4}$
37 19	70 00	16 $\frac{4}{5}$	28 $\frac{1}{4}$
38 33	75 00	19 $\frac{1}{4}$	37
39 27	80 00	22 $\frac{6}{7}$	52 $\frac{1}{4}$
40 00	85 00	29	84 $\frac{1}{10}$
40 11	90 00	35	122 $\frac{1}{2}$

Les deux premières colonnes n'ont pas besoin d'explication : seulement je remarquerai que, d'après la manière dont les observations sont faites, les angles e et r peuvent indifféremment être comptés sur le rayon incident ou sur le rayon réfracté. Car les mesures des anneaux étant prises de M en M, fig. 7, sur le diamètre transversal perpendiculaire au plan central d'incidence, les rayons visuels qui les limitent à ces extrémités traversent les deux surfaces de la lame d'air dans des points où leurs tangentes sont sensiblement parallèles. Il suit de là que les observations de Newton, quoique faites sur des lames courbes, conviennent réellement à des lames d'égale épaisseur. Mais on peut encore en appliquer les résultats à des lames courbes, lorsque les courbures de leurs surfaces, dans les points où le rayon lumineux les traverse, sont si peu différentes, que les angles i et r, mesurés sur l'une ou sur l'autre, ne donnent, selon notre table, que des variations insensibles dans les diamètres des anneaux. C'est ce qui aurait lieu, par exemple, pour les lames minces d'air, comprises entre des objectifs très-peu courbes, quand même les mesures des anneaux qui s'y forment seraient prises sur le diamètre situé dans le plan d'incidence ; seulement il faudrait appliquer des corrections différentes à ses deux extrémités.

La troisième colonne de la table exprime les diamètres successifs que prend un même anneau quelconque vu sous différentes obliquités, en représentant son diamètre par 10, sous l'incidence perpendiculaire. Enfin la quatrième colonne, formée des carrés de la troisième divisés par 10, exprime les épaisseurs successives de la lame d'air où se réfléchit ce même anneau sous les différentes obliquités, en représentant par 10 l'épaisseur à laquelle il se réfléchit sous l'incidence perpendiculaire. Cette table est commune à tous les anneaux, quelle que soit leur distance à la tache centrale ; car, par une propriété bien remarquable, la proportion que suit l'accroissement du diamètre de chaque anneau est indépendante du rang qu'il occupe, et de la teinte particulière qu'il réfléchit.

Cette table montre que la même couleur est successivement réfléchie à une épaisseur plus grande, à mesure que les rayons

incidens deviennent plus obliques ; par conséquent, si l'on observe un même point de la lame d'air successivement sous différentes obliquités, les couleurs qui passeront par ce point seront celles qui précédemment étaient réfléchies par des épaisseurs moindres. Ainsi l'on peut dire qu'en rendant les rayons incidens plus obliques sur la lame d'air, on produit le même effet que si cette lame devenait plus mince.

Pour pouvoir faire un usage commode et sûr de ces résultats, il faut tâcher de les lier par une loi analytique qui les représente, sinon d'une manière rigoureusement exacte, au moins suffisamment approchée pour l'observation. Si nous examinons la série des épaisseurs de l'air rapportées dans la dernière colonne, nous voyons que cette épaisseur va en augmentant à mesure que l'angle d'émergence du rayon dans la lame d'air augmente, et qu'elle devient déjà double de sa valeur primitive, lorsque l'émergence est de 60°. Or, la sécante de l'angle de 60° est précisément double du rayon, et la sécante de 0° est égale au rayon même. Par conséquent, s'il ne s'agissait que de représenter ces deux observations, on pourrait supposer que l'épaisseur de la lame d'air est proportionnelle à la sécante de l'angle d'émergence dans l'air ; c'est-à-dire qu'en nommant r cet angle, et e l'épaisseur primitive, quand r est nul, on aurait en général

$$e' = e \text{ séc } r, \quad \text{ou, ce qui revient au même,} \quad e' = \frac{e}{\cos r};$$

car la sécante d'un angle est égale au carré du rayon des tables divisé par le cosinus de cet angle.

Cette expérience représenterait encore assez bien les termes intermédiaires entre $r = 0$ et $r = 60°$, comme on peut s'en assurer en calculant les nombres qu'elle donne entre ces limites ; mais elle serait inadmissible pour des valeurs plus grandes de r ; car à 90°, par exemple, cos r devenant nul, elle donnerait l'épaisseur de l'air infinie, tandis qu'elle égale à environ douze fois l'épaisseur primitive. Il faut donc dans notre formule substituer à l'angle r un autre angle que nous nommerons u, et qui satisfasse aux deux conditions d'être nul en même temps que r, et de s'écarter d'autant plus de r que r lui-même devient

plus considérable. Pour cela, ce que nous pouvons faire de plus simple, c'est d'essayer de prendre $\sin u$ proportionnel à $\sin r$ en déterminant le coefficient de la proportionnalité, de manière à représenter les nombres de notre table. Soit donc

$$e' = \frac{e}{\cos u} \qquad \sin u = \mathrm{K} \sin r,$$

K étant une constante indéterminée. Lorsque r est nul, u devient aussi nul, et l'on a $e' = e$, ce qui est une de nos conditions fondamentales. Lorsque $r = 90^\circ$, la table donne $e' = 12{,}25\, e$. On devra donc avoir en même temps

$$\cos u = \frac{1}{12{,}25} \qquad \sin u = \mathrm{K}.$$

Cette condition détermine K, et l'on en tire

$$u = 85^\circ\ 19'\ 3'' \qquad \mathrm{K} = 0{,}996662.$$

Reste à voir si elle représente encore les autres termes de la table. Essayons par exemple, $r = 60^\circ$, il viendra

$\sin u = \mathrm{K} \sin 60^\circ$, d'où $u = 59^\circ\ 40'\ 20''$; $\cos u = \frac{1}{19{,}804}$;

et enfin $\qquad e' = e.\ 1{,}9804$,

suivant la table e' est double de e. L'accord est aussi approché qu'on puisse le désirer, et l'on doit regarder la formule comme représentant fidèlement les observations.

L'équation $\quad e' = \dfrac{e}{\cos u}$ donne $c' - e = \dfrac{2\, e \sin^2 \frac{1}{2} u}{\cos u}$;

$e' - e$ est l'accroissement de l'épaisseur à laquelle répond une même couleur sous diverses incidences : la quantité absolue de cet accroissement dans différentes couleurs est donc proportionnelle à l'épaisseur primitive e. D'où l'on voit que la variation absolue d'épaisseur est d'autant moindre que les anneaux que l'on considère sont plus voisins de la tache centrale; et elle doit être nulle dans le milieu de la tache centrale elle-même, où les verres se touchent, puisque dans ce point on a $e = 0$.

Or nous avons vu que les épaisseurs de l'air dans les différens anneaux sont proportionnelles aux carrés des diamètres de ces anneaux; par conséquent l'accroissement des diamètres sous diverses inclinaisons du rayon visuel participera de la loi précédente, c'est-à-dire que cet accroissement sera le plus petit possible pour les anneaux les plus voisins de la tache centrale, et que de là il ira en augmentant avec le diamètre des anneaux,

Voilà pourquoi les couleurs des anneaux s'étalent et deviennent plus distinctes quand on les regarde plus obliquement.

On observe aussi une dilatation peu considérable, mais pourtant sensible, dans le périmètre de la tache centrale quand on la regarde fort obliquement. Or, lorsqu'elle s'étend ainsi, elle envahit les parties de la lame d'air, qui, sous l'incidence perpendiculaire, réfléchissaient la teinte la plus voisine du noir, c'est-à-dire du blanc. Par conséquent la réflexion sur la lame d'air devient alors nulle en ces endroits-là, sans que son épaisseur soit tout-à-fait nulle. D'après cela, quand on regarde les verres dans toute autre inclinaison quelconque, et même sous l'incidence perpendiculaire, on doit concevoir que la transmission totale n'a pas lieu seulement au point précis où les verres se touchent, mais encore à quelque distance autour de ce point. Cela explique pourquoi, lorsque les verres superposés sont très-peu courbes, quelle que soit d'ailleurs la perfection de leur sphéricité, l'étendue de la tache noire excède ordinairement de beaucoup celle que l'on peut raisonnablement attribuer au point de contact. Ce résultat, minutieux en apparence, est en effet très-important; car il est directement contradictoire au système de la propagation de la lumière par ondulation, la réflexion ne pouvant devenir nulle dans ce système qu'autant que l'épaisseur devient nulle aussi. C'est ce qu'a bien senti Euler, le plus ardent promoteur de ce système. Aussi n'a-t-il trouvé d'autre ressource que d'écarter ce fait, en disant qu'il n'était pas constant, et que Newton s'était peut-être trompé en l'observant (1).

Newton a présenté le rapport de sin u à sin r sous une forme un peu différente de celle que nous venons d'adopter; il a pris

$$\sin u = \sin r - a\,(\sin r - \sin i),$$

i étant l'angle d'incidence des rayons sur la surface du verre contiguë à l'air, et a une constante qu'il suppose égale à $\frac{1}{106}$. Pour rapporter cette forme à la nôtre, il ne faut qu'en éliminer l'angle d'incidence i. Or cela est très-facile; car si l'on nomme

(1) Essai d'une Explication physique des couleurs engendrées sur les surfaces extrêmement minces, par Euler. Mém. de Berlin, 1752.

n le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction lorsque la lumière passe du verre dans l'air, rapport qui était $\frac{11}{17}$ pour le verre dont Newton faisait usage, on pourra substituer à sin i sa valeur n sin r, et l'expression de sin u deviendra

$$\sin u = \sin r - a\,(1 - n)\sin r$$

ou

$$\sin u = [1 - a\,(1 - n)]\sin r.$$

On voit alors que le facteur $1 - a(1 - n)$ équivaut au coefficient constant que nous avons nommé K. En l'égalant à la valeur numérique de K qui était 0,996662, on obtient

$$a(1 - n) = 0{,}003338; \quad \text{et par suite } a = \frac{1}{105{,}73}$$

en mettant pour n sa valeur $\frac{11}{17}$. Pour plus de simplicité, prenons $\frac{1}{106}$ comme l'a fait Newton; alors l'expression de sin u deviendra

$$\sin u = \left(\frac{105 + n}{106}\right)\sin r.$$

Cette expression ainsi présentée, a cela de très-remarquable qu'elle s'applique non-seulement aux lames minces d'air comprises entre deux verres, mais encore à toute autre espèce de lames ou de plaques, quelle que soit leur nature et celle du milieu qui les environne, en donnant à n la valeur particulière qui exprime le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction lorsque la lumière passe de ce milieu-là dans la plaque que l'on veut considérer. Par exemple, si la lame mince est d'eau environnée d'air, il faudra faire $n = \frac{4}{3}$, et si elle est de verre pareillement environnée d'air, il faudra faire $n = \frac{17}{11}$. Cette importante généralisation sera prouvée bientôt par des expériences non douteuses.

Jusqu'à présent nous n'avons étudié que les anneaux produits par réflexion; il devient à présent nécessaire de considérer ceux que la transmission donne. Dans ce cas, la tache centrale est blanche, entourée d'un cercle noirâtre, auquel succède un autre cercle blanc, puis divers autres cercles différemment colorés. Mais ces couleurs sont beaucoup plus faibles que celles qui sont produites par la réflexion, et il est difficile de bien discerner leurs espèces, à moins que l'on n'incline beaucoup les rayons incidens sur la lame d'air, ce qui augmente leur vivacité. Newton les observa à travers ses grands objectifs, et

trouva qu'elles étaient dans l'ordre suivant, à partir de la tache blanche centrale : Blanc, rouge jaunâtre, noir, violet, bleu; Blanc, jaune, rouge, violet, bleu; Vert, jaune, rouge; Vert bleuatre rouge; après quoi la coloration devient insensible. Le premier rouge jaunâtre, intermédiaire entre la tache blanche centrale et l'anneau noirâtre était si pâle et si peu différent de la blancheur, qu'on avait peine à le discerner. Il en est de même du premier bleu qui entoure la tache noire centrale dans les anneaux réfléchis, comme on l'a dit dans la page 7.

En comparant l'ordre de ces teintes avec celles qui forment les anneaux réfléchis, on voit qu'elles en sont complémentaires. Par exemple, la tache blanche centrale est complémentaire de la tache noire centrale des anneaux réfléchis, et ainsi elle est formée par la lumière qui traverse l'air dans cet endroit-là, sans subir aucune réflexion à sa seconde surface. De même le cercle noirâtre qui entoure le rouge jaunâtre est la conséquence nécessaire du cercle blanc qui entoure la tache noire dans les anneaux réfléchis; et l'un de ces cercles doit être opposé à l'autre comme étant formé de la portion de lumière blanche qui échappe en cet endroit à la réflexion. De sorte que plus la réflexion sur la lame mince sera forte, plus le cercle noirâtre transmis sera sombre; et enfin si cette réflexion pouvait être totale, il serait tout-à-fait noir. Mais ce cas extrême est bien loin d'avoir lieu; car, dans tous les corps diaphanes, de quelque milieu qu'on les environne, la réflexion sous l'incidence perpendiculaire est toujours très-faible. L'opposition des cercles suivans est également indiquée par l'ordre des couleurs, qui se trouve complementaire dans les deux séries. Mais de plus, cette opposition a été directement constatée par Newton en mesurant les diamètres des anneaux transmis, dans leurs parties les plus brillantes et les plus sombres. Il en retraça l'effet dans la fig. 8, où A B, A′ B′ sont les surfaces des verres, l'un plan et l'autre sphérique, qui se touchent en C. Les lignes noires tracées entre deux sont les distances de ces surfaces en progression arithmétique; les couleurs écrites au-dessus sont vues par une lumière réfléchie, et celles qui sont écrites au-dessous par une lumière transmise.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que les anneaux colorés produits sur des lames minces d'air comprises entre deux verres. Nous avons déterminé par des mesures précises les épaisseurs auxquelles ils se forment, tant sous l'incidence perpendiculaire que sous les incidences obliques. Afin d'acquérir des notions plus générales sur ce phénomène, considérons-le dans d'autres substances, par exemple, dans les lames minces d'eau. Pour former ces lames de la manière la plus simple, Newton superposa d'abord deux objectifs, l'un plan, l'autre convexe, comme pour former des anneaux colorés sur une lame mince d'air; et lorsque les anneaux eurent paru, il mouilla légèrement les bords des verres sans les déranger. L'eau se glissa aussitôt entre eux par un effet de l'attraction capillaire; et se substituant peu à peu à la place de l'air, elle dut prendre la forme de l'intervalle qu'il remplissait. Il se produisit donc ainsi une lame mince d'eau entre deux surfaces de verre, et des anneaux colorés parurent dans cette lame comme ils avaient paru dans la lame mince d'air. Leur ordre était le même, ainsi que l'arrangement de leurs couleurs; mais leurs teintes étaient plus faibles et leur étendue moindre. Newton mesura leurs diamètres dans leurs parties les plus brillantes, et les carrés de ces diamètres suivirent la progression arithmétique des nombres impairs 1, 3, 5, 7... Il les mesura aussi dans les parties les plus obscures, et alors leurs carrés suivirent la progression des nombres pairs 0, 2, 4, 6... précisément comme pour la lame d'air. Mais les diamètres des anneaux de même rang étaient plus petits que ceux de la lame d'air dans la proportion de 7 à 8; d'où il suit que les épaisseurs correspondantes qui sont proportionnelles aux carrés des diamètres étaient entre elles comme 49 à 64, ou, à très-peu près, comme 3 à 4, c'est-à-dire dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, lorsque la lumière passe de l'eau dans l'air; et peut-être, ajoute Newton, pourroit-on conclure comme règle générale, que si d'autres matières de nature quelconque sont interposées entre les deux verres, les épaisseurs auxquelles les mêmes anneaux se forment sont proportionnelles aux sinus des

réfractions que les rayons subissent dans ces matières là en y pénétrant sous une égale incidence ; de sorte que chaque anneau exige une épaisseur d'autant plus petite, que la substance interceptée entre les verres est plus réfringente.

Soit n le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour les rayons qui pénètrent dans cette substance en sortant du vide ; nommons (n) le rapport analogue pour les rayons qui passent de même du vide dans l'air ; enfin, désignons par e l'épaisseur de la substance, et par (e) l'épaisseur de l'air, qui, vues l'une et l'autre sous l'incidence perpendiculaire, réfléchiraient la même teinte ; la loi supposée par Newton donnerait

$$e = (e)\,\frac{(n)}{n}.$$

Ces résultats sont trop remarquables pour que nous ne cherchions pas à les vérifier par l'expérience, en comparant, par exemple, les épaisseurs d'eau et d'air qui réfléchissent les mêmes anneaux. Voici pour cela un moyen très-simple qui les confirme complètement : prenez un morceau de verre poli à peu près plan, et pressez-le sur une autre lame de verre polie également plane, dont les surfaces soient sensiblement parallèles : vous formerez ainsi des anneaux colorés qui seront réfléchis par la lame d'air interposée. Ils seront ordinairement fort larges ; vous pourrez facilement les compter à partir de la tache noire centrale, et suivre leurs différens ordres dans toute l'étendue de leurs contours. Cela fait, laissez tomber une petite goutte d'eau sur le bord des verres superposés : elle s'introduira aussitôt entre eux ; mais s'ils sont bien secs et s'ils ont contracté une assez grande adhérence, elle ne chassera pas toutes les molécules d'air ; quelques-unes resteront et marqueront par leur couleur vive et brillante les anciennes séries d'anneaux, ce qui prouvera en même temps que l'introduction de l'eau n'a pas changé l'intervalle des verres. Vous pourrez aisément distinguer les anciennes séries des nouvelles qui sont formées par la réflexion dans la lame d'eau ; car ces dernières sont beaucoup plus sombres. Alors si vous regardez ces deux sortes d'anneaux par réflexion, le plus perpendiculairement qu'il vous sera pos-

sible, soit à l'œil nu, soit avec une loupe, vous reconnaîtrez facilement que le rouge du troisième anneau formé par l'air excède un peu le rouge du quatrième anneau formé par l'eau; mais que la coïncidence a lieu aussi exactement qu'il est possible d'en juger entre le quatrième anneau de la première série et le cinquième de la seconde. Or, si nous désignons par (e) et par e les épaisseurs de la lame d'air et de la lame d'eau dans la partie la plus brillante du premier anneau formé par chacune d'elles, les épaisseurs correspondantes dans les différens ordres d'anneaux seront pour l'air (e), $3(e)$, $5(e)$, $7(e)$, $9(e)$... et pour l'eau e, $3e$, $5e$, $7e$, $9e$... Ainsi l'épaisseur de la lame d'air à l'endroit du quatrième anneau sera $7(e)$, celle de la lame d'eau à l'endroit du cinquième sera $9e$. Puisque nous trouvons par observation que ces deux épaisseurs sont égales, il faut que l'on ait $9e = 7(e)$; c'est-à-dire que les épaisseurs de l'eau et de l'air à l'endroit le plus brillant du premier anneau, sont entre elles dans le rapport de 7 à 9, ou de 21 à 27, rapport extrêmement peu différent de celui de 3 à 4, ou de 21 à 28 que Newton avait assigné.

Dans toutes les expériences précédentes, les lames minces d'eau ou d'air comprises entre deux surfaces de verre étaient environnées d'un milieu plus réfringent que les matières dont elles étaient formées. Pour compléter ces observations, il reste à examiner les couleurs produites dans la circonstance contraire, c'est-à-dire sur des lames minces plus réfringentes que le milieu qui les entoure. C'est la marche qu'a suivie Newton; et il a particulièrement étudié sous ce point de vue les couleurs produites sur les bulles légères que l'on forme avec de l'eau savonneuse, faisant ainsi servir à d'importantes découvertes ce qui n'avait été jusqu'alors qu'un jeu d'enfant.

Non-seulement Newton n'a pas dédaigné d'arrêter son attention sur ces bulles, mais il a mis de l'art à les bien faire, à les faire de manière qu'elles pussent devenir le sujet d'une observation exacte. Cela exige quelques précautions; il faut d'abord faire dissoudre dans de l'eau distillée, ou dans de l'eau

de pluie, un morceau de bon savon solide en quantité telle que la dissolution ne soit pas tout-à-fait saturée. Cela fait, on y plonge l'extrémité d'un tuyau de pipe ou d'un tube de verre qui soulève une petite colonne du liquide en vertu de sa capillarité; on retire le tube, et après l'avoir essuyé à l'extérieur, on souffle doucement par l'autre bout. La colonne liquide, cédant à cette pression, sort du tube, et la viscosité de ses parties les empêchant de se désunir, elle se forme en une boule qui adhère à l'extrémité inférieure du tube par un de ses points. Alors, si l'on cesse de souffler, et qu'on laisse le tube ouvert, l'attraction capillaire qu'il exerce sur l'eau de la boule favorisant la pression que celle-ci exerce sur elle-même à sa surface, la fait se resserrer peu à peu, et enfin rentrer entièrement dans le tube; mais on peut empêcher ces variations, soit en fermant le tube avec un peu de cire molle, pour empêcher l'air de sortir, après qu'on a soufflé la bulle, soit en faisant naître celle-ci sur la surface même de l'eau savonneuse, et l'y laissant nager librement. Lorsqu'on emploie cette dernière méthode, il faut que le vase qui contient la dissolution soit assez large pour que l'action capillaire de ses parois ne donne à la surface du liquide qu'une courbure insensible. Il faut en outre que le vase soit rempli jusqu'à ses bords mêmes, sans quoi la bulle y est insensiblement amenée, et va se briser contre eux. Mais toutes ces précautions ne suffiraient pas, si on laissait les bulles à l'air libre; car ce fluide, toujours agité, trouble par ses mouvemens la régularité de leur équilibre, les dessèche bientôt en accélérant l'évaporation de la pellicule d'eau qui les compose, et elles crèvent en peu de temps. Pour leur donner plus de durée, et les observer dans un état constant et calme, il faut, si on veut les laisser pendre au bout du tube, introduire celui-ci, chargé de liquide, dans un flacon de verre mince dont l'orifice supérieur se ferme par un bouchon percé et fixé autour du tube par le frottement, fig. 9. Alors on souffle la bulle dans le flacon même; et en fermant le tube avec de la cire, elle peut se soutenir pendant des heures entières sans

que son volume varie sensiblement (1). Dans cette disposition, le liquide tendant toujours à s'écouler vers le bas de la bulle, la plus grande épaisseur a lieu en ce point; à partir de là, la pellicule va toujours en s'amincissant vers le haut jusqu'à une petite distance de son point d'attache où l'action capillaire du verre détermine un nouvel accroissement d'épaisseur. Cette dernière cause d'inégalité n'existe pas dans la première méthode où on laisse nager la bulle librement sur la dissolution même; alors elle est parfaitement hémisphérique, et la dégradation de son épaisseur étant déterminée par la pesanteur seule, se continue de sa base jusqu'à son sommet avec la plus parfaite régularité. Aussi est-ce de cette manière que Newton a fait ses bulles en y joignant toujours la précaution de les couvrir d'une cloche de verre mince et transparente qui les préserve de l'action de l'air. Pour les observer commodément, il faut placer l'appareil devant une fenêtre ouverte, d'où l'on puisse découvrir une grande étendue d'horizon, et recevoir par réflexion sur la bulle la lumière blanche des nuées. En outre, pour qu'aucune lumière étrangère ne vienne se mêler à cette réflexion, il faut que l'extérieur du vase qui contient la dissolution soit de quelque couleur sombre; enfin il faut suspendre un drap noir au-delà de la bulle du côté opposé à l'œil, afin d'intercepter les rayons lumineux qui pourraient être envoyés dans cette direction par les objets extérieurs. Quand tout est ainsi disposé, on aperçoit sur la bulle plusieurs anneaux concentriques horizontaux dont les couleurs sont très-vives, et disposées avec une régularité parfaite. Ils se montrent d'abord sur le sommet de la bulle dans la partie où elle est le moins épaisse; mais à mesure que l'eau, en s'écoulant vers le bas, l'amincit davantage, on voit les anneaux se dilater progressivement, et s'étendre sur toute sa surface. Après que différentes suites de couleurs ont ainsi paru tour à tour au centre des anneaux, il s'y forme une tache noire, d'abord très petite, qui ensuite se

(1) Ce procédé a été indiqué par un médecin allemand nommé Leydenfrost.

dilate à son tour, jusqu'à ce qu'enfin la bulle crève, et c'est toujours de cette manière qu'elle finit. Comme ces couleurs sont plus vives et plus étendues que celles qui se produisent sur des lames minces d'air, on en peut mieux distinguer l'ordre, la succession et les différentes espèces. Les voici telles que Newton les a décrites.

En partant de la partie la plus basse, par conséquent la plus épaisse de la bulle, et remontant vers sa partie la plus haute qui était aussi la plus mince, on observait simultanément, ou tour à tour, sept séries distinctes de couleurs dans l'ordre suivant : Rouge bleu; Rouge bleu; Rouge bleu; Rouge vert; Rouge jaune, vert, bleu, pourpre; Rouge jaune, vert, bleu, violet; Rouge jaune, blanc, bleu, noir. Le nombre de ces séries, la manière dont leurs couleurs se succèdent, l'espèce même de ces couleurs, tout est pareil à ce que nous avons déjà observé sur les lames minces d'air et d'eau comprises entre deux surfaces de verre.

« Les trois premières suites de rouge et de bleu étaient, dit Newton, d'une couleur fort faible et fort sale, surtout la première où le rouge paraissait presque blanc. Dans ces trois suites, il y avait à peine aucune autre couleur sensible que le rouge et le bleu; seulement le bleu (surtout dans la seconde suite) tirait un peu sur le vert ».

« Le quatrième rouge était aussi faible et sale; mais il ne l'était pas tant que les trois précédens. Après cela venait peu ou point de jaune, mais quantité d'un vert qui d'abord tirait un peu sur le jaune, et se changeait ensuite en un vert de saule assez vif et bien marqué, lequel, après cela, dégénérait en une couleur bleuâtre, mais qui n'était suivie ni de bleu ni de violet ».

« Dans la cinquième suite, d'abord le rouge tirait beaucoup sur le pourpre, et devint ensuite plus éclatant et plus vif, mais non pas pourtant fort net. A ce rouge succédait un jaune fort éclatant et très-foncé, mais en petite quantité, et qui se changeait bientôt en un vert abondant, un peu plus net, plus chargé et plus vif que le vert précédent. Après cela venait un excellent bleu, un bleu céleste très-éclatant, et ensuite un pourpre qui

était en moins grande quantité que le bleu, et fort approchant du rouge ».

« Dans la sixième suite, le rouge fut d'abord d'une couleur ponceau très-belle et très-vive, et bientôt après il devint plus éclatant, étant fort net, fort vif et le plus beau de tous les rouges. Ensuite, après un vif orangé, vint un jaune foncé brillant et copieux, qui était aussi le meilleur de tous les jaunes, lequel se changea d'abord en jaune-verdâtre, puis en bleu-verdâtre; mais le vert entre le jaune et le bleu était en si petite quantité, et si lavé, qu'il ressemblait plutôt à un blanc-verdâtre qu'à un véritable vert. Le bleu qui parut immédiatement après, devint fort bon et d'un fort beau bleu céleste très-vif, quoiqu'un peu inférieur au bleu céleste précédent; et le violet était foncé, avec peu ou point de rouge, et en plus petite quantité que le bleu ».

« Dans la dernière suite, le rouge parut d'abord d'une teinte mordorée approchant du violet, laquelle se changea bientôt en une couleur plus brillante tirant sur l'orangé; le jaune qui suivit fut d'abord assez bon et assez vif, mais dans la suite il devint plus faible, jusqu'à se terminer par degrés en un blanc parfait; et quand l'eau était assez visqueuse pour que la bulle pût se soutenir avec une si petite épaisseur, ce blanc se répandait et se dilatait lentement sur la plus grande partie de la bulle, devenant toujours plus pâle vers le haut, où enfin il se fendait en plusieurs endroits; et à mesure que ces fentes se dilataient, elles paraissaient d'un bleu céleste assez bon, mais obscur et sombre. Pour le blanc qui se trouvait entre les taches bleues, il diminua jusqu'à ce qu'il devînt semblable aux mailles d'un réseau irrégulier; et bientôt après il s'évanouit, en laissant toute la partie supérieure de la bulle d'un bleu obscur tel que celui que je viens de décrire. Ce bleu là se dilatait vers le bas de la même manière que le blanc mentionné ci-dessus, jusqu'à envelopper quelquefois toute la bulle. Cependant sur le haut, qui était d'un bleu plus obscur que le bas, et qui paraissait aussi plein de plusieurs taches bleues de figure ronde, un peu plus sombres que le reste, il paraissait une ou plusieurs taches extrêmement noires; et au dedans de ces taches on en voyait encore d'autres d'un noir plus foncé. Ces dernières se dila-

taient continuellement, jusqu'à ce que la bulle vînt à crever ».

« Lorsque l'eau n'était pas fort visqueuse, il éclatait des taches noires dans le blanc, sans aucun mélange sensible de bleu, et quelquefois elles éclataient dans le jaune ou dans le rouge précédent, ou peut être dans le bleu du second ordre, avant que les couleurs moyennes eussent eu le temps de se déployer ».

« On voit, par cette description, quelle grande affinité il y a entre ces couleurs et celles qui s'engendrent dans les lames d'air et que nous avons décrites précédemment; car la série des teintes, en passant des plus grandes épaisseurs aux plus petites, est absolument pareille ».

« Regardant en diverses positions obliques de l'œil les anneaux colorés qui venaient paraître au haut de la bulle, je trouvai qu'ils se dilataient sensiblement, à mesure que l'obliquité de l'œil augmentait, quoiqu'il s'en fallût beaucoup qu'ils se dilatassent autant que ceux qui se produisent sur les lames minces d'air; car en étudiant ceux-ci, nous avons trouvé que, lorsqu'on les regardait très-obliquement, ils arrivaient à une partie de la lame d'air plus de douze fois plus épaisse que celle où ils paraissaient lorsqu'on les regardait perpendiculairement; au lieu que, dans le cas présent, les anneaux vus le plus obliquement se trouvaient alors dans un endroit où l'épaisseur de l'eau était à l'épaisseur qu'elle avait dans l'endroit où ils étaient vus par des rayons perpendiculaires, dans une proportion un peu moindre que de 8 à 5. Suivant mes observations les plus exactes, c'était entre 15 et 15 $\frac{1}{2}$ à 10; de sorte que l'accroissement de ces anneaux est vingt-quatre fois moindre que celui des anneaux qu'on voit dans une lame d'air ».

« Quelquefois la bulle devenait d'une épaisseur uniforme partout, excepté vers le sommet tout près de la tache noire, ce que j'inférai de ce que, dans toutes les positions de l'œil, la bulle présentait la même apparence de couleurs; et alors les couleurs qu'on voyait sur la circonférence apparente par les rayons les plus obliques, étaient différentes de celles qu'on voyait en d'autres endroits par des rayons moins inclinés à la bulle. La même partie de cette bulle paraissait de différentes couleurs à divers spectateurs qui la regardaient selon des obli-

quités fort différentes ». Or, en observant les teintes en divers endroits de la bulle sous l'incidence perpendiculaire, et les comparant avec celles de même rang et de même nature que l'on observe sur une lame mince d'eau ou d'air comprise entre deux verres, Newton pouvait conclure les rapports d'épaisseur de la bulle en ses diverses parties; puis, considérant les différentes parties où se réfugiait une même teinte quand on la suivait sous des obliquités diverses, il put conclure l'épaisseur de l'eau qui lui convenait sous diverses obliquités; et, tant par ces observations que par diverses autres épreuves fondées sur les mêmes principes, il construisit la table suivante, analogue à celle qu'il avait formée pour les lames minces d'air.

Incidences des rayons sur l'eau.	Leur réfraction en passant dans l'eau.	L'épaisseur de l'eau.
0° 0′	0° 0′	10
15 0	11 11	10 $\frac{1}{4}$
30 0	22 1	10 $\frac{4}{5}$
45 0	32 2	11 $\frac{4}{5}$
60 0	40 30	13
75 0	46 25	14 $\frac{1}{2}$
90 0	48 35	15 $\frac{1}{5}$

Les deux premières colonnes expriment les obliquités des rayons à la surface de l'eau, c'est-à-dire leurs angles d'incidences et de réfraction : le calcul est fait en supposant que les sinus de ces angles sont entre eux comme 4 à 3, de même que si l'eau était pure, quoique probablement le savon qui s'y trouve dissous modifie un peu sa force réfringente. Dans la troisième colonne, l'épaisseur de la bulle par laquelle une couleur quelconque est produite, est exprimée en parties, dont dix composent l'épaisseur propre à produire cette couleur, lorsque les rayons sont perpendiculaires. On voit par ce tableau que la même couleur est successivement réfléchie à une épaisseur plus grande, à mesure que les rayons incidens deviennent plus

obliques, et par conséquent si l'on observait ainsi les couleurs sur une lame dont l'épaisseur fût constante, à mesure que l'obliquité augmenterait, leurs limites remonteraient vers le centre des anneaux, comme si la lame devenait plus mince.

Non-seulement ces résultats sont analogues à ceux que nous avons trouvés dans la page 24, pour les lames minces d'air, mais ils peuvent être liés entre eux par la même loi qui nous a servi alors; il n'y faut changer que le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction, qui était $\frac{11}{17}$ lorsque la lumière passait du verre dans l'air, et qui se trouve égal à $\frac{4}{3}$, suivant l'expérience de Newton, lorsque la lumière passe de l'air dans l'eau, comme nous le supposons ici. Alors, en nommant e l'épaisseur d'eau qui réfléchit une certaine couleur sous l'incidence perpendiculaire, et e' l'épaisseur qui réfléchit la même couleur lorsque l'angle de réfraction dans l'eau est r, on aura e' par la formule

$$e' = \frac{e}{\cos u} \qquad \sin u = \left(\frac{105 + n}{106}\right) \sin r \qquad n = \frac{4}{3}.$$

Avec cette formule on retrouverait tous les nombres de la table presque exactement. Cet accord est une confirmation nouvelle et très-forte de l'identité qui existe entre les phénomènes des couleurs produites sur les lames minces d'eau entourées d'air, et celles qui se forment sur les lames minces d'air ou d'eau entre deux verres objectifs.

Des variations analogues s'observent dans les couleurs que réfléchissent les lames minces de verre soufflées à la lampe jusqu'au point de se rompre, et les feuillets de mica amenés à un extrême degré de ténuité. Car, si l'on place de telles lames horizontalement au-dessus d'un fond noir, et qu'on y observe la réflexion de la lumière blanche des nuées sous des incidences diverses, en haussant ou baissant l'œil, on trouve aussi que leurs couleurs changent, et changent dans le même sens que celles des lames d'air ou d'eau, lorsqu'on observe les ordres d'anneaux qui arrivent successivement à une même distance de la tache centrale, par conséquent à une même épaisseur. Mais, de même que la marche et l'étendue de ces variations sont beaucoup moindres dans les lames d'eau que dans les lames

d'air, pour des changemens égaux d'incidence, à cause de la grande différence des réfractions que les rayons y subissent, de même elles sont encore un peu moindres dans le verre et dans le mica que dans les lames d'eau, parce que ces substances réfractent un peu plus fortement que l'eau. Enfin des variations semblables s'observent encore, mais beaucoup plus faibles et presque insensibles, dans les couleurs qui paraissent sur les métaux oxidables, particulièrement sur l'acier poli et le cuivre, lorsqu'on les a chauffés à l'air libre. Et en effet, cela doit être, car ces métaux se couvrent alors d'une petite couche d'oxide qui, ayant moins d'action sur la lumière que le métal pur, d'après le peu de force réfringente que nous avons reconnue à l'oxygène, doit produire une réflexion, quoiqu'appliquée sur sa surface, et par conséquent faire voir des couleurs, si elle est suffisamment mince. De plus, ces couleurs doivent varier très-peu avec l'incidence, comme étant produites par une matière dont l'action sur la lumière est très-énergique. On peut même, quand le rapport de réfraction de la lame est donné, aller jusqu'à calculer les limites de ces variations, d'après l'expression générale de l'angle u; et l'observation s'y trouve parfaitement conforme; ou, si le rapport de réfraction n'est pas connu, on peut le déduire de cette comparaison, et en conclure aussi l'épaisseur de la lame mince qui réfléchit telle ou telle couleur. Nous nous occuperons plus tard de ces applications.

Une si parfaite identité de résultats, pour des substances et des réfractions si diverses, montre avec évidence que l'ordre des anneaux, leur arrangement, et la nature de leurs teintes, suivent toujours des lois pareilles dans toutes les espèces de lames. Il n'y a de différence que dans la valeur absolue des épaisseurs auxquelles ils se forment, et dans la marche plus ou moins rapide des variations qu'ils éprouvent par l'obliquité d'incidence des rayons lumineux. Leurs lois générales nous sont ainsi complètement connues; mais ce sont encore des lois composées, parce que les phénomenes eux-mêmes le sont. En effet, toutes les expériences que nous avons jusqu'ici rapportées, ayant été faites avec la lumière blanche des nuées qui contient toutes sortes de rayons inégalement réfrangibles, la variété des

teintes qui en résultent à des épaisseurs diverses, montre que la réflexion ne s'opère pas également à chaque épaisseur sur toutes les espèces de rayons. De sorte que pour analyser complètement les phénomènes, il nous faut entrer dans l'examen des anneaux formés par chaque espèce de rayon en particulier. Quand la loi de ces résultats élémentaires nous sera connue, nous pourrons en déduire les effets produits par le mélange de tous les rayons qui composent la lumière blanche, et recomposer ainsi le phénomène après l'avoir décomposé.

C'est ce que fit Newton. Il recommença dans la chambre obscure ses expériences sur les lames minces d'air contenues entre deux verres. Ayant rompu un trait de lumière blanche par le prisme pour obtenir les divers rayons simples, il les fit tomber les uns après les autres sur une feuille de papier blanc qui les réfléchissait de toutes parts, et il plaça son œil de manière à pouvoir observer le papier coloré par réflexion sur les verres et la lame d'air intermédiaire. Il découvrit ainsi les phénomènes suivans, dont il constata toutes les particularités avec le plus grand soin, et que nous rapporterons à-peu-près dans les mêmes termes qu'il a employés.

1°. Chaque rayon simple produisait des anneaux de sa couleur, soit par réflexion, soit par transmission : les anneaux étaient entièrement rouges dans la lumière rouge, jaunes dans la lumière jaune, et ainsi du reste.

2°. Dans chaque espèce de lumière, les anneaux réfléchis étaient séparés par des intervalles obscurs, ce qui les rendait beaucoup plus distincts qu'en plein jour, et faisait qu'on en pouvait discerner un bien plus grand nombre. Ils s'approchaient de plus en plus les uns des autres à mesure qu'ils s'éloignaient davantage de leur centre, qui formait le premier et le plus intérieur des anneaux obscurs.

Remarquez que Newton ne dit point que ces anneaux intermédiaires entre les anneaux lucides, vus par réflexion, fussent *noirs*, mais *obscurs* (*darks*). En effet, pour qu'il eût pu les voir *noirs*, il aurait fallu que la première et la seconde surface du verre, situées du côté de l'œil, n'eussent point réfléchi du tout de lumière. Cette complication de réflexions est inévitable; elle

aurait lieu, même quand on emploierait une seule lame mince isolée, puisque la première surface d'une telle lame produirait encore une réflexion partielle dont l'effet parviendrait à l'œil en même temps que la lumière des anneaux. C'est à la raison à séparer ici ce que l'expérience réunit nécessairement; mais cette remarque peut faire apprécier la fidélité scrupuleuse que l'on retrouve toujours dans les énoncés de Newton.

3°. Les intervalles obscurs qui séparaient les anneaux lumineux réfléchis, formaient à leur tour des anneaux lumineux quand ils étaient vus par transmission; et il y avait entre eux des intervalles plus sombres, correspondans aux endroits sur lesquels la lumière se réfléchissait le plus abondamment. Mais ces intervalles sombres n'étaient pourtant pas noirs, parce que la réflexion sur une lame d'air est bien loin d'être totale, même dans la partie la plus brillante des anneaux réfléchis; et il en est ainsi sur toutes les lames minces diaphanes de nature quelconque, comme nous l'avons déjà remarqué.

4°. En observant les anneaux lumineux réfléchis, Newton trouva qu'ils ne formaient pas de simples lignes mathématiques; chacun d'eux occupait un certain espace circulaire, dans lequel l'intensité de la lumière allait en se dégradant de part et d'autre indéfiniment.

5°. En mesurant les diamètres des anneaux réfléchis, dans les points les plus lumineux de leurs orbites, il trouva que, pour chaque espèce particulière de rayons, les carrés de ces diamètres suivaient la progression arithmétique des nombres impairs 1, 3, 5, 7.... ; par conséquent les épaisseurs de l'air, dans les périmètres des anneaux successifs, formaient aussi une progression semblable, car les épaisseurs sont proportionnelles aux carrés des diamètres. Lorsque les verres étaient illuminés par la partie la plus brillante du spectre, qui répond à la limite du jaune et de l'orangé, le diamètre absolu du sixième anneau se trouva le même, à peu de chose près, qu'on l'avait trouvé dans les expériences faites au grand jour, en le mesurant au point le plus brillant de l'anneau composé.

6°. En mesurant aussi les diamètres des anneaux obscurs compris entre ceux dont nous venons de parler, il se trouva que,

pour chaque espèce particulière de rayons, les carrés de leurs diamètres suivaient la progression arithmétique des nombres pairs 2, 4, 6, 8.... et par conséquent les épaisseurs de l'air dans le périmètre de ces anneaux suivaient aussi une progression semblable.

7°. Par d'autres mesures, prises sur les anneaux transmis, il se trouva que leurs parties les plus brillantes répondaient aux intervalles les plus obscurs des anneaux réfléchis, et que, au contraire, leurs parties les plus obscures répondaient aux parties les plus brillantes de ces mêmes anneaux. D'où l'on voit que, dans les anneaux transmis, les épaisseurs de l'air suivent, dans les parties brillantes, la progression des nombres pairs 2, 4, 6, 8....; et dans les intervalles obscurs, la progression des nombres impairs 1, 3, 5, 7....

8°. Les dimensions absolues d'un même anneau, ou plutôt d'un anneau de même ordre, étaient différentes dans les différentes couleurs. Ainsi le diamètre extérieur du cinquième anneau, par exemple, lorsqu'il était formé par les premiers degrés du rouge extrême, était plus grand que celui du même anneau formé par les rayons qui composent le milieu du rouge; et ce dernier était plus grand que lorsque l'anneau était formé par les premiers rayons de l'orangé, et ainsi de suite dans l'ordre de réfrangibilité des couleurs, jusqu'au violet, qui formait les plus petits anneaux. La largeur des anneaux à leur périmètre, c'est-à-dire l'étendue occupée par tous les degrés de leur lumière, différait pareillement selon les diverses couleurs; elle était plus grande dans les premiers rayons rouges, moindre dans ceux du milieu du rouge, moindre encore dans l'orangé, et ainsi de suite jusqu'au violet, où elle était la moindre de toutes.

9°. Les anneaux simples, formés par chaque couleur, étaient les plus petits possibles qnand les rayons traversaient perpendiculairement la lame d'air; et ils s'agrandissaient à mesure que l'incidence devenait plus oblique, conformément à la loi exposée page 27. Or, supposez qu'au lieu de faire arriver les rayons à travers un verre plan, on les fit parvenir à travers un prisme ADB, posé de même sur un verre convexe, comme le représente la fig. 10; alors les parties du faisceau réfracté qui

pénètrent la lame d'air à des épaisseurs inégales, formeront encore par réflexion des anneaux circulaires autour du point de contact C, et l'observateur situé en O du côté opposé à leur incidence, pourra encore les apercevoir à travers le prisme, à cela près, que leurs dimensions naturelles seront altérées par la réfraction. Mais ici, la lumière incidente étant supposée simple, on peut corriger cette altération par le calcul, et retrouver les dimensions naturelles de chaque anneau sous une incidence quelconque, d'après ses dimensions apparentes, mesurées sur la seconde face prismatique AD. Enfin l'on pourrait également faire la base AB du prisme convexe, d'un rayon connu, et la poser sur un verre plan, en calculant du reste les vraies dimensions des anneaux, comme dans la supposition précédente; l'on aurait ainsi l'avantage de pouvoir introduire les rayons dans la lame d'air, même sous l'incidence de 90°. Il paraît que Newton a employé des moyens de ce genre pour pousser jusqu'à ces dernières limites ses expériences sur l'agrandissement des anneaux par l'obliquité.

Les observations précédentes nous expliquent complètement le phénomène composé que présentent les anneaux formés par la lumière naturelle; car cette lumière n'étant qu'un mélange de rayons de couleurs diverses dans des proportions déterminées, lorsqu'un faisceau d'un pareil mélange vient à tomber sur la lame mince d'air interposée entre les verres, chaque rayon simple doit former les anneaux suivant les lois qui lui sont propres; et comme la grandeur absolue de ces anneaux est différente pour les rayons de diverses couleurs, il en doit résulter entre eux une séparation qui permette de les distinguer. Cette séparation ne sera pas si nette que dans les observations faites avec des rayons simples, parce que les anneaux de diverses couleurs doivent se recouvrir en partie, et empiéter les uns sur les autres d'une manière qui peut être inégale dans leurs différentes successions, de manière à produire cette infinité de teintes diverses que l'expérience nous y fait apercevoir. Mais, quoique cette superposition successive des anneaux simples soit en effet la clef des phénomènes, nous ne pouvons

être bien assurés de cette vérité, qu'après avoir mesuré avec exactitude la grandeur absolue des diamètres et des largeurs des différens anneaux formés par ces rayons ; car ces résultats une fois connus, ce devra être un simple problème d'arithmétique que de trouver l'espèce et la quantité de chaque couleur simple qui peut être réfléchie ou transmise à chaque épaisseur déterminée ; et par conséquent, si nous calculons les effets de la composition de toutes les couleurs par les règles données dans la première partie de l'optique, nous devrons en déduire, avec la dernière rigueur, les expressions numériques des intensités et des teintes qui doivent exister dans chacun des points des anneaux composés, conséquences qu'il sera ensuite facile de comparer à l'expérience. En un mot, nous voici parvenus à entrevoir, à reconnaître même une cause possible des phénomènes que nous examinons ; il faut maintenant des mesures précises pour en constater la réalité, et convertir nos aperçus en certitude.

C'est aussi ce que fit Newton. Il mesura les diamètres des anneaux simples de même ordre, dans la partie intérieure et dans la partie extérieure de leur périmètre, et, en les considérant successivement aux limites des diverses couleurs du spectre, en commençant par le violet le plus extérieur, il trouva que les diamètres, soit extérieurs, soit intérieurs, étaient entre eux comme les racines cubiques des nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, 1 ; lesquels représentent les longueurs que doit avoir une corde de musique pour produire toutes les notes d'une gamme mineure ; c'est-à-dire que si l'on représente par 1 le diamètre intérieur d'un certain anneau, lorsqu'il est formé par les rayons rouges qui composent la partie la plus extérieure du spectre, $\sqrt[3]{\frac{8}{9}}$ exprimera le diamètre intérieur du même anneau quand il sera formé par les rayons qui forment la limite du rouge et de l'orangé, et ainsi de suite jusqu'à $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$, qui représentera le diamètre intérieur du même anneau, quand il sera formé par les derniers rayons violets pris à l'autre extrémité du spectre. C'est ce qui deviendra plus sensible par le tableau

suivant, où d représente le diamètre intérieur, et D le diamètre extérieur d'un même anneau, lorsqu'il est formé par les derniers rayons rouges qui terminent le spectre.

Désignation des couleurs.	Diamètre intérieur.	Diamètre extérieur.	Largeur de l'anneau à son périmètre.
Rouge extrême.....	d	D	D—d
Limite du rouge et de l'orangé.....	$d\sqrt[3]{\frac{8}{9}}$	$D\sqrt[3]{\frac{8}{9}}$	$(D-d)\sqrt[3]{\frac{8}{9}}$
de l'orangé et du jaune.	$d\sqrt[3]{\frac{5}{6}}$	$D\sqrt[3]{\frac{5}{6}}$	$(D-d)\sqrt[3]{\frac{5}{6}}$
du jaune et du vert...	$d\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$	$D\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$	$(D-d)\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$
du vert et du bleu....	$d\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$	$D\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$	$(D-d)\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$
du bleu et de l'indigo.	$d\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$	$D\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$	$(D-d)\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$
de l'indigo et du violet.	$d\sqrt[3]{\frac{9}{16}}$	$D\sqrt[3]{\frac{9}{16}}$	$(D-d)\sqrt[3]{\frac{9}{16}}$
Violet extrême.....	$d\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$	$D\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$	$(D-d)\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

Ou en réduisant les nombres de ce tableau en fractions décimales :

Désignation des couleurs.	Diamètre intér. de l'ann.	Diamètre extér. de l'ann.	Largeur de l'anneau à son périmètre.
Rouge extrême...	d	D	D—d
Limite du rouge et de l'orangé....	d.0,96150	D.0,96150	(D—d).0,96150
de l'orangé et du j.	d.0,94104	D.0,94104	(D—d).0,94104
du jaune et du vert.	d.0,90856	D.0,90856	(D—d).0,90856
du vert et du bleu.	d.0,87358	D.0,87358	(D—d).0,87358
du bleu et de l'ind.	d.0,84343	D.0,84343	(D—d).0,84343
de l'ind. et du viol.	d.0,82548	D.0,82548	(D—d).0,82548
Violet extrême....	d.0,79370	D.0,79370	(D—d).0,79370

On voit par ce tableau que la largeur de l'anneau à son périmètre est d'autant plus grande, qu'il est formé par une lumière moins réfrangible. De plus, si l'on prend une moyenne arithmétique, entre le plus grand diamètre D, formé par le rouge extrême et le plus petit diamètre D . 0,79370, formé par les derniers rayons violets, cette moyenne sera D . 0,89685 ; et elle différera très-peu du diamètre D . 0,90856, qui répond à la couleur moyenne entre le jaune et le vert. Ces résultats, constatés par Newton, sont fort différens de ce qui arrive aux couleurs du spectre oblong, formé par la réfraction d'un prisme de verre ordinaire ; car alors le rouge se trouve le plus contracté, le violet le plus dilaté, et les confins du vert et du bleu sont au milieu de toutes les couleurs.

10°. Puisque les épaisseurs de l'air dans le périmètre de différens anneaux sont proportionnelles aux carrés des diamètres, il en résulte que ces épaisseurs aux limites d'un même anneau, successivement formées par les limites des couleurs, telles que nous venons de les fixer, sont entre elles comme les carrés des racines cubiques des nombres 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{2}$; ou, en extrayant ces racines, ces épaisseurs sont entre elles comme les nombres 10000, 9243, 8855, 8255, 7631, 7114, 6814, 6300, qui sont les carrés des diamètres exprimés dans le tableau précédent, et multipliés par 10000. De là on déduit le tableau suivant, où les lettres *e*, E représentent les épaisseurs de l'air dans les points extrêmes de l'anneau formé par les rayons rouges les plus extérieurs.

Désignation des couleurs.	Epaisseur de l'air au périmètre intérieur de l'anneau.	Epaisseur de l'air au périmètre extérieur de l'anneau.
Rouge extrême.....	*e*	E
Lim. du rouge et de l'or.	*e*.0,9243	E.0,9243
de l'orangé et du jaune..	*e*.0,8855	E.0,8855
du jaune et du vert.....	*e*.0,8255	E.0,8255
du vert et du bleu.....	*e*.0,7631	E.0,7631
du bleu et de l'indigo...	*e*.0,7114	E.0,7114
de l'indigo et du violet..	*e*.0,6814	E.0,6814
Violet extrême.....	*e*.0,6300	E.0,6300

En combinant ces résultats avec la loi suivant laquelle les épaisseurs augmentent d'un anneau à un autre dans une même espèce de couleurs, on peut obtenir les épaisseurs de l'air au commencement et à la fin de chaque anneau, soit brillant, soit obscur, dans toute la série des anneaux.

Soient CB, CD, fig. 11, les deux verres superposés. Supposons qu'ils soient éclairés par une lumière simple d'une couleur quelconque, et que les espaces où sont les hachures désignent ceux par lesquels la lumière passe librement, tandis que les espaces sans hachures désignent ceux où elle est réfléchie : alors les lignes ${}_1P_1e$, P_1e_1 désigneront les limites de la tache centrale ; cette même ligne P_1e_1, avec la ligne Q_1E_1, formeront les limites du premier anneau réfléchi ; de même P_2e_2 et Q_2E_2 formeront les limites du second anneau, et ainsi de suite pour tous les autres : sur quoi il faut se représenter ces limites, non pas comme brusques et tranchées, mais comme celles où la lumière de chaque anneau cesse d'être sensible, en se dégradant continuellement depuis sa partie la plus brillante, qui peut sans erreur être fixée approximativement au milieu de la largeur de chaque anneau.

Ceci bien entendu, désignons par e_1, E_1 les épaisseurs de la lame d'air à ces limites, relativement au premier anneau réfléchi ; par e_2, E_2 les épaisseurs correspondantes relativement au second anneau, et ainsi de suite jusqu'au n^e anneau, pour lequel les épaisseurs extrêmes de la lame d'air seront e_n, E_n ; les épaisseurs de l'air aux parties les plus brillantes de ces anneaux, pouvant être censées des moyennes arithmétiques entre celles qui répondent à ces limites, elles auront pour valeurs $\frac{e_1+E_1}{2}$, $\frac{e_2+E_2}{2}$, $\frac{e_3+E_3}{2}$... et en général $\frac{e_n+E_n}{2}$ relativement au n^e anneau. De même les épaisseurs de l'air dans la partie la plus sombre des intervalles obscurs, pouvant être censées la moyenne des limites qui terminent ces intervalles, elles auront successivement pour valeurs $\frac{E_1+e_2}{2}$, $\frac{E_2+e_3}{2}$... et en général $\frac{E_{n-1}+e_n}{2}$, relativement au $n-1^e$ intervalle ;

et ces quantités, dans l'ordre où elles se suivent, doivent former la série des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, les nombres impairs appartenant aux intervalles brillans, et les nombres pairs aux intervalles obscurs. Ainsi, en exprimant toutes les épaisseurs successivement par la première $\frac{e_1+E_1}{2}$, qui répond au premier anneau lucide, on aura les équations suivantes, dans lesquelles nous avons supprimé le facteur commun 2 :

	Anneaux réfléchis.	Anneaux transmis.
(1)	$e_1+E_1=e_1+E_1$	$E_1+e_2=2(e_1+E_1)$
	$e_2+E_2=3(e_1+E_1)$	$E_2+e_3=4(e_1+E_1)$
	$e_3+E_3=5(e_1+E_1)$	$E_3+e_4=6(e_1+E_1)$;

et en général

$$e_{n-1}+E_{n-1}=(2n-3)(e_1+E_1) \quad E_{n-1}+e_n=(2n-2)(e_1+E_1)$$
$$e_n+E_n=(2n-1)(e_1+E_1) \quad E_n+e_{n+1}=2n(e_1+E_1).$$

La première de ces deux séries se rapporte aux anneaux réfléchis, la seconde à leurs intervalles obscurs. Maintenant il s'agit d'en tirer les valeurs des limites e_n E_n, relativement à un anneau d'un ordre quelconque n. Or cela est très-facile, car en retranchant l'une de l'autre les deux dernières équations, dont l'indice est n, dans les deux colonnes, E_n disparaît, et il reste

$$(2) \qquad e_{n+1}-e_n=e_1+E_1;$$

équation qui n'est plus relative qu'aux limites intérieures des anneaux lucides, et qui montre que ces limites forment une progression arithmétique dont la différence est e_1+E_1. On peut obtenir une équation analogue entre les E seuls, en combinant la dernière équation de la première série avec l'avant-dernière de la seconde; car, en les retranchant l'une de l'autre, e_n disparaît, et il reste

$$E_n-E_{n-1}=e_1+E_1.$$

Les épaisseurs qui forment les limites extérieures des anneaux suivent donc, comme les limites intérieures, une progression arithmétique; et la raison de cette progression est la même

pour ces deux ordres de quantités. Le premier terme de cette progression pour la série des e_n est e_1; et de même pour la série des E_n, le premier terme est E_1. Or, quand on connaît dans une progression arithmétique le premier terme et la raison, on peut bien aisément former un terme quelconque, puisque ce terme est égal au premier plus autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui; on aura donc pour le n^e terme

$$e_n = e_1 + (n-1)(e_1 + E_1)$$
$$E_n = E_1 + (n-1)(e_1 + E_1).$$

Ces deux équations donneront les épaisseurs extrêmes qui comprennent un anneau réfléchi d'un ordre quelconque, soit lucide, soit obscur. La différence de ces limites donnera l'intervalle d'épaisseur que l'anneau occupe. Ce sera,

pour les anneaux lucides $\quad E_n - e_n$,

pour les anneaux obscurs $\quad e_n - E_{n-1}$;

or nos équations donnent

$$E_n - e_n = E_1 - e_1, \qquad e_n - E_{n-1} = 2e_1.$$

Ces intervalles sont donc constans pour tous les anneaux de chaque espèce. C'est aussi ce que Newton dit avoir observé. Le premier anneau lucide était le seul qui occupât un intervalle d'épaisseur un peu plus grand que les autres; mais la différence était si petite, que Newton s'est contenté de la remarquer sans l'introduire dans ses calculs. A cela près, tous les autres anneaux, soit noirs, soit lucides, occupaient des épaisseurs sensiblement égales. Nous verrons plus tard la raison de cette égalité; pour le moment, nous pouvons l'adopter comme un fait : il en résulte

$$E_1 - e_1 = 2e_1, \qquad \text{d'où} \qquad E_1 = 3e_1.$$

Et par suite, nos expressions générales deviennent

$$e_n = (4n-3)e_1; \qquad E_n = (4n-1)e_1.$$

Il ne reste donc plus à déterminer que la constante e_1, relative au premier ordre d'anneaux. Cette constante est différente pour les diverses couleurs simples; mais si nous l'avions pour une seule, nous l'aurions bientôt pour toutes, puisque nous connaissons les proportions qu'il faut établir entre les épais-

seurs auxquelles se produisent leurs anneaux. Or, relativement aux rayons qui forment la limite de l'orangé et du jaune, nous avons trouvé que l'épaisseur moyenne du premier anneau lucide était $\frac{1}{178000}$ de pouce, ou $\frac{1000}{178}$, en prenant le millionième de pouce pour unité. Cette épaisseur a pour expression générale $\frac{e_1 + E_1}{2}$, ou $2e_1$, en mettant pour E_1 sa valeur, et regardant e_1 comme appartenant à la couleur que nous considérons. Il faut donc qu'on ait

$$2e_1 = \frac{1000}{178}, \qquad \text{d'où} \qquad e_1 = 2{,}80899.$$

En divisant cette valeur par 0,8855, on aura la valeur de e_1, qui convient au rouge extrême. Ce sera 3,172206; et de là, d'après les rapports établis page 48, on déduira celles qui conviennent à toutes les autres couleurs (1). Il ne restera plus qu'à les introduire dans les expressions générales de e_n E_n trouvées tout-à-l'heure; et en donnant successivement à n les valeurs 1, 2, 3... jusqu'à 7, on formera le tableau suivant de toutes les épaisseurs pour les sept premiers ordres d'anneaux réfléchis par des lames minces d'air.

---

(1) Il ne faut pas oublier que les mesures de ces épaisseurs sont conclues de l'observation des diamètres; car autrement il ne serait pas concevable que l'on pût évaluer avec exactitude de si petites quantités.

TABLEAU

des Epaisseurs d'air auxquelles commencent et finissent les différens anneaux, exprimées en millionièmes de pouce anglais.

	VIOLET extrême.	LIMITE du violet et de l'indigo.	LIMITE de l'indigo et du bleu.	LIMITE du bleu et du vert.	LIMITE du vert et du jaune.	LIMITE du jaune et de l'orangé.	LIMITE de l'orangé et du rouge.	ROUGE extrême.
1er anneau e_1	1,99849	2,16154	2,25671	2,42071	2,61866	2,80899	2,93207	3,172206
$E_1 = 3\,e_1$	5,99547	6,48462	6,77013	7,26213	7,85598	8,42697	8,79621	9,516618
2e anneau $e_2 = 5\,e_1$	9,99245	10,80770	11,28355	12,10355	13,09330	14,04495	14,66035	15,861030
$E_2 = 7\,e_1$	13,98943	15,13078	15,79697	16,94497	18,33062	19,66293	20,52449	22,205442
3e anneau $e_3 = 9\,e_1$	17,98641	19,45386	20,31039	21,78639	23,56794	25,28091	26,38863	28,549854
$E_3 = 11\,e_1$	21,98339	23,77694	24,82381	26,62781	28,80526	30,89889	32,25277	34,894266
4e anneau $e_4 = 13\,e_1$	25,98037	28,10002	29,33723	31,46923	34,04258	36,51687	38,11691	41,238678
$E_4 = 15\,e_1$	29,97735	32,42310	33,85065	36,31065	39,27990	42,13485	43,98105	47,583090
5e anneau $e_5 = 17\,e_1$	33,97433	36,74618	38,36407	41,15207	44,51722	47,75283	49,84519	53,927502
$E_5 = 19\,e_1$	37,97131	41,06926	42,87749	45,99349	49,75454	53,37081	55,70923	60,271914
6e anneau $e_6 = 21\,e_1$	41,96829	45,39234	47,39091	50,83491	54,99186	58,98879	61,57347	66,616326
$E_6 = 23\,e_1$	45,96527	49,71542	51,90433	55,67633	60,22918	64,60677	67,43761	72,960738
7e anneau $e_7 = 25\,e_1$	49,96225	54,03850	56,41775	60,51775	65,46650	70,22475	73,30175	79,305150
$E_7 = 27\,e_1$	53,95923	58,36158	60,93117	65,35917	70,70382	75,84273	79,16589	85,649562

Les résultats de cette table peuvent être représentés au moyen d'une construction géométrique qui permet de les embrasser d'un coup d'œil. Nous allons l'expliquer telle que Newton l'a donnée.

Remarquons d'abord que la suite des quantités e_1, E_1, e_2, E_2, e_3, E_3...., pour chaque couleur, forme une progression arithmétique e_1, $3e_1$, $5e_1$, $7e_1$...., dont la différence est $2e_1$, et qui suit l'ordre des nombres impairs. Si nous voulons représenter géométriquement ce résultat, il n'y a qu'à diviser une droite indéfinie ZZ', fig. 12, en un nombre indéfini de parties égales entre elles et à e_1, puis marquer les points de division successifs par les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6....; et alors, depuis l'épaisseur o jusqu'à l'épaisseur Z 1 $= e$, les rayons de cette couleur seront transmis; ensuite depuis l'épaisseur Z 1 jusqu'à l'épaisseur Z 3, ils seront réfléchis; puis de Z3 à Z 5 ils seront de nouveau transmis; et ainsi de suite, ils seront alternativement transmis et réfléchis dans toute l'étendue de la droite ZZ'. Le maximum de réflexion aura lieu dans les épaisseurs Z 2, Z6, Z 10...., qui suivent la progression arithmétique des nombres impairs 1, 3, 5, 7... et le maximum de transmission aura lieu dans les épaisseurs Z 4, Z8, Z 12, qui suivent la progression arithmétique des nombres pairs o, 2, 4, 6...; de sorte que, si l'on veut connaître l'effet produit par une épaisseur quelconque, donnée et représentée par ZX, il n'y a qu'à porter cette longueur sur la droite ZZ', à partir de Z, et le point X où elle aboutira montrera si elle donne lieu à la réflexion ou à la transmission, et à quel ordre d'anneaux elle appartient.

Mais cette construction sur une seule ligne droite n'est applicable qu'aux rayons d'une seule couleur, et même à ceux de cette couleur qui répondent à un endroit déterminé du spectre. Pour la rendre générale, il suffit de remarquer que les valeurs de e_n et de E_n pour les différentes couleurs, lorsque n est le même, sont proportionnelles aux valeurs de e_1, qui conviennent à ces couleurs : par conséquent, on peut les représenter par les ordonnées d'une ligne droite dont les e_1 seraient les

abscisses. Tel est le but de la construction suivante donnée par Newton.

Sur un axe indéfini CZR, fig. 13, prenez, à partir d'un point quelconque C, les abscisses CZ, CU, CI, CB, CV, CJ, CO, CR, proportionnelles aux nombres 0,6300, 0,6814, 0,7114, 0,7031, 0,8255, 0,9243 ; 1, lesquels expriment les rapports des diverses valeurs de e_1 pour les limites des sept principales couleurs du spectre. Ensuite, par les points Z, U, I. . . . R, extrémités de ces abscisses, et perpendiculairement à l'axe CZR, élevez les ordonnées indéfinies ZZ′, UU′. . . RR′; puis, prenant sur la première une longueur Z1, égale à la valeur de e_1, pour les derniers rayons violets du spectre qui confinent au noir, portez successivement ce même intervalle aux points 2, 3, 4, 5. . . . de la même ordonnée, et enfin menez du point C les lignes ponctuées C1, C3, C5. . . . aboutissant à toutes les divisions impaires. Les intersections de ces droites avec les ordonnées relatives à chaque couleur, limiteront les valeurs de e_n et de E_n, auxquelles la réflexion de cette couleur commence et finit dans chaque ordre d'anneaux. Ainsi les espaces 11′33′, 55′77′. . . . compris entre C1 et C3, C5 et C7. . . . indiquent les intervalles d'épaisseur où quelque réflexion s'opère; et les espaces intermédiaires 00′11′, 33′55′. . . . indiquent les intervalles où la lumière incidente est tout-à-fait transmise. Enfin les carreaux trapézoïdes compris dans ces espaces par les ordonnées qui limitent les sept divisions du spectre, indiquent particulièrement les intervalles d'épaisseur propres à la réflexion ou à la transmission de tous les degrés de lumière simple qui produisent la sensation d'une même couleur. Par exemple, les carreaux compris entre les ordonnées Z Z′ et U U′ renferment tous les degrés du violet, ceux qui sont compris entre U U′ et I I′ renferment tous les degrés de l'indigo, et ainsi du reste. Mais il faut joindre à ces limitations géométriques une modification importante; c'est que la transmission est totale dans les endroits qui lui sont assignés, au lieu que la réflexion, d'abord insensible aux limites où elle commence, croît ensuite jusqu'à un certain maximum dont l'épaisseur est indiquée par les lignes moyennes C2, C6, C10. . . ., après quoi elle s'affai-

blit de nouveau par les mêmes degrés ; et même dans ces épaisseurs, où elle est plus énergique, elle n'est encore que partielle. Nous devons aussi remarquer que les intervalles d'épaisseur, qui correspondent à la réflexion, se trouvent toujours, dans la nature, un peu plus grands que ceux qui conviennent à la transmission, surtout dans les premiers ordres d'anneaux. Mais Newton, qui a bien remarqué cette différence, l'a jugée trop petite et trop peu susceptible d'une évaluation exacte pour qu'on pût y avoir égard.

Quoiqu'en construisant cette figure, ainsi que la table dont elle est l'image, nous n'ayons eu en vue que la réflexion des couleurs par des lames minces d'air, elles sont l'une et l'autre applicables à des lames de nature quelconque, puisque nous avons reconnu que sur toutes les substances les anneaux colorés se forment selon les mêmes lois. Il n'y a de changement que dans les valeurs absolues des épaisseurs e_1, auxquelles ils se forment, lesquelles sont d'autant moindres, que la substance est plus réfringente. Nous pouvons donc, avec cette seule modification, regarder les conséquences de notre construction comme générales.

Avec son secours, on trouvera tout de suite si telle ou telle couleur est réfléchie ou transmise à une épaisseur assignée ; car en représentant cette épaisseur par ZX, il n'y a qu'à la porter sur l'ordonnée ZZ′, puis par le point X, où elle se termine, mener une parallèle XX′ à l'axe CZR, et enfin examiner si cette parallèle traverse un des espaces assignés à la transmission ou à la réflexion de la couleur proposée. De même, si l'on demandait quelles sortes de couleurs peuvent être transmises ou réfléchies à cette épaisseur ZX, il n'y aurait qu'à observer s'il y a des parties de cette ligne qui traversent quelque part un des espaces 00′ 11′, 33′ 55′... où la transmission s'opère, car ces parties indiqueront réellement la transmission des couleurs correspondantes ; et, au contraire, celles qui passeront dans les espaces intermédiaires 11′ 33′, 55′ 77′... indiqueront une réflexion, laquelle sera d'autant plus abondante pour chaque section, que la ligne XX′ s'approchera davantage de couper les espaces dans leur milieu, où ils sont tra-

versés par les lignes moyennes C 2, C 6, C 10... etc. Supposons, par exemple, que l'on demande quelle espèce de vert paraîtra par réflexion dans le troisième anneau à l'endroit où la réflexion de cette couleur est la plus vive ? on marquera sur la ligne transversale 1010′ le milieu du carreau qui convient au vert, et menant par ce point une parallèle $v m v'$ à CZR, on trouvera qu'elle passe sur l'extrémité inférieure de l'espace consacré au jaune, et sur l'extrémité supérieure de l'espace consacré au bleu dans ce même anneau. Mais dans tout le reste de son cours, la ligne $v m v'$ passera sur des espaces appartenant à la transmission; d'où l'on conclura que l'espèce de vert réfléchi à cette épaisseur sera principalement composé de vert simple, mêlé d'un peu de bleu et de jaune, ce qui constituera encore un bon vert.

Nous pouvons ainsi, à l'aide de cette figure, expliquer dans tous ses détails le phénomène des anneaux colorés formés par la lumière naturelle, lorsqu'elle est réfléchie par une lame mince d'air ou de toute autre substance; car tous les rayons simples qui composent cette lumière, pénétrant ensemble la lame mince avec une égale incidence, chacun d'eux doit y former ses anneaux selon ses propres lois; et la seconde surface de la lame doit les réfléchir ou les transmettre aux mêmes épaisseurs auxquelles elle les aurait réfléchis ou transmis, s'ils l'eussent traversée isolément ou successivement. Puis donc que la même épaisseur peut réfléchir séparément les rayons de diverses espèces, comme nous venons de le voir, elle les réfléchira encore simultanément, tandis qu'elle laissera passer tous les autres. De là il résulte que, si la lame mince est partout également épaisse, elle réfléchira dans tous ses points un même mélange de rayons, sous chaque obliquité donnée; et par conséquent si on la regarde d'assez loin pour que les rayons qu'elle renvoie à l'œil dans ses divers points soient sensiblement parallèles, elle paraîtra d'une couleur uniforme. Mais si l'épaisseur varie, les couleurs varieront aussi dans les différens points de la lame, conformément aux épaisseurs. Ainsi, lorsque la lame sera comprise entre deux objectifs sphériques, dont l'intervalle ira toujours en croissant circulairement à partir du point de

contact, il devra se former autour de ce point une infinité d'anneaux circulaires de nuances diverses, comme en effet on l'observe dans les anneaux colorés formés à la lumière du jour.

Nous pouvons même déterminer l'ordre suivant lequel les couleurs de ces anneaux doivent se succéder, à partir de leur centre commun. Pour cela, il suffit de concevoir une ligne droite qui, dans l'origine, coïncidant avec CZR, s'en éloigne peu à peu, en lui étant toujours parallèle, et se meuve ainsi à travers tous les espaces alternatifs où s'opèrent la transmission et la réflexion. D'abord, lorsque cette ligne quittera CZR, elle commencera par traverser un premier espace dans lequel il ne se fait que peu ou point de réflexion, à cause de l'extrême minceur des lames; après quoi elle arrivera en 1, c'est-à-dire aux plus faibles commencemens du violet extrême; mais aussitôt qu'elle aura tant soit peu pénétré dans l'espace qui appartient à cette couleur, elle rencontrera aussi ceux qui contiennent le bleu et le vert, lesquels, avec le violet, composeront un bleu; puis elle pénétrera aussi le jaune et le rouge, qui, avec ce bleu, composeront un blanc. D'après le peu d'inclinaison de la ligne C11′ sur l'axe CZR, on voit que ce passage à la blancheur devra toujours se faire avec beaucoup de rapidité; pour les lames d'air, par exemple, le commencement du violet dans le premier anneau répond à l'épaisseur 1,99849, comme le montre la table de la page 53; et le commencement du rouge, dans ce même anneau, se trouvant sur la limite du rouge et de l'orangé, répond à l'épaisseur 2,93207; d'où il suit que la séparation des couleurs n'a lieu que dans un intervalle d'épaisseur égal à 2,93207 — 1,99849; ou 0,93358; et par conséquent elle sera fort difficile à reconnaître, à moins que les épaisseurs ne varient avec une extrême lenteur. Le blanc étant une fois formé dans le premier anneau, il continuera de se réfléchir plus ou moins parfaitement pendant que la ligne mobile passe de 1 en 3; après quoi les couleurs qui le composent venant à manquer successivement, il se changera premièrement en un jaune composé, puis en rouge, et ce rouge enfin disparaît en 3′. C'est alors que commencent les couleurs du second anneau, et il y a entre elles et celles du premier un petit intervalle noir,

du moins en adoptant comme rigoureuses les limites de réflexion que Newton a fixées ; car l'épaisseur extrême où *finit* le rouge du premier anneau est 9,516618, selon notre table, et l'épaisseur où *commence* le violet du second anneau est 9,99245 ; d'où il suit qu'entre ces deux limites, il y a un intervalle égal à 9,99245 — 9,516618, ou 0,475832, dans lequel aucune couleur n'est réfléchie ; conséquemment il devra se former par transmission en cet endroit, un anneau blanc très-mince. Mais l'existence de ces deux anneaux pourra être modifiée par l'extension plus ou moins considérable des limites sensibles de la réflexion ; car si la lame mince d'air, sur laquelle les limites précédentes sont prises, devenait tout à coup plus réfléchissante, sans déranger d'ailleurs en rien ses autres propriétés, on pourrait observer des quantités de lumière sensibles, aux mêmes endroits où précédemment on n'en apercevait point ; et les intervalles d'épaisseur occupés par les anneaux réfléchis lucides, devenant plus considérables, les deux premiers anneaux pourront s'élargir assez pour faire disparaître le mince anneau noir qui les séparait dans les déterminations de Newton. En effet, nous trouverons par la suite des substances qui nous offriront cette superposition d'une manière assez distincte pour être observée, non pas, à la vérité, dans le phénomène même des anneaux, mais dans une autre série de faits qui suit absolument les mêmes lois de périodicité sur une échelle d'épaisseurs bien plus dilatée. Quoi qu'il en soit, en revenant aux expériences de Newton, nous voyons qu'au-delà du mince anneau noir, dont nous venons de reconnaître l'existence, commencent les couleurs du second anneau qui se succèdent par ordre, tandis que la ligne mobile passe de 5 en 7 : celles-ci sont plus vives que dans le premier anneau, parce qu'elles sont plus dilatées et plus séparées les unes des autres, comme la figure même l'indique, par l'inclinaison plus grande de la ligne 77′ sur l'axe CZR. En vertu de cette séparation, il intervient entre le bleu et le jaune de cet anneau, non plus du blanc, comme dans le premier anneau, mais un mélange d'orangé, de jaune, de vert, de bleu et d'indigo, toutes lesquelles couleurs, jointes ensemble, doivent composer un vert lavé et imparfait. De même

les couleurs du troisième anneau se succèdent par ordre; premièrement vient le violet, qui se mêle un peu avec le rouge du second ordre, car il commence à l'épaisseur 17,9864, et finit à 21,98339, au lieu que le rouge du second ordre ne finit qu'à l'épaisseur 22,205442; d'où il suit que ces deux couleurs sont réfléchies ensemble pendant toute la durée du violet du dernier anneau. C'est pourquoi ce violet n'est point aperçu séparément, et il se change en un pourpre rougeâtre. Ensuite viennent le bleu et le vert, qui sont moins mêlés avec d'autres couleurs, et par cela même plus vifs qu'auparavant, surtout le vert; après, suit le jaune, dont une partie, du côté du vert, est distincte et bonne; mais l'autre partie, du côté du rouge, qui vient immédiatement après, fait un jaune qui, aussi bien que le rouge, est mêlé avec le violet et le bleu du quatrième anneau, d'où résultent différens degrés d'un rouge tirant extrêmement sur le pourpre. Ce violet et ce bleu, qui devraient succéder à ce rouge, se trouvent mêlés et confondus avec lui, d'où il arrive qu'à leur place il succède un vert. Ce vert d'abord tire sur le bleu, mais il devient bientôt un bon vert; et c'est la seule couleur non mêlée et vive qui paraisse dans ce quatrième anneau, car à mesure qu'il tire sur le jaune, il commence à se mêler avec les couleurs du cinquième anneau, par lequel mélange le jaune et le rouge, qui succèdent immédiatement après, deviennent fort faibles et sales, surtout le jaune, qui, étant la plus faible couleur, ne peut qu'à peine être aperçue. Après cela, les différens anneaux et les couleurs s'entremêlent et se confondent de plus en plus, jusqu'à ce qu'après trois ou quatre successions, où le rouge et le bleu dominent partout, toutes les espèces de couleurs, se trouvant partout mêlées assez également ensemble, composent un blanc uniforme.

Comme nous avons observé que les rayons d'une couleur sont transmis dans le même endroit où ceux d'une autre sont réfléchis, on voit qu'en prenant le complément des couleurs réfléchies, dont nous venons de donner la succession, on aura l'ordre et la succession des couleurs transmises. Ainsi, en faisant mouvoir la ligne mobile parallèlement à ZR; et depuis Z

jusqu'en 1, nous avons trouvé que dans cet espace la réflexion était nulle ou insensible; donc la transmission y sera totale, et cela produira la tache blanche centrale qui s'observe dans les anneaux transmis. La ligne arrivant en 1, les rayons violets et bleus commenceront à être réfléchis, par conséquent leur complément dans les anneaux transmis formera un blanc jaunâtre, et ensuite un rouge jaunâtre; mais ces couleurs seront extrêmement faibles et difficiles à voir, parce que les premiers rayons violets ne sont pas d'abord réfléchis en grande abondance, à cause de l'éloignement où la regle se trouve de 22′, et dès qu'elle commence à s'en approcher davantage, elle arrive presque aussitôt en *o′* au commencement du rouge; de sorte que la lumière blanche transmise, perdant ainsi une partie de toutes ses couleurs, et dans une proportion peu différente de celle qui produit la blancheur, reste blanche comme auparavant, ou du moins n'éprouve qu'une coloration peu marquée. Mais en même temps son intensité s'affaiblit, et elle est la moindre possible dans les épaisseurs où la réflexion est la plus vive, ce qui répond au milieu du blanc dans le premier des anneaux réfléchis. C'est là la cause de l'anneau noir, ou plutôt gris-obscur, qui succède au premier rouge jaunâtre dans les anneaux vus par transmission.

La ligne mobile, s'éloignant toujours de l'axe ZR, arrive en 3. Alors les rayons violets commencent à échapper tout-à-fait à la réflexion, puis les bleus, les verts, les jaunes et enfin les rouges échappent à leur tour; mais parce que la ligne 33′ est encore très-peu inclinée sur ZR, il arrive ici la même chose que dans le passage de la ligne de 1 en 1′; c'est-à-dire que l'on ne peut pas distinguer la succession de ces diverses couleurs, à cause du peu de différence des épaisseurs qui les donnent, et aussi à cause de leur faiblesse; de sorte que l'on distingue tout au plus un peu de violet et de bleu, qui se change bientôt en blanc, lorsque la règle arrive en 3′; car nous avons vu qu'alors elle n'atteint pas encore 5, parce que Z5 surpasse R3′ d'une quantité égale à 0,475832 millionièmes de pouce; cela produit le second anneau blanc par transmission, et cet anneau subsiste pendant que la ligne mobile passe de 3′ en 5. Alors la

réflexion commençant à s'opérer sur les couleurs du second anneau, les diverses parties composantes de ce blanc s'en séparent successivement ; d'abord le violet, puis le violet et le bleu, puis le violet, le bleu et le vert, et ainsi de suite, ce qui le change successivement dans les couleurs complémentaires des précédentes, c'est-à-dire en jaune, rouge, violet et bleu. Ce sont là les couleurs du second anneau transmis, et elles sont plus distinctes que celles du premier, parce que la ligne qui les limite est plus inclinée sur ZR que ne l'était 11′ ; ce qui les sépare davantage les unes des autres. En continuant ainsi à s'éloigner de ZR, et prenant toujours la couleur complémentaire de l'anneau réfléchi, on retrouvera successivement les couleurs des anneaux transmis dans l'ordre que nous avons indiqué page 29, d'après l'observation.

On peut, d'après cet examen, concevoir pourquoi les anneaux transmis sont toujours beaucoup plus pâles que les anneaux réfléchis ; c'est que, dans la transmission, les anneaux formés par chaque espèce de lumière simple ne sont point séparés par des intervalles noirs, puisque la réflexion n'est jamais totale en aucun endroit de la lame mince ; de sorte que leur succession n'offre que des alternatives d'intensités périodiquement croissantes et décroissantes ; au lieu que les anneaux simples, vus par réflexion, sont séparés entre eux par des intervalles absolument noirs, ce qui les empêche d'empiéter autant les uns sur les autres quand ils se réfléchissent tous à la fois. Par cette raison, les anneaux transmis devront devenir plus distincts, si l'on augmente le pouvoir réflecteur de la lame mince, puisque les variations d'intensité seront plus considérables dans les diverses parties des anneaux simples qui les composent, ce qui rendra leur mélange moins uniforme. C'est ce que l'on fait quand on incline beaucoup les rayons sur la lame mince, en la regardant très-obliquement ; car alors la réflexion devient jusqu'à quinze et vingt fois plus forte que sous l'incidence perpendiculaire. Aussi observe-t-on alors que les couleurs des anneaux transmis deviennent beaucoup plus sensibles qu'auparavant ; et, au contraire, celles des anneaux réfléchis le sont un peu moins, parce que les anneaux simples

qui les composent s'élargissent et empiètent davantage les uns sur les autres. Généralement, soit L la quantité totale de lumière blanche qui tombe sur la seconde surface de la lame où les anneaux se forment. Supposons que la proportion de chaque couleur simple, qui se réfléchit dans les endroits où la réflexion de cette couleur est la plus forte, soit la même pour toutes, ce que l'expérience indique, et exprimons-la par $\frac{1}{m}$; alors $1 - \frac{1}{m}$ sera la proportion de chaque sorte de lumière qui se transmet en ces mêmes points. Si la réflexion était partout égale à ce maximum d'intensité, la quantité totale de lumière blanche employée dans chaque point des anneaux réfléchis serait $\frac{L}{m}$, ce qui composerait une teinte blanche, et le reste $L - \frac{L}{m}$ formerait aussi par transmission un blanc uniforme. Mais comme la réflexion de chaque couleur simple a des périodes variables d'intensité, dont les maximas répondent, pour les diverses couleurs, à des épaisseurs inégales, il s'ensuit qu'elles se transmettront en chaque point de la lame, suivant des proportions différentes; de sorte que la lumière qui se séparera ainsi de $\frac{L}{m}$ sera colorée, et, en se mêlant à la portion $L - \frac{L}{m}$ qui est constamment transmise, elle en altérera la blancheur. Si m est un nombre un peu considérable, comme cela a lieu pour toutes les substances diaphanes sous l'incidence perpendiculaire, $\frac{L}{m}$ sera une fort petite quantité comparativement à $L - \frac{L}{m}$, et la portion de lumière colorée qui s'en sépare, se mêlant à une si grande quantité de lumière blanche, doit devenir très-peu sensible. C'est pour cela que sous l'incidence perpendiculaire les anneaux transmis à travers les lames d'air, d'eau ou de verre, sont si faibles.

On peut vérifier avec la plus grande facilité toutes ces indications de la théorie, en observant les couleurs qui se développent dans les bulles d'eau savonneuse, tant par réflexion que par transmission ; mais pour pouvoir les suivre dans tous leurs détails, il faut former ces bulles comme je l'ai expliqué page 34, en les soufflant dans un vase fermé, et les laissant pendre au bout du tube avec lequel on les a soufflées. Cette disposition les faisant subsister des heures entières, leur permet de passer progressivement par toutes les variétés d'épaisseur et toutes les diversités de coloration ; mais on peut encore améliorer le procédé en soufflant l'une au-dessus de l'autre deux bulles séparées par une lame d'eau très-mince, comme le représente la figure 14. Pour cela, quand on a formé une première bulle, on porte avec le doigt à l'orifice supérieur du tube une petite goutte d'eau, qui descend bientôt jusqu'à l'autre orifice. On souffle doucement cette eau, et il en résulte une seconde bulle adhérente à la première. La cloison aqueuse qui les sépare est pour l'ordinaire presque plane, et plus ou moins inclinée à l'horizon. Cette obliquité déterminant l'écoulement de l'eau qui la forme, la face s'amincit de plus en plus avec le temps, et s'amincit davantage dans sa partie la plus haute. De là résulte une succession de larges bandes colorées de toutes les teintes des anneaux, qui, paraissant d'abord dans le haut de la lame, descendent graduellement vers le bas, en développant de plus en plus la richesse de leurs teintes, et, dans leur formation successive aussi bien que dans leurs changemens divers, présentent toutes les variétés de coloration que la théorie nous a tout-à-l'heure indiquées.

Jusqu'ici, nous n'avons considéré que l'ordre et l'espèce des couleurs simples qui sont réfléchies ou transmises à chaque épaisseur. Pour recomposer pleinement le phénomène, il faut déterminer la nature des teintes qui résultent de ces mélanges. Cela exige que l'on connaisse la loi suivant laquelle l'intensité de la réflexion varie dans l'étendue de chaque anneau simple ; car ces intensités étant connues, la composition des couleurs peut s'en déduire par le procédé expliqué page 451 du volume

précédent. On pourrait donc assigner ainsi avec précision les épaisseurs auxquelles doivent paraître les nuances les plus distinctes de chaque anneau C'est ce qu'a fait Newton, et il a dressé une table de ses résultats pour les sept ordres d'anneaux dont la coloration est sensible. Mais il n'a point dit par quelle méthode il avait déterminé les variations d'intensité dans l'étendue de chaque anneau simple, et il n'a pas même énoncé la loi qu'elles lui avaient paru suivre, quoique ce fût là un élément indispensable de ses calculs. C'est pourquoi il ne nous reste d'autre ressource que de fixer par nous-mêmes les conditions générales auxquelles ces variations sont soumises, et de chercher parmi toutes les lois qui peuvent y satisfaire, celle qui ramène le plus près des nombres que Newton a donnés; car ces nombres s'accordent avec l'observation d'une manière si fidèle, je dirai même si étonnante, qu'on peut les regarder comme autant de faits. C'est ce dont on s'assurera en les comparant directement avec les résultats que les anneaux donnent; mais on s'en convaincra encore mieux par la suite, quand nous étudierons une autre classe de phénomènes qui reproduit des apparences analogues sur une échelle beaucoup plus étendue.

Considérons d'abord une seule couleur simple, et supposons une lame d'air d'une épaisseur X_n, qui tombe dans les limites du n^e anneau; cherchons quelle est la proportion de la couleur assignée qui se réfléchit à cette épaisseur.

Pour cela, reportons-nous à la figure 13, qui représente tous les phénomènes de la réflexion dans les différens ordres d'anneaux, et considérons spécialement une couleur simple quelconque, comprise entre deux des divisions principales du spectre, nous verrons que dans chaque anneau la réflexion de cette couleur commence à l'épaisseur e_n, où elle s'exerce sur ceux de ses rayons qui sont les plus réfrangibles, et finit à l'épaisseur E'_n, où elle cesse même pour les rayons les moins réfrangibles. C'est ainsi, par exemple, que dans le cinquième anneau, le vert commence au point marqué par e_5 dans la figure, et finit au point marqué E'_5. Entre ces deux limites, l'intensité de la lumière réfléchie va en augmentant depuis

$X_n = e_n$ jusqu'à l'épaisseur moyenne $X_n = \frac{1}{2}(e_n + E'_n)$, et elle va ensuite en diminuant depuis cette valeur jusqu'à $X_n = E'_n$, après quoi elle devient constamment nulle dans ce même ordre d'anneaux pour l'espèce de rayons que l'on a considérée. On représenterait ces circonstances en supposant l'intensité I proportionnelle aux ordonnées d'un cercle qui aurait pour diamètre $E'_n - e_n$; mais je trouve que cette supposition ferait décroître les intensités un peu trop rapidement, et que l'on se rapproche davantage de la vérité en supposant que c'est la seconde puissance de I qui est proportionnelle à l'ordonnée d'un pareil cercle, c'est-à-dire en faisant

$$I = \frac{L\left[(X_n - e_n)(E'_n - X_n)\right]^{\frac{1}{4}}}{\left[\frac{1}{2}(E'_n - e_n)\right]^{\frac{1}{2}}}.$$

L désigne l'intensité de l'espèce de lumière que l'on considère lorsqu'elle est réfléchie le plus fortement dans le n^e anneau de cette couleur. D'ailleurs cette expression satisfait aux diverses circonstances que nous avons établies, car elle atteint son maximum lorsque $X_n = \frac{1}{2}(E_n + e_n)$, c'est-à dire lorsque l'épaisseur X_n est intermédiaire entre les extrêmes e_n, E'_n; alors elle devient égale à L. A partir de ce maximum, elle va continuellement en diminuant, pour des épaisseurs moindres comme pour des épaisseurs plus grandes, jusqu'à ce que l'on ait $X_n = e_n$, ou $X_n = E'_n$; là, elle devient nulle, et, hors de ces limites, elle est constamment imaginaire. Si cette loi de dégradation n'est pas rigoureusement celle de la nature, ce que nous ne pouvons savoir, du moins elle s'accordera avec cette dernière dans les maxima et les minima des intensités; ainsi elle ne pourra pas non plus s'en écarter beaucoup dans les intermédiaires qui comprennent de très-petits intervalles, et cela suffit pour que nous puissions la regarder comme une approximation.

Pour en rendre l'application sensible par quelques exemples, supposons d'abord que l'on demande de déterminer l'espèce de teinte composée qui sera réfléchie par une lame d'air dont l'épaisseur serait égale à 8 millionièmes de pouce anglais; dans

ce cas, on aura $X_n = 8$. J'introduis donc cette valeur dans la formule des intensités, et je cherche dans le tableau de la page 53 quelles sont les valeurs de e_n et de E'_n qui peuvent la rendre réelle.

Je vois d'abord qu'aucune de ces valeurs, et par conséquent aucune des couleurs auxquelles elles répondent, ne dépassera le premier ordre d'anneaux. Car la première des couleurs du second ordre, qui est le violet, ne commence qu'à l'épaisseur $e_2 = 9,99245$, laquelle surpasse l'épaisseur proposée 8; et comme l'épaisseur E'_2 pour ce même violet est encore plus considérable, et égale à 15,13078, il en résulte que ces valeurs rendraient l'intensité I imaginaire, par conséquent le violet du second ordre n'entrera pas dans la teinte que pourra réfléchir la lame d'air à l'épaisseur $X = 8$; et il en sera de même, à plus forte raison, pour l'indigo, le bleu, le vert, et les autres couleurs du second ordre, ainsi que des ordres suivans.

Nous sommes donc bornés aux couleurs du premier ordre. Or il est facile de voir que celles de ces couleurs qui peuvent rendre I réelle, ne comprennent que le jaune, l'orangé et le rouge; car la valeur de E'_1, où finit le vert, est 7,85598, plus faible que l'épaisseur donnée 8; ce qui rend $E'_1 - X_1$ négatif; et comme d'ailleurs $X - e_1$ serait nécessairement positif, puisque $e_1 = 2,42071$ relativement au vert, il s'ensuit que la valeur de I deviendrait encore imaginaire. Ainsi le vert n'entrera point dans la teinte composée que nous considérons, et qui pourrait être réfléchie par la lame d'air à l'épaisseur de 8 millionièmes de pouce.

Mais le jaune, l'orangé et le rouge y entreront. En effet, on a

jaune	$e_1 = 2,61866$	$X - e_1 = 5,38134$	ce qui donne	
	$E'_1 = 8,42697$	$E'_1 - X = 0,42697$	...	$I = J.\ 0,722457$
orangé	$e_1 = 2,80899$	$X - e_1 = 5,19101$	...	$I = O.\ 0,824085$
	$E'_1 = 8,79621$	$E'_1 - X = 0,79621$		
rouge	$e_1 = 2,93207$	$X - e_1 = 5,06793$	...	$I = R.\ 0,917654$
	$E'_1 = 9,516618$	$E'_1 - X = 1,51662$		

D'où l'on voit que l'intensité du jaune réfléchi à cette épaisseur sera les $\frac{72}{100}$ de ce qu'elle aurait été dans le point de la

réflexion la plus vive sur la ligne 2 2′; et de même l'intensité de l'orangé est les $\frac{82}{100}$ de celle qui convient au maximum de l'orangé; et enfin l'intensité du rouge est $\frac{92}{100}$ de celle qui convient au maximum du rouge. Pour mieux distinguer ces intensités, nous les avons désignées par les lettres initiales des couleurs auxquelles elles répondent.

Or, si toutes les couleurs simples qui forment la lumière blanche incidente étaient ainsi réfléchies simultanément et proportionnellement aux nombres de rayons qui les composent, il est clair que leur mélange devrait donner un blanc parfait. Cela arriverait, par exemple, si la proportion de la réflexion pour chaque couleur était égale à celle qui a lieu en effet au milieu de chaque anneau simple. Dans ce cas, les coefficiens numériques des lettres R, O, J... etc. deviendraient tous égaux à l'unité. Il faudra donc, pour qu'il en résulte du blanc, que les quantités R, O, J... aient entre elles les mêmes rapports que Newton a assignés aux divisions de la circonférence, dans sa règle pour la composition des couleurs, rapports qui sont exprimés par les nombres $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$, en allant du rouge au violet. Par conséquent nous pourrions en général représenter R, O, J... par ces nombres mêmes; mais afin d'éviter les fractions, nous les multiplierons tous par 1000; cette réduction, appliquée aux trois couleurs R, O, J, qui entrent dans notre exemple, donne,

Nombre des rayons jaunes $j = 72,245$
orangés $o = 51,505$
rouges $r = 101,961$.

Maintenant il ne reste plus qu'à substituer ces nombres dans les formules générales que nous avons établies page 451 du volume précédent, pour la composition des couleurs; en reprenant la notation dont nous avons fait alors usage, on trouve

$$U = 69^\circ\ 58' \qquad \Delta = 0,74310 \qquad 1 - \Delta = 0,25690.$$

Cette valeur de U montre que la teinte du mélange sera un orangé; car l'arc R O, fig. 15, qu'occupe le rouge, est de 60° 45′ 30″; et l'arc O J, qu'occupe l'orangé, est de 34° 10′ 38″; de sorte que le milieu de l'orangé répond à un arc de 77° 50′ 53″.

à partir du point R, d'où nous comptons les angles U. Ainsi la valeur actuelle de U, plaçant la distance Δ entre ces deux limites, indique un bon orangé, tirant plutôt vers le rouge que vers le jaune. Enfin les valeurs de Δ et $1 - \Delta$ montrent que cet orangé sera vif et haut en couleur, puisque sur 100 parties, il en contiendra 74 d'orangé pur, et seulement 26 de blanc. Telle doit donc être la teinte réfléchie sous l'incidence perpendiculaire par une lame d'air ayant 8 millionièmes de pouce anglais d'épaisseur. Aussi Newton, dans la table qu'il a donnée de ces phénomènes, table que nous rapporterons textuellement vers la fin du présent chapitre, fixa-t-il à cette épaisseur l'orangé du premier ordre d'anneaux.

On pourrait s'étonner que Newton n'ait pas plutôt fait répondre cette teinte à une épaisseur telle que la distance Δ tombât précisément au milieu de l'orangé; car il semble qu'alors la teinte composée aurait été plus franche. Mais il faut faire attention que la bonté d'une teinte dépend à la fois de sa composition et de son intensité. Or, d'après les relations qui existent entre les intensités des couleurs simples qui se réfléchissent à chaque épaisseur dans le premier ordre d'anneaux, il arrive que lorsque la teinte résultante de leur mélange coïncide avec l'orangé le plus franc, Δ devient beaucoup moindre qu'il n'était tout-à-l'heure, c'est-à-dire que la teinte est beaucoup plus pâle; et cela se voit en effet *à priori*, puisque le jaune, qui précède l'orangé dans le premier ordre, est lui-même un jaune très-pâle, c'est-à-dire, pour lequel Δ est fort petit. Newton s'étant proposé de fixer les épaisseurs où chaque teinte est la plus abondante et la plus vive, a dû avoir égard à ces deux élémens; et des mesures directes, prises sur les teintes mêmes qu'il voulait définir, ont pu lui servir à les balancer. Au reste, on ignore sur quels fondemens Newton a établi sa table; lui-même ne l'a dit nulle part, et je ne sache pas que personne ait dit les avoir retrouvés, ou en avoir imaginé d'autres équivalens. S'il l'a construite théoriquement par des calculs analogues à celui que nous venons de faire, il faut qu'il ait adopté pour chaque anneau simple une loi d'intensité peu différente de celle

que nous avons adoptée, si ce n'est identiquement la même; car on verra que nos résultats s'accordent parfaitement avec les siens. S'il a uniquement employé l'observation, ce que je crois peu probable, les nombres qu'il a donnés deviendront une vérification de notre loi d'intensité. Dans tous les cas, il importe de multiplier les comparaisons entre nos calculs et sa table; car celle-ci est d'une exactitude admirable, comme nous l'éprouverons bientôt en l'appliquant à une nombreuse série de phénomènes que Newton n'a pas connus, et qui pourtant se résolvent par elle, parce qu'ils suivent les mêmes lois de périodicité.

Revenant donc à la détermination théorique des teintes, je ferai remarquer que du moment où l'on connaît la nature de celle qui se réfléchit à une épaisseur donnée, on peut en déduire aussitôt celle qui est transmise à cette même épaisseur; car la lumière qui forme celle-ci peut être séparée par la pensée en deux portions distinctes; l'une blanche, uniforme, composée des rayons de toutes les couleurs qui échappent à la réflexion dans le milieu même des anneaux lucides; l'autre, variable d'intensité comme de couleur, et formée aux dépens du reste de la lumière incidente, qui, réfléchie totalement au milieu de chaque anneau, ne l'est plus que partiellement dans les épaisseurs voisines. Or cette portion variable peut évidemment se conclure de la teinte réfléchie, puisque les deux ensemble doivent faire du blanc. D'après cela, dans notre construction, fig. 15, il faudra que le centre de gravité commun des deux teintes tombe en C, au centre même du cercle chromatique; ce qui exige que les centres de gravité des deux teintes se trouvent opposés sur un même diamètre, et qu'en outre leurs momens statiques, par rapport au centre C, soient égaux entre eux. La première condition détermine déjà la nature de la teinte transmise. Pour établir la seconde, il faut se rappeler que la totalité de la lumière blanche incidente est représentée dans nos calculs par la somme des fractions $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$, multipliées par 1000, ce qui fait $\frac{79}{240}$. 1000, ou 658 $\frac{1}{3}$. Supposons donc que sur ce nombre nous en ayons

trouvé N de réfléchis, il y en aura $658\frac{1}{3} - N$ de transmis; et si l'on nomme Δ' la valeur de Δ pour la teinte transmise, il faudra qu'on ait toujours

$$(658\tfrac{1}{3} - N)\,\Delta' = N\Delta, \quad \text{d'où} \quad \Delta' = \frac{N\Delta}{658\frac{1}{3} - N}.$$

Par exemple, à l'épaisseur de 8 millionièmes de pouce, le nombre total des rayons réfléchis, selon notre premier calcul, est 225,697; dont le complément à $658\frac{1}{3}$, donne 433,636; on aura donc, en mettant pour Δ sa valeur numérique,

$$\Delta' = \frac{225{,}697 \,.\, 0{,}74310}{433{,}636} = 0{,}386766 \qquad 1 - \Delta' = 0{,}613234;$$

on a de plus $\quad U' = U - 180° = -110°\,42'$.

La teinte transmise à cette épaisseur sera donc un bleu tirant un peu plus sur l'indigo que sur le vert, et par conséquent d'une bonne teinte. Mais son intensité sera faible, puisque sur 100 parties de lumière, il ne contiendra que 39 de bleu et 61 de blanc; de sorte que, à cause du peu d'éclat de la couleur bleue, il devra paraître comme un blanc bleuâtre. Il sera tel en effet, si on peut l'observer isolément, comme nous y parviendrons par la suite, dans une autre classe de phénomènes; mais dans les observations faites avec les lames minces, cette teinte, déjà faible, le deviendra encore bien davantage en se mêlant avec la portion de lumière blanche qui échappe à la réflexion même au milieu de chaque anneau lucide, et si cette dernière est fort considérable par rapport à la lumière réfléchie, comme cela a lieu dans la plupart des corps diaphanes sous l'incidence perpendiculaire, il sera possible qu'elle détruise presque totalement la coloration.

Voici encore quelques autres exemples calculés de la même manière, et sur lesquels, après ce qui précède, je passerai plus rapidement.

Considérons l'épaisseur $X = 18\frac{1}{3}$, qui, d'après la table de Newton, succède à l'orangé et répond au rouge dans le second ordre d'anneaux composés. Voyons quelle teinte répond à cette épaisseur d'après nos formules.

En considérant d'abord les couleurs du second anneau, la table de la page 53 donnera d'abord,

Pour le vert,

$e_2 = 12,10355 \quad X - e_2 = 6,22978$
$E'_2 = 18,33062 \quad E'_2 - X = -0,00271 \ldots$ I imaginaire

Pour le jaune,

$e_2 = 13,09330 \quad X - e_2 = 5,24003$
$E'_2 = 19,66293 \quad E'_2 - X = 1,32960 \ldots$ I = J. 0,896406

Pour l'orangé,

$e_2 = 14,04495 \quad X - e_2 = 4,28838$
$E'_2 = 20,52449 \quad E'_2 - X = 2,19116 \ldots$ I = O. 0,972713

Pour le rouge,

$e_2 = 14,66035 \quad X - e_2 = 3,67298$
$E'_2 = 22,20544 \quad E'_2 - X = 3,87211 \ldots$ I = R. 0,999825.

Mais ce n'est pas tout encore; la même épaisseur réfléchira aussi une partie du violet du troisième anneau, car on aura

Pour le violet,

$e_3 = 17,98641 \quad X - e_3 = 0,34692$
$E'_3 = 23,77694 \quad E'_3 - X = 5,44361 \ldots$ I = V. 0,688947

Pour l'indigo,

$e_3 = 19,45386 \quad X - e_3 = -1,12053$
$E'_3 = 21,82381 \quad E'_3 - X = 6,49048 \ldots$ I imaginaire.

Ainsi les couleurs simples réfléchies simultanément à cette épaisseur $18\frac{1}{3}$, seront le jaune, l'orangé, le rouge et le violet, dans les proportions que nous venons de déterminer. Il faut maintenant réduire les intensités de ces couleurs à une échelle commune, en les multipliant successivement par les nombres qui expriment les forces colorifiques de chacune d'elles, c'est-à-dire par $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$ et $\frac{1}{9}$. Cette opération faite, en multipliant, comme ci dessus, tous les résultats par le facteur 1000, afin d'éviter les fractions, on aura

Nombre des rayons	jaunes....	89,6
	orangés...	60,8
	rouges....	111,1
	violets....	76,5.

Avec ces élémens, les formules donnent

$$U = 50^\circ\, 46'\, 40'' \qquad \Delta = 0{,}56514 \qquad 1 - \Delta = 0{,}43486.$$

Cette valeur de U place la distance Δ entre le milieu du rouge et le commencement de l'orangé. La teinte réfléchie à cette épaisseur sera donc un beau rouge, qui sera plus près de tirer sur l'orangé que sur le violet, et dont la vivacité sera plutôt rehaussée qu'affaiblie par la petite proportion de blanc qui s'y trouve mêlée. Ce sera donc un *rouge éclatant*, car le côté du rouge qui tire vers l'orangé dans le spectre, est plus éclatant que celui qui tire vers le noir. Aussi Newton a-t-il spécialement désigné par le nom de *rouge éclatant* la couleur qui paraît à l'épaisseur 18,3333, pour laquelle nos calculs viennent d'être effectués. Il est évident que la couleur complémentaire transmise à la même épaisseur, est un bleu tirant beaucoup sur le vert, et c'est aussi ce que l'expérience confirme.

Si l'on faisait le même calcul pour l'épaisseur 19,6666, qui est bien voisine de la précédente, mais pourtant un peu plus forte, l'indigo du troisième anneau commencerait aussi à se mêler aux couleurs du second ordre; le violet de ce troisième anneau serait aussi plus fort que tout-à-l'heure: au contraire, l'orangé et le rouge du second ordre diminueraient d'intensité, et le jaune même cesserait totalement d'être réfléchi. On aurait alors

Nombre des rayons	orangés.....	o =	51
	rouges.....	r =	108
	violets.....	u =	106
	indigo.....	i =	39;

d'où l'on tire

$$U = 6^\circ\, 12'\, 50'' \qquad \Delta = 0{,}62829 \qquad 1 - \Delta = 0{,}37171.$$

La couleur réfléchie à cette épaisseur serait donc encore un rouge, puisque le rouge s'étend de 0 à 60°; mais ce serait un rouge plus bleuâtre que le précédent, et tirant autant sur le violet que l'autre tirait sur l'orangé. Aussi Newton l'a-t-il spécialement désignée comme une seconde teinte de rouge qui succède à la précédente dans le second ordre d'anneaux, et il

l'a nommée *scarlet red*, ce qui équivaut à notre dénomination de rouge ponceau, et non pas rouge écarlate, comme on le lit dans la traduction de Coste; car le mot écarlate emporte plutôt l'idée d'un rouge jaunâtre que d'un rouge de sang, tel que celui qui appartient à cette épaisseur.

Si l'on calcule la teinte transmise à cette épaisseur, on trouve que c'est un vert très-vif, conformément à l'observation.

Enfin, pour compléter les applications de notre formule, et montrer comment les couleurs simples se composent dans les derniers ordres d'anneaux, je me proposerai de trouver la nature et l'intensité de la teinte qui doit être vue par réflexion à l'épaisseur de 34 millionièmes de pouce. Ce qui nous porte dans les couleurs du quatrième anneau.

Je choisis donc, dans le tableau de la page 53, toutes les valeurs de e_3 E'_3, e_4 E'_4, qui peuvent contribuer à former cette couleur dans le troisième et le quatrième anneau, et j'obtiens les résultats suivans, dans lesquels je fais $X = 34$:

Troisième anneau.

orangé	$e_3 = 25,28091$	$X - e_3 =$	$8,71909$	...I imaginaire
	$E'_3 = 32,25277$	$E'_3 - X =$	$-1,74723$	
rouge	$e_3 = 26,38863$	$X - e_3 =$	$7,61137$	...I=R. 0,783238
	$E'_3 = 34,89427$	$E'_3 - X =$	$0,89427$	

Quatrième anneau.

violet	$e_4 = 25,98037$	$X - e_4 =$	$8,01963$	...I imaginaire
	$E'_4 = 32,42310$	$E'_4 - X =$	$-1,57690$	
indigo	$e_4 = 28,10002$	$X - e_4 =$	$5,89998$	...I imaginaire
	$E'_4 = 33,85065$	$E'_4 - X =$	$-0,14935$	
bleu	$e_4 = 29,33723$	$X - e_4 =$	$4,66277$	...I=B. 0,970256
	$E'_4 = 36,31065$	$E'_4 - X =$	$2,31065$	
vert	$e_4 = 31,46923$	$X - e_4 =$	$2,53077$	...I=V^r. 0,96748
	$E'_4 = 39,27990$	$E'_4 - X =$	$5,27990$	
jaune	$e_4 = 34,04258$	$X - e_4 =$	$-0,04258$	...I imaginaire
	$E'_4 = 42,12485$	$E'_4 - X =$	$8,12485$	

On voit d'abord par ces résultats que la couleur réfléchie à l'épaisseur $X = 34$ sera uniquement composée de bleu et de vert du quatrième anneau, mêlés avec du rouge du troisième. Il s'agit maintenant d'évaluer la teinte qui résultera de ce mélange.

Pour cela, il faut réduire les valeurs des intensités à la même échelle, en les multipliant par les fractions $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{9}$, qui expriment leurs forces respectives dans la construction de Newton. Puis, leur appliquant aussi le facteur commun 1000, nous aurons

nombre des rayons rouges = 87
des bleus = 97
des verts 107,5

Avec ces élémens, les formules donnent

$U = 180° + 24° 34' 40''$ $\Delta = 0,30480$ $1 - \Delta = 0,69520$.

La teinte réfléchie à cette épaisseur sera donc un vert bleuâtre peu intense, tel qu'il résulterait de trois parties de vert bleuâtre du spectre, avec sept parties de blanc. Aussi la couleur que Newton assigne pour l'épaisseur 34 est-elle précisément un vert bleuâtre.

Si l'on cherchait la teinte transmise, on trouverait

$$U = 24° 34' 40'' \qquad \Delta' = \frac{291,5 \,.\, 0,30480}{366,8} = 0,24223.$$

Ce sera donc un rouge tirant plus sur le pourpre que sur l'orangé, et d'une intensité faible, puisque sur 100 parties il en contiendrait seulement 24 de rouge et 76 de blanc. Cette faible coloration sera encore rendue plus pâle, et presque insensible, par son mélange avec la portion de lumière blanche qui échappe entièrement à la réflexion ; résultats parfaitement conformes à ce que nous avons reconnu plus haut, en général, sur le plus prompt affaiblissement de teinte des anneaux transmis.

Les exemples précédens suffisent pour montrer comment on peut calculer la nature des teintes réfléchies à une épaisseur quelconque donnée d'une lame d'air, dans les anneaux composés. L'accord de nos résultats avec ceux que Newton a déduits, soit de l'expérience, soit d'une méthode d'approximation dont il n'a point laissé de traces, confirme la loi approchée par laquelle nous avons représenté la dégradation des intensités des couleurs simples réfléchies dans les diverses parties

d'un même anneau : car, si l'on rendait cette loi, ou plus rapide ou plus lente, on s'écarterait des résultats que Newton a fixés dans sa table, résultats qui sont de la dernière exactitude, comme nous aurons occasion de le prouver par la suite, en les soumettant à une vérification très-délicate.

Les déterminations que nous venons d'obtenir pour les couleurs composées, réfléchies par une lame d'air à diverses épaisseurs, sous l'incidence perpendiculaire, ne s'appliquent pas seulement au cas où cette lame est contenue entre deux verres; elles renferment une propriété inhérente à une pareille lame, de quelque milieu qu'elle soit environnée; et même, d'après ce que nous avons reconnu plus haut par l'expérience, on peut étendre ces résultats à toute autre lame réfringente de nature quelconque, en réduisant toutes les épaisseurs proportionnellement aux rapports des sinus d'incidence et de réfraction. Car, si ce rapport est (n) quand les rayons passent du vide dans l'air, et qu'il devienne n quand ils passent du vide dans toute autre substance quelconque, chaque teinte qui sera réfléchie par la lame d'air à l'épaisseur (e), le sera à l'épaisseur $\frac{(e)(n)}{n}$ par une lame de cette substance. C'est ainsi que Newton a étendu ses résultats aux lames d'eau et de verre, en prenant pour les premières $\frac{(n)}{n} = \frac{3}{4}$, et pour les dernières $\frac{(n)}{n} = \frac{20}{31}$; et sur ces fondemens il a construit la table suivante, où l'épaisseur particulière de l'air, de l'eau et du verre, qui fait voir chaque couleur dans le degré le plus vif et le plus distinct, sous l'incidence perpendiculaire, est exprimée en millionièmes de pouce anglais.

	COULEURS RÉFLÉCHIES.	ÉPAISSEURS DES LAMES en millionièmes de pouce anglais, d'air.	d'eau.	de verre.
1er ORDRE.	Très-noir	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{10}{31}$
	Noir	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{20}{31}$
	Commenc. du noir	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{7}$
	Bleu	$2\frac{2}{5}$	$1\frac{4}{5}$	$1\frac{11}{20}$
	Blanc	$5\frac{1}{4}$	$3\frac{7}{8}$	$3\frac{2}{5}$
	Jaune	$7\frac{1}{9}$	$5\frac{1}{3}$	$4\frac{3}{5}$
	Orangé	8	6	$5\frac{1}{6}$
	Rouge	9	$6\frac{3}{4}$	$5\frac{4}{5}$
2e ORDRE.	Violet	$11\frac{1}{6}$	$8\frac{3}{8}$	$7\frac{1}{5}$
	Indigo	$12\frac{5}{6}$	$9\frac{5}{8}$	$8\frac{2}{11}$
	Bleu	14	$10\frac{1}{2}$	9
	Vert	$15\frac{1}{8}$	$11\frac{1}{3}$	$9\frac{5}{7}$
	Jaune	$16\frac{2}{7}$	$12\frac{1}{5}$	$10\frac{2}{5}$
	Orangé	$17\frac{2}{9}$	13	$11\frac{1}{9}$
	Rouge éclatant	$18\frac{1}{3}$	$13\frac{3}{4}$	$11\frac{5}{6}$
	Ecarlate	$19\frac{2}{3}$	$14\frac{3}{4}$	$12\frac{2}{3}$
3e ORDRE.	Pourpre	21	$15\frac{3}{4}$	$13\frac{11}{20}$
	Indigo	$22\frac{1}{10}$	$16\frac{4}{7}$	$14\frac{1}{4}$
	Bleu	$23\frac{2}{5}$	$17\frac{11}{10}$	$15\frac{1}{10}$
	Vert	$25\frac{1}{5}$	$18\frac{9}{10}$	$16\frac{1}{4}$
	Jaune	$27\frac{1}{7}$	$20\frac{1}{3}$	$17\frac{1}{2}$
	Rouge	29	$21\frac{3}{4}$	$18\frac{5}{7}$
	Rouge bleuâtre	32	24	$20\frac{2}{3}$
4e ORDRE.	Vert bleuâtre	34	$25\frac{1}{2}$	22
	Vert	$35\frac{2}{7}$	$26\frac{1}{2}$	$22\frac{3}{4}$
	Vert jaunâtre	36	27	$23\frac{2}{9}$
	Rouge	$40\frac{1}{3}$	$30\frac{1}{4}$	26
5e ORDRE.	Bleu verdâtre	46	$34\frac{1}{2}$	$29\frac{2}{3}$
	Rouge	$52\frac{1}{2}$	$39\frac{3}{8}$	34
6e ORDRE.	Bleu verdâtre	$58\frac{3}{4}$	44	38
	Rouge	65	$48\frac{3}{4}$	42
7e ORDRE.	Bleu verdâtre	71	$53\frac{1}{4}$	$45\frac{4}{5}$
	Blanc rougeâtre	77	$57\frac{3}{4}$	$49\frac{2}{3}$

En comparant cette table avec la figure 13, on connaîtra la manière dont chacune des couleurs qu'elle renferme est composée en fonctions de ses élémens simples. Elle a encore beaucoup d'autres usages que nous expliquerons par la suite, mais dès ce moment il en est plusieurs que nous pouvons exposer.

Le premier et le plus simple, c'est de trouver l'épaisseur e d'une lame mince, d'après la couleur qu'elle réfléchit sous l'incidence perpendiculaire lorsque son rapport de réfraction est connu. En effet, cette couleur étant connue, la table détermine l'épaisseur (e) d'air qui y correspond, et l'on a ensuite

$$e = \frac{(e)\,(n)}{n},$$

ce qui fait connaître l'épaisseur cherchée.

Par exemple, on verra tout-à-l'heure que dans le mica, le rapport de réfraction ordinaire $\frac{n}{(n)}$ peut être censé égal à 1,53. Supposons que l'on ait un feuillet de cette substance assez mince pour réfléchir le bleu du troisième ordre, sous l'incidence perpendiculaire, l'épaisseur de la lame d'air qui réfléchit ce bleu est 23,4, suivant la table de Newton ; ainsi celle de la lame de mica sera

$$e = \frac{23{,}4}{1{,}53} = 15{,}3,$$

c'est-à-dire cent cinquante-trois dix-millionièmes de pouce anglais. Cette épaisseur diffère très-peu de celle qu'aurait une lame de verre qui réfléchirait la même teinte. Cela tient au peu de différence qui existe entre les rapports de réfraction du verre et du mica.

Un autre usage de la table, c'est de déterminer à la fois le rapport de réfraction n et l'épaisseur e des lames, lorsqu'on a observé les teintes qu'elles donnent sous diverses incidences, par exemple, sous l'incidence perpendiculaire et sous celle de 90°. En effet, supposons que, dans le premier cas, la teinte réfléchie réponde à une épaisseur (e) d'air, on aura d'abord

$$e = \frac{(e)\,(n)}{n}, \qquad \text{ou simplement} \qquad e = \frac{(e)}{n}.$$

Car dans des recherches de ce genre, (n) peut être supposé égal à l'unité. Concevons maintenant que sous l'incidence i la même lame réfléchisse une autre teinte, par exemple, celle qui, sous l'incidence perpendiculaire, répondrait dans la table à une épaisseur $(e)'$ d'air, et par conséquent à une épaisseur $\frac{(e)'}{n}$ de la substance proposée; alors il devra exister entre e et $\frac{(e)'}{n}$ la relation générale que nous avons trouvée entre les épaisseurs successives auxquelles passe progressivement une même teinte par le changement d'incidence, c'est-à-dire,

$$e = \frac{(e)'}{n \cos u}; \qquad \sin u = \left(\frac{105 + n}{106}\right) \sin r.$$

Egalant cette valeur de e à la précédente, puisqu'en effet la lame observée dans ces deux incidences est la même, n disparaît,

et il reste $$\cos u = \frac{(e)'}{(e)}.$$

On connaîtra donc ainsi l'angle u, et par conséquent $\sin u$. Or, r étant l'angle de réfraction dans la lame, on a en général

$$\sin r = \frac{1}{n} \sin i, \quad \text{par conséquent} \quad \sin u = \left(\frac{105 + n}{106\, n}\right) \sin i.$$

Substituant dans cette équation, pour $\sin u$ sa valeur calculée, pour i sa valeur observée, on en tirera n, et par suite e.

Dans le cas où l'on compare l'incidence perpendiculaire et celle de 90°, $\sin i$ devient égal à 1; on a donc

$$\cos u = \frac{(e)'}{(e)} \qquad \sin u = \frac{105 + n}{106\, n} \qquad e = \frac{(e)}{n}.$$

Ces formules détermineront les deux inconnues n et e, c'est-à-dire le rapport de réfraction de la lame et son épaisseur.

Par exemple, en divisant une lame de mica, j'en détachai une fois un feuillet de peu d'étendue, qui me parut réfléchir des couleurs très-vives. Pour les mieux observer, je le présentai horizontalement à la lumière blanche des nuées, en le plaçant au-dessus d'un corps noir, et je le regardai successivement

sous diverses obliquités (1). Je trouvai ainsi que sous l'incidence perpendiculaire, la lame réfléchissait le vert vif du troisième ordre, qui répond à une épaisseur (e) d'air égale à 25 2. Mais en abaissant peu à peu l'œil, pour rendre les rayons visuels plus obliques sur sa surface, elle passait au bleu, au pourpre, et enfin à un rouge dont la teinte, d'abord un peu sombre, s'éclaircissait de plus en plus sous les incidences extrêmes. La marche de ces teintes, comparée à la table de Newton, me fit voir que ce dernier rouge devait être intermédiaire entre le rouge ponceau et le rouge éclatant du second ordre, qui répondent à des épaisseurs d'air exprimées par $19\frac{2}{3}$ et $18\frac{1}{3}$. J'adopte comme moyenne l'épaisseur 19, ce sera la valeur de $(e)'$; on aura donc d'abord

$$\cos u = \frac{19}{25,2}, \text{ ce qui donne } u = 41^\circ 3' 50'' ; \sin u = 0,6569.$$

Or $\sin i$ étant 1, l'équation en n et u donne

$$n = \frac{1}{\sin u - \frac{1}{105}(1 - \sin u)}.$$

De là on tire

$$n = 1,5300, \qquad \text{et par suite} \qquad e = 16,43.$$

On voit que le rapport de réfraction du mica donné par ces expériences, diffère peu de celui du crown glass et de la chaux sulfatée ; ce qui s'accorde avec les analogies que l'on peut tirer de la nature de cette substance.

---

(1) Il ne faut faire cette expérience que lorsque le ciel est couvert de nuages ; car la lumière réfléchie par une grande profondeur d'air, comme il arrive quand le ciel est pur, reçoit dans cette réflexion même une modification particulière qui la rend propre à produire des couleurs, quand elle se réfléchit à la seconde surface des lames minces cristallisées. Mais ces couleurs dépendent de l'action du mica comme cristal; car elles changent de teinte quand on tourne la lame horizontalement dans son plan, l'incidence des rayons restant la même ; au lieu que les couleurs que nous examinons en ce moment, et qui sont produites par une lumière naturelle, ne reçoivent dans cette épreuve aucun changement. D'ailleurs elles se produisent à des épaisseurs incomparablement moindres que les autres, comme nous le prouverons par la suite; et ce caractère joint à celui que nous avons donné tout-à-l'heure, suffira pour les distinguer.

La théorie des anneaux colorés que nous venons d'exposer d'après Newton, ne fait pas connaître la cause physique qui opère la décomposition de la lumière dans les lames très-minces des corps ; mais cette décomposition étant admise comme un fait, elle réduit ce fait à ses élémens les plus simples ; elle montre pourquoi les anneaux de diverses couleurs se superposent, elle assigne les lois de leur superposition, et elle en conclut toute la diversité des teintes qui résultent de leur mélange. Ces propriétés, combinées avec les autres lois de l'optique, c'est-à-dire avec celles de la réfraction et de la réflexion, doivent nécessairement suffire, et suffisent en effet pour expliquer complètement toutes les modifications que les teintes des anneaux peuvent éprouver lorsqu'on leur fait subir l'action réfringente ou réfléchissante des corps. Si quelques phénomènes nouvellement découverts ont paru échapper à ces lois, c'est que l'on n'a pas assez distingué les causes qui modifient l'intensité de la lumière, d'avec les causes qui opèrent sa décomposition en anneaux. Cette distinction est très-importante ; car nous avons déjà remarqué que l'on peut affaiblir l'intensité des anneaux sans changer la nature de leurs teintes, et nous verrons par la suite que cet affaiblissement peut aller au point de les faire complètement et rigoureusement disparaître. Mais les lois que nous avons établies sur la formation des anneaux ne sont pas infirmées par ces phénomènes, car elles portent uniquement sur le mode de séparation, de distribution des couleurs, et non pas sur la quantité absolue de lumière réfléchie, laquelle peut varier par des causes absolument étrangères et indifférentes à ces lois.

Newton, voulant confirmer ses découvertes sur les anneaux par toutes les épreuves possibles, a rapporté dans son ouvrage un grand nombre de faits, en apparence très-bizarres, qui, analysés par sa théorie, se résolvent avec la plus grande facilité. Nous ne le suivrons point dans tous ces détails ; il nous suffit d'avoir fait comprendre que toutes les expériences qui porteront sur la seule combinaison des teintes, seront nécessairement renfermées dans sa théorie ; mais nous rapporterons

cependant deux de ses expériences, parce qu'elles offrent, pour ainsi dire, la réunion de tous les faits que la théorie embrasse, et qu'elles montrent comment il faut l'appliquer.

Lorsqu'on forme des anneaux colorés entre les surfaces de deux prismes superposés, comme le montre la fig. 16, dont nous avons déjà fait usage, si l'on fait tourner les prismes autour de leur arête commune, perpendiculairement au plan ACB, de manière à rendre les rayons incidens plus obliques à la lame d'air, on voit les anneaux s'élargir de plus en plus autour de la tache centrale, comme cela doit arriver, puisque l'incidence des rayons sur la lame d'air B C augmente. Or, si la longueur du plan C B permet de les suivre ainsi jusqu'à la réflexion totale, ils finissent par disparaître entièrement : mais en les observant avec soin pendant les changemens d'inclinaison, on remarque que leurs teintes varient. Elles se rapprochent peu à peu les unes des autres dans chaque anneau, de manière à devenir moins distinctes ; on arrive ainsi à un terme où les couleurs ont tout-à-fait disparu ; on ne voit plus que des anneaux blancs très-déliés, séparés par des anneaux noirs. Enfin, en continuant toujours le mouvement des prismes dans le même sens, ces anneaux blancs se résolvent de nouveau en anneaux colorés ; mais la manière dont les couleurs en sortent est contraire à l'ordre qu'elles suivaient dans les incidences voisines de la perpendiculaire ; c'est-à-dire que le violet et le bleu, par exemple, sortent les premiers dans le périmètre extérieur de chaque anneau, au lieu d'être les plus intérieurs, comme ils l'étaient d'abord ; et, au contraire, le rouge est devenu intérieur, lui qui, auparavant, faisait la bordure extérieure de l'anneau ; en un mot, l'ordre des couleurs est absolument interverti.

Tout cela est une conséquence nécessaire de la théorie. Nous avons vu que, sous des incidences égales, les rayons rouges forment des anneaux plus grands que les orangés, les orangés plus grands que les jaunes, et ainsi de suite jusqu'aux rayons violets, qui forment les plus petits de tous les anneaux. Quand donc les rayons incidens tombent perpendiculairement sur la lame d'air, les anneaux rouges, dans chaque ordre, doivent

être les plus extérieurs, ensuite les orangés, les jaunes.... et enfin les violets, qui forment le bord intérieur de chaque succession. Si l'on inclinait tous les rayons également sur la lame d'air, le même ordre subsisterait encore, parce que les anneaux de diverses couleurs, sous des inclinaisons égales, se dilatent proportionnellement au carré de leur diamètre primitif, et ainsi ils ne font que s'étendre au lieu de se concentrer. Cela arrive, par exemple, lorsque l'on observe des anneaux formés entre deux verres objectifs, dont l'épaisseur et la convexité sont peu considérables; car alors les rayons émergens sur la lame d'air entre les deux verres sont toujours presque parallèles aux rayons incidens, et par conséquent ils restent aussi parallèles entre eux. Mais lorsque les rayons incidens, avant de rencontrer la lame d'air, traversent les deux surfaces d'un prisme, comme cela arrive dans l'expérience que nous examinons, ils sont réfractés et dispersés par le prisme avant d'arriver à cette lame, et ils le sont inégalement à cause de leur inégale réfrangibilité, d'où résultent des incidences inégales.

Soit, fig. 17, SI le rayon incident, IP la perpendiculaire à la surface réfringente, et CB la surface contiguë à la lame d'air, sur laquelle se forment les anneaux. Les rayons violets étant les plus réfrangibles, s'approchent davantage de la perpendiculaire IP, et vont, par exemple, en V sur la seconde surface; les rayons rouges, au contraire, étant moins réfractés, vont moins loin, et arrivent, par exemple, en R. Il résulte clairement de cette disposition, que les rayons les plus réfrangibles, c'est-à-dire les violets et les bleus, arrivent à la lame d'air plus obliquement que les rouges. Or nous avons trouvé par expérience que les anneaux formés par une seule et même couleur se dilatent et s'étendent de tous côtés, à mesure que l'incidence devient plus oblique. Donc, dans le cas actuel, où l'inclinaison des rayons violets sur la lame d'air est devenue plus grande par la réfraction, leurs anneaux doivent se dilater, et dans une proportion plus grande que les anneaux rouges, puisque les rayons rouges ont moins gagné en inclinaison. Cette différence ayant lieu aussi pour les couleurs intermédiaires, doit rapprocher les franges qui forment

chaque anneau composé, et les concentrer, pour ainsi dire, en un même anneau, jusqu'à produire enfin du blanc, si l'incidence des rayons est telle que les rayons violets compensent, par leur excès d'obliquité, la petitesse primitive de leurs anneaux. Alors on ne doit plus observer que des anneaux blancs séparés par des intervalles obscurs. Mais, en continuant à tourner les prismes dans le même sens, si l'incidence augmente encore, l'excès d'obliquité que les rayons violets acquièrent par la réfraction donne à leurs anneaux une dilatation plus que suffisante pour les égaler aux anneaux rouges; ils doivent donc alors se séparer du blanc en dehors des anneaux, et un pareil effet se produisant progressivement sur toutes les autres couleurs jusqu'au rouge, celle-ci doit rester en arrière, et, dégagée des autres, former le périmètre intérieur de l'anneau composé. Il serait même facile de calculer toutes les successions de ces changemens, d'après les lois suivant lesquelles les anneaux s'étendent sous des inclinaisons diverses, en les combinant avec celles de la dispersion de la lumière produite par la réfraction du prisme : et réciproquement on pourrait, par des observations de ce genre, déterminer l'accroissement que l'étendue des anneaux éprouve par les accroissemens d'obliquité. Ce procédé paraît être un ceux qu'a employés Newton pour calculer les derniers nombres de la table rapportée dans la page 24.

En développant l'expérience que nous venons de détailler, Newton fait remarquer une circonstance qui dénote bien l'observateur ingénieux et attentif ; c'est que, pour voir nettement les anneaux blancs et noirs, il faut ne pas les regarder de près, mais à une certaine distance; car, lorsqu'on les regarde de trop près, non-seulement ils deviennent confus, mais encore on voit paraître du violet au périmètre extérieur de chaque anneau blanc, et du rouge à son périmètre intérieur. La raison de cela, dit-il, c'est que les rayons qui arrivent dans l'œil par différens endroits de la prunelle, ont différentes obliquités par rapport aux verres, et que les plus obliques, s'ils étaient considérés à part, feraient paraître les plus grands anneaux ; cette expansion est d'autant plus grande, que la différence

d'obliquité est plus grande, c'est-à-dire que la prunelle est plus ouverte, ou l'œil plus près des verres. Or la largeur du violet doit avoir le plus d'étendue, parce que les rayons propres à exciter la sensation de cette couleur sont les plus inclinés à la seconde surface de la lame d'air, où ils sont réfléchis, et aussi parce qu'ils ont une plus grande variation d'obliquité; ce qui fait que cette couleur sort plus promptement qu'aucune autre des bords du blanc; et à mesure que la largeur de chaque anneau s'augmente ainsi, les intervalles obscurs doivent diminuer jusqu'à ce que les anneaux voisins viennent à se toucher et à se mêler ensemble, les extrêmes premièrement, et puis ceux qui sont les plus proches du centre, de sorte qu'ils ne peuvent plus être distingués à part, et semblent composer un blanc uniforme.

Une autre observation également remarquable, et qui s'explique également bien par la théorie, c'est que lorsqu'on regarde des lames minces d'air, d'eau ou de verre, à travers un prisme, on y découvre beaucoup plus d'anneaux qu'en les regardant à la vue simple; de sorte qu'au lieu de huit ou neuf anneaux tout au plus que l'on parvient ordinairement à découvrir, on en peut compter de cette manière plus de trente ou quarante très-minces et rapprochés les uns des autres; et, à en juger par leur proximité et l'espace qu'ils occupent, on peut estimer qu'ils se suivent ainsi, en nombre bien plus considérable, et jusqu'à des centaines de fois. Pour comprendre la raison de ce phénomène, revenons d'abord au cas le plus simple, à celui où les anneaux seraient formés par des rayons d'une seule et même couleur; par exemple, par des rayons rouges. Alors, en les considérant sur une plaque dont l'épaisseur va graduellement en augmentant du centre à la circonférence, comme sont les lames d'eau et d'air comprises entre deux surfaces sphériques, nous voyons que les premiers anneaux sont les plus séparés les uns des autres; les différences de leurs diamètres vont en diminuant de plus en plus à mesure qu'ils s'éloignent de la tache centrale; enfin, à une certaine distance de cette tache, ils se rapprochent tellement les uns des autres, que l'œil ne peut plus discerner leurs intervalles, et

qu'ils semblent composer une couleur continue. Si nous regardons ces anneaux à travers un prisme, ils n'éprouveront aucune séparation notable, parce que les rayons qui les composent étant réfractés également par le prisme, toutes leurs images se trouvent déplacées également, du moins en négligeant les petites différences qui proviennent de l'inégale incidence de ces rayons sur les faces du prisme. Faisons maintenant tomber sur ces mêmes lames l'ensemble de toutes les couleurs qui forment la lumière blanche; aussitôt, si nous continuons de les regarder à la vue simple, nous y verrons beaucoup moins d'anneaux distincts qu'auparavant; ce qui tient à la superposition de ces anneaux, et à leur empiètement les uns sur les autres, comme nous l'avons expliqué page 60. Maintenant, si nous regardons les lames à travers un prisme, la réfraction transportera les images de tous les anneaux dans le même sens, mais d'une quantité inégale, et plus grande pour les rayons violets, qui sont les plus réfrangibles, que pour les rayons rouges, qui le sont le moins. Alors, si nous supposons le prisme placé comme le représente la fig. 18, il arrivera que dans toute la partie des anneaux située au-delà du centre C, les anneaux violets, qui auparavant étaient par leur nature plus petits dans chaque ordre que les anneaux rouges, s'en trouveront rapprochés; et si la différence de dispersion est assez forte pour compenser entièrement leur infériorité primitive, ils pourront finir par les rejoindre; et comme il en sera de même, à très-peu près pour les couleurs intermédiaires comprises entre les anneaux violets et les rouges, il arrivera que tous ces anneaux, étant ainsi concentrés ensemble, paraîtront blancs et séparés par des intervalles obscurs. On se trouvera donc alors dans le même cas que s'ils étaient formés par des rayons d'une seule couleur, et par conséquent on en pourra découvrir un bien plus grand nombre qu'avant que le prisme fût interposé. Mais dans la position que nous avons supposée au prisme, cet accroissement de netteté n'aura lieu que pour les parties des anneaux situés au-delà de leur centre relativement au prisme; et au contraire, pour les parties situées en-deçà du centre, le prisme ne fera qu'augmenter leur confusion,

car son effet, dans cette partie, sera de rapprocher du centre les anneaux violets qui en étaient déjà les plus voisins, ce qui les éloignera encore davantage des anneaux rouges; et cette extension des franges colorées augmentant leur empiétement les unes sur les autres, contribuera davantage à les mêler, et en composera plutôt une teinte blanche uniforme, dans laquelle aucune couleur ne sera plus assez distincte pour pouvoir être aperçue. D'après cela, on conçoit que si l'on voulait séparer cette partie des anneaux, il faudrait retourner le prisme en sens inverse. C'est en effet ce qui a lieu. Mais alors, par réciprocité, les parties situées au-delà du centre doivent se mêler davantage et devenir indistinctes, ce qui est en effet conforme à l'observation.

Or, puisque de cette manière on parvient à apercevoir des anneaux dans la partie de la lame d'air où l'on n'en voyait point à la vue simple, il s'ensuit qu'une telle lame peut paraître à l'œil d'un blanc continu et uniforme, quoique, dans la réalité, la lumière y forme des anneaux que le prisme rendra sensibles en les séparant. C'est aussi ce que l'on peut observer, non-seulement sur les lames d'air comprises entre deux objectifs, mais aussi sur les bulles d'eau savonneuse; car, avant qu'elles aient atteint le degré de minceur nécessaire pour réfléchir des couleurs sensibles, le prisme y découvre déjà des anneaux concentriques. Et de même des lames minces de mica, ou d'eau, ou de verre soufflé à la lampe, quoique n'étant pas assez minces pour paraître colorées à l'œil nu, montrent, lorsqu'on les regarde avec le prisme, une infinité de petits anneaux irréguliers qui ondulent sur leur surface de mille manières, en suivant les inégalités insensibles de leur épaisseur. Et, dit Newton, on comprendra aisément la raison de ces phénomènes, si l'on considère que tous ces anneaux, en nombre infini, existent déjà dans les lames quand on les regarde à la simple vue, quoique, à cause de la largeur de leurs circonférences et de l'ordre élevé auxquels ils répondent, ils soient si fort mêlés et confondus ensemble, qu'ils semblent composer un blanc uniforme; confusion que le prisme fait disparaître en les séparant. Pour bien

faire cette expérience, il faut placer les petites lames au-dessus d'un corps noir, et les regarder à travers le prisme, disposé comme le représente la fig. 19.

Enfin tous les phénomènes décrits dans la théorie de Newton sur les anneaux colorés, confirment les conséquences auxquelles nous étions déjà parvenus précédemment sur la nature des rayons lumineux eux-mêmes, savoir, que les propriétés colorifiques de ces rayons ne dépendent point de quelque altération ou modification qui leur serait communiquée par les milieux qu'ils traversent, mais qu'elles leur sont inhérentes, congénères, qu'ils les possèdent déjà en émanant des corps lumineux, qu'ils les transportent ensuite avec eux à toutes les distances sans fin et sans bornes, et qu'ils les conservent sans altération dans tous les milieux qu'on leur fait traverser.

Sur les Accès de facile transmission et de facile réflexion.

Après avoir établi, par l'expérience, les lois fondamentales de la distribution et de la succession des anneaux colorés formés sur les lames minces, Newton a tiré de cet ensemble la connaissance d'une nouvelle propriété physique des molécules lumineuses; propriété qui, non-seulement reproduit tous les détails observés par Newton, mais encore explique une multitude d'autres faits d'une nature en apparence toute différente, et qui lui étaient entièrement inconnus. Pour qu'on voie bien que cette propriété résulte nécessairement des phénomènes, sans mélange d'aucune hypothèse, je rapporterai l'une après l'autre les propositions de Newton, en y ajoutant seulement les développemens nécessaires pour qu'on en saisisse la généralité; et je ferai voir ensuite, pour chacune d'elles, comment elle est l'expression fidèle de tel ou tel phénomène observé dans les anneaux.

Rappelons-nous d'abord que la transmission de la lumière est progressive. C'est un fait que les éclipses des satellites de Jupiter ont fait connaître, et que l'aberration des fixes a depuis confirmé. On déduit également de ces deux phénomènes, que les molé-

cules lumineuses emploient 8′ 13″ de temps sexagésimal pour parcourir la moyenne distance du soleil à la terre; leur mouvement est uniforme dans tout cet intervalle, et même dans toute l'étendue de l'orbe de Jupiter. On ne trouve pas de différences sensibles entre les vitesses des molécules lumineuses de réfrangibilité diverse, car, s'il en existait de telles, lorsqu'un satellite entre dans l'ombre ou en sort, son disque devrait paraître successivement teint des diverses couleurs prismatiques, ce qui n'arrive pas. La vitesse commune ainsi déterminée, est celle que la lumière a dans le vide; car les espaces célestes peuvent être considérés comme vides de toute matière pondérable et réfringente. Lorsque les molécules lumineuses traversent des milieux dont les parties agissent sur elles par des attractions à petite distance, leur vitesse dans ces milieux est à leur vitesse dans le vide, comme le sinus d'incidence dans le vide est au sinus de réfraction dans le milieu matériel. D'où il résulte que la vitesse de la lumière dans les corps est toujours plus grande que dans le vide, et croît avec leur pouvoir réfringent.

Voici maintenant les nouvelles propriétés de la lumière que Newton établit comme des conséquences de ses observations sur les lames minces.

Première proposition. Toute molécule lumineuse qui a traversé une surface réfringente quelconque, a acquis dans cet acte même une certaine disposition transitoire, qui dès-lors, pendant toute la marche de la molécule dans le même milieu, se reproduit périodiquement à intervalles égaux; et il en résulte qu'à chaque retour de cette disposition, la molécule lumineuse est transmise *aisément* à travers une seconde surface réfringente, s'il s'en trouve alors une qui se présente; tandis que, au contraire, à chaque intermission de cet état, elle est réfléchie *aisément, quoique non pas nécessairement*, par une telle surface. Ces successions d'états ou de dispositions diverses, Newton les nomme *accès de facile transmission, accès de facile réflexion;* et la distance parcourue par la molécule entre les retours de deux accès de même nature, il l'appelle *l'intervalle des accès.*

Pour fixer cet énoncé d'une manière mathématique, nommons i *la longueur* de chaque accès, c'est-à-dire l'espace parcouru par la molécule lumineuse pendant que cet accès dure. Puis concevons d'abord qu'à son entrée dans la surface en I, fig. 20, la molécule se trouve au commencement d'un accès de facile transmission, et comptons les distances à partir de ce point. Tous les accès de facile transmission de cette molécule, tant le premier que les suivans, commenceront aux distances 0, $2i$, $4i$, $6i$.... selon la progression des nombres pairs; et tous les accès de facile réflexion commenceront aux distances intermédiaires i, $3i$, $5i$... selon la progression des nombres impairs.

Si la molécule lumineuse, à son entrée dans la surface, ne se trouve pas au commencement d'un accès de facile transmission, mais au milieu, ou à la fin, ou dans tout autre point intermédiaire (car on verra dans peu que tous ces cas sont possibles) il n'y a qu'à désigner par a la portion de ce premier accès qui est déjà passée quand la molécule entre dans le milieu réfringent. Alors la distance de la surface au commencement de cet accès sera $-a$, et ensuite sa distance au commencement de tous les autres accès sera

Accès de facile transmiss. $-a$, $2i-a$, $4i-a$, $6i-a$...
de facile réflexion $i-a$, $3i-a$, $5i-a$...

a sera nécessairement moindre que i. S'il est nul, le premier accès de facile transmission commence à l'entrée même de la molécule lumineuse dans la surface réfringente, et l'on retombe sur les expressions trouvées d'abord.

Ceci n'est qu'une manière générale d'énoncer le fait et la loi des transmissions et des réflexions alternatives qui s'opèrent à différentes épaisseurs, dans un même milieu, sous chaque incidence donnée. Seulement Newton présente ces alternatives comme indéfinies, et il les attribue à une propriété physique des particules lumineuses qui les rend susceptibles d'être ainsi modifiées par les surfaces réfringentes des corps; ce sont là deux points qu'il nous faut examiner.

Lorsque nous avons observé, à la vue simple, les anneaux composés, nous n'avons pu y découvrir que sept ou huit suc-

cessions ou alternatives bien distinctes; et je puis d'avance annoncer que dans toute autre série de phénomènes qui suit des lois semblables, on n'en aperçoit jamais davantage. Mais l'analyse, et, si l'on peut ainsi parler, la dissection que nous avons faite du phénomène, nous a appris que cette limitation tenait uniquement à l'empiètement et à la superposition des anneaux de toutes couleurs formés par les divers rayons simples dont la lumière blanche se compose. Aussi avons-nous découvert un beaucoup plus grand nombre d'anneaux, quand nous les avons formés avec un faisceau de lumière simple; et nous sommes encore parvenus au même but d'une manière plus facile sur les anneaux composés eux-mêmes, en les séparant par le prisme, en vertu de leur inégale réfrangibilité. Ces observations nous ont prouvé que les alternatives de réflexion et de transmission s'étendaient à des épaisseurs beaucoup plus grandes que nous ne l'avions soupçonné d'abord; et par la manière dont les anneaux se serrent à mesure que l'épaisseur augmente, nous devons bien juger qu'il s'en produit encore à des épaisseurs beaucoup plus grandes que celles auxquelles nous cessons, même avec le prisme, de pouvoir les distinguer. En effet, on verra bientôt, par d'autres expériences de Newton, que ces alternatives existent encore dans le verre à des épaisseurs qui vont jusqu'à un quart de pouce. Or, comme de pareilles épaisseurs surpassent plusieurs milliers de fois la distance à laquelle la variabilité des forces attractives ou répulsives des milieux sur la lumière peut être sensible, il en faut conclure que les alternatives de réflexion et de transmission, s'étant continuées jusque là, doivent se continuer indéfiniment.

De là il devient évident que ces alternatives dépendent de quelque modification physique qui est imprimée aux molécules lumineuses dans leur passage à travers la première surface réfringente, et qu'elles emportent ensuite avec elles dans toute l'étendue du milieu qu'on leur fait parcourir. Car autrement, lorsque les molécules lumineuses parviendraient à la seconde surface de ce milieu, leur réflexion ou leur transmission ne

dépendraient plus de leur distance à la première surface, surtout à des épaisseurs où l'on sait qu'elles n'en peuvent plus ressentir immédiatement l'action. La dépendance où les molécules se trouvent encore de cette première surface, sous le rapport de la réflexibilité et de la transmissibilité, lorsqu'elles n'en sont plus actuellement influencées, prouve nécessairement l'existence d'une modification durable qu'elles en ont reçue, conformément à l'énoncé de Newton.

Il importe beaucoup de remarquer que ces modifications n'impriment pas aux molécules lumineuses une nécessité *absolue* de se réfléchir ou de se transmettre à tel ou tel intervalle, mais leur donnent seulement une disposition ou *facilité* à l'une ou à l'autre de ces conditions. Car nous avons vu que des lames très-minces de mica ou de verre, qui dans l'air donnaient par réflexion des couleurs très-vives, étant mouillées à leur seconde surface ont présenté les mêmes couleurs, mais beaucoup plus faibles ; de sorte qu'un certain nombre de molécules lumineuses, qui d'abord étaient réfléchies par cette seconde surface, se sont transmises lorsque sa force répulsive s'est trouvée affaiblie ou combattue par la présence du milieu extérieur. Ce phénomène ne se produit pas seulement à la seconde surface des corps minces; il a lieu de même à la seconde surface des corps épais, puisque l'intensité de la réflexion s'y affaiblit également quand on les met en contact avec un milieu dont la puissance réfringente, plus forte ou plus faible, diffère moins de la leur que l'air ou le vide. Et, dans ce cas comme dans le précédent, la réflexion, quelle qu'en soit l'intensité, s'opère toujours sur le système de couleurs plus ou moins composé que le corps peut réfléchir à sa seconde surface, selon qu'il est mince ou épais. De même lorsqu'un rayon de lumière blanche, après avoir traversé un certain espace d'air, rencontre la surface d'un autre milieu, tel que l'eau, une partie des molécules lumineuses qui composent ce rayon est disposée à se réfléchir à la surface commune de l'eau et de l'air; et si l'épaisseur d'air a été fort grande comparativement à celles qui donnent des anneaux colorés, il y a, comme nous le prouverons par la suite, à peu

près une égale quantité de molécules dans chacune de ces deux dispositions. Aussi la réflexion s'opère-t-elle abondamment, si la seconde surface de l'air est limitée par une lame d'eau épaisse; mais elle devient très-faible, et presque insensible, si cette lame est tellement mince que son épaisseur n'excède pas un millionième de pouce anglais. Car, d'après ce que nous avons observé sur les bulles d'eau, une pareille lame ne réfléchit point du tout de lumière à sa seconde surface, et n'en réfléchit presque point à la première. Ainsi, dans ce cas, la disposition que les molécules incidentes peuvent avoir à se réfléchir en arrivant à cette première surface reste sans effet, et par conséquent elle n'entraîne que la facilité, non la nécessité, de la réflexion. Pour que celle-ci s'opère, ce n'est point assez que la molécule lumineuse se trouve favorablement disposée à la subir, il faut encore que la force réfléchissante ait une énergie telle qu'elle puisse, dans cet état favorable de la molécule, détruire complètement sa vitesse, et lui faire rebrousser chemin en sens contraire. De même, la tendance à la transmission cesse d'être efficace, lorsque la force réfléchissante est assez énergique pour repousser même des particules qui en sont douées; et c'est ce qui arrive dans la réflexion très-oblique sur la plupart des corps polis, particulièrement des métaux, puisqu'ils réfléchissent alors plus de la moitié de la lumière incidente, comme nous le prouverons dans la suite. On voit par ces exemples que Newton a très-fidèlement suivi les phénomènes, en donnant aux accès des dénominations qui indiquassent, non une nécessité de réflexion ou de transmission *absolue*, mais une disposition *conditionnelle*, telle que l'indiquent les mots mêmes d'accès de *facile transmission* et de *facile réflexion*.

Je dis de plus, que lorsqu'un rayon de lumière simple, naturellement émané d'un corps lumineux, tombe directement ou par réfraction sur un milieu réfringent, dans lequel il pénètre, les molécules lumineuses transmises, qui, en traversant la surface réfringente, sont toutes actuellement amenées à l'état de facile transmission, ne possèdent pas toutes cet état d'une manière également complète. En effet, si cette égalité avait lieu, comme ensuite les accès de toutes les particules sont

d'égales longueurs et leurs vitesses égales, puisqu'on suppose le rayon homogène, il est clair qu'à toute distance elles devraient encore se retrouver toutes modifiées exactement de la même manière; et conséquemment lorsqu'elles parviendraient à la seconde surface du corps réfringent dans lequel elles se meuvent, elles devraient ou se réfléchir, ou se transmettre toutes à la fois. Or c'est ce qui n'arrive pas; car même en choisissant la lumière la plus homogène, il ne s'en réfléchit jamais qu'une certaine proportion dépendante de la nature du corps réfringent et de celle du milieu qui l'environne (1). Puis donc que deux milieux ambians de force réfringente inégale, étant successivement appliqués à la seconde surface d'un même corps, déterminent la réflexion plus ou moins abondante d'un même rayon homogène qui arrive à cette surface, il faut bien qu'une cause quelconque décide le choix des molécules lumineuses qui cèdent d'abord à la plus faible des deux réflexions; et puisque ce choix s'opère même entre des molécules parfaitement homogènes, il faut qu'il tienne à quelque inégalité dans les dispositions physiques que les molécules apportent à la réflexion ou à la transmission sur une même surface. Donc, puisque ces molécules ont des vitesses égales et des accès d'égale longueur, il faut de toute nécessité que leur inégalité remonte jusqu'à la première surface réfringente, et de là dans son principe, jusqu'à leur première émission par les corps lumineux.

Pour découvrir en quoi cette inégalité consiste, il faut considérer que, lorsque les molécules lumineuses passent d'un accès de facile transmission à un accès de facile réflexion, quelle que soit d'ailleurs la nature de ces accès, il est extrêmement vraisemblable qu'elles ne le font pas d'une manière brusque et subite, mais successive et graduée, perdant peu à peu de leur disposition à se transmettre, puis la perdant tout-à-fait,

---

(1) Ce partage n'a pas lieu seulement dans les corps épais, il se produit aussi dans les lames minces; car en observant les anneaux colorés qui se forment par réflexion à leur seconde surface, nous avons remarqué que la réflexion est bien loin d'être totale, même au milieu de chaque anneau simple.

et bientôt acquérant une disposition contraire, c'est-à-dire une tendance à se réfléchir, laquelle, d'abord très-faible, croît peu à peu jusqu'à un certain maximum, après quoi elle s'affaiblit par les mêmes degrés. Or concevons qu'une infinité de molécules lumineuses, homogènes, émanées simultanément, ou presque simultanément, d'un corps lumineux, se trouvent en partant de sa surface dans toutes les périodes diverses des deux espèces d'accès, soit en vertu de l'acte même de l'émission, soit comme étant parties des divers points de la couche incandescente infiniment mince, à travers laquelle le rayonnement peut toujours s'opérer ; cela suffira pour produire sur toute la route de ces molécules, les différences de disposition que l'expérience nous a fait connaître. En effet, lorsqu'elles arriveront ensemble à la première surface d'un corps réflecteur, qui en réfléchira une partie et réfractera le reste, la réflexion devra sans doute s'opérer de préférence sur celles des molécules incidentes qui se trouveront les plus disposées à la subir. De sorte, par exemple, qu'avec une force réfléchissante infiniment énergique, toutes les molécules seraient réfléchies, quelle que fût l'espèce d'accès où elles se trouvassent. Avec une force réfléchissante moindre, les molécules qui se trouvent dans un accès de facile transmission, au moment de leur incidence, seront les premières à se transmettre ; et l'on peut concevoir tel degré d'énergie où elles seraient toutes transmises, tandis que les molécules qui se trouveraient dans un accès de facile réflexion, seraient toutes réfléchies, soit qu'elles se trouvassent au commencement, ou au milieu, ou vers l'extrémité de cet accès. Enfin, avec une force réfléchissante plus faible encore, celles qui se trouveront vers le commencement ou vers la fin d'un tel accès, seront transmises, et celles-là seules qui se trouvent dans une partie plus énergique de ce même accès, seront réfléchies ; le nombre de ces dernières ira ainsi en diminuant avec l'intensité de la force réfléchissante jusqu'aux derniers degrés de cette force, où il n'y aura de réfléchies que les seules particules, en infiniment petit nombre, qui se trouveront précisément au milieu et dans le fort de leur accès. Dans tous les cas, du moment où un certain nombre de molé-

cules lumineuses se seront transmises à travers la première surface réfringente d'un corps, elles se trouveront alors toutes amenées, par cet acte même, à l'état de facile transmission, mais elles prendront cet état d'une manière plus ou moins complète, selon les dispositions plus ou moins favorables où elles se trouvaient au moment de leur incidence ; et cette inégalité primitive se perpétuant dans toute l'étendue du corps réfringent, qu'elles traversent jusqu'à sa seconde surface, déterminera le choix des molécules qui y seront réfléchies de préférence par une force répulsive donnée.

Pour mettre ceci dans une entière évidence, représentons par AB, fig. 21, la longueur des accès d'une certaine espèce de molécules lumineuses dans un milieu donné, et désignons l'énergie variable de chaque accès à ses différentes périodes, par les ordonnées d'une courbe ADB, dont nous laisserons la nature entièrement arbitraire. Il faudra que cette courbe passe par les points A et B, extrémités de l'accès, que ses ordonnées y soient nulles, et que de là elles aillent en croissant continuellement d'une manière égale jusqu'au milieu O de l'accès, où elles atteindront leur maximum OM. Si nous voulons étendre cette construction à tous les accès alternatifs que la molécule lumineuse éprouve dans tout le cours de son trajet à travers le milieu donné, il n'y a qu'à prendre sur sa direction, à partir du point B, une suite de longueurs BC, CD... fig. 21, égales entre elles et à la longueur AB du premier accès. Puis, construisant sur chacune d'elles la courbe d'intensité AMB, alternativement d'un côté et de l'autre de l'axe ABCD, la ligne sinueuse AMBM'C... qui en résultera, donnera l'espèce et l'intensité de l'accès qui anime la molécule en un point quelconque de sa route. Maintenant, concevons qu'un rayon entièrement formé de molécules lumineuses, pareilles à celles-là, tombe sur la première surface du milieu, et s'y transmette en partie, toutes les molécules transmises seront amenées par la surface réfringente dans un état de facile transmission ; mais, d'après ce que nous avons reconnu de leurs inégalités primitives, elles ne prendront pas toutes cet état de la même manière, et dans l'infinité de leur nombre, elles pourront en

offrir toutes les périodes imaginables, depuis le commencement jusqu'à la fin. Construisons donc, pour chacune d'elles, la série des accès suivans, tels qu'ils se continuent à partir de la surface réfringente S S, fig. 22, et examinons ce qui devra arriver lorsqu'une seconde surface se présentera successivement à diverses distances de la première.

Pour commencer par un cas extrême, je supposerai d'abord que le milieu contigu à cette seconde surface soit tel que la réflexion s'opère sur *toutes* les molécules lumineuses qui se présentent à elles dans une partie quelconque d'un accès de facile réflexion. Cette possibilité, comme on l'a vu plus haut, ne dépend que du rapport qui existe entre les forces réfringentes du corps et du milieu contigu. Alors si, dans notre construction, l'on fait mouvoir une ligne S′ S′ parallèlement à S S, pour représenter la limite de la seconde surface, il est évident que la réflexion ne sera jamais totalement nulle, quelque petite épaisseur que l'on donne au corps réfringent, à moins que cette épaisseur ne soit tout-à-fait nulle elle-même. Car du moment où la ligne S′ S′ s'écartera de S S, il y aura un certain nombre de molécules lumineuses qui seront en état d'être réfléchies. Ce nombre, d'abord fort petit, augmentera progressivement à mesure que S′ S′ s'éloignera de S S, jusqu'à ce qu'enfin cette ligne, étant arrivée en I_1 à une distance de la surface égale à la longueur i d'un accès, toute la lumière transmise se trouvera à l'état de facile réflexion, et par conséquent la réflexion sera totale. Mais cela n'aura lieu qu'à cette distance précise; car du moment où S′ S′ s'éloignera davantage de S S, il y aura un certain nombre de particules qui passeront à l'état de facile transmission, et qui échapperont dès-lors aux forces réfléchissantes, puisque nous avons limité la possibilité de la réflexion à celles qui se trouvent dans une phase quelconque de l'état contraire. Ainsi la proportion de lumière réfléchie diminuera graduellement à mesure que S′ S′ s'éloignera de I_1, et enfin elle deviendra nulle en I_2, à une distance $2i$ de la première surface. Depuis ce terme, la réflexion commencera de nouveau à augmenter suivant les mêmes périodes; elle sera totale en I_3,

nulle en I_4, et ainsi de suite dans toute l'étendue du corps réfringent ; de sorte que tous les phénomènes, tant de transmission que de réflexion, seront limités par les termes successifs des deux séries suivantes :

Transmission totale	o	$2i$	$4i$	$6i\ldots.$
Réflexion totale	i	$3i$	$5i$	$7i\ldots.$

La première indique les épaisseurs précises auxquelles la réflexion est tout-à-fait nulle, et la seconde, celles où elle devient totale.

Si, au lieu de supposer les deux surfaces d'entrée et de sortie exactement parallèles, on les suppose inclinées l'une à l'autre d'un angle si petit, que l'intensité des forces réfléchissantes n'en soit pas sensiblement changée, la seule variabilité d'épaisseur résultante de cette inclinaison, produira entre la première et la seconde surface toutes les variétés de distance que nous venons de supposer, ainsi que toutes les alternatives de réflexion et de transmission qui en résultent ; c'est-à-dire que la lumière transmise perpendiculairement à travers la première surface se réfléchira ou se transmettra à la seconde, selon l'épaisseur après laquelle elle la rencontrera. Ainsi cette seconde surface, vue par réflexion dans le milieu même (1), ou par transmission au-dehors, offrira dans ses différens points des alternatives lumineuses exactement analogues aux différens ordres d'anneaux formés par une lumière homogène sur des lames d'eau ou d'air comprises entre deux objectifs. Seulement, d'après l'énergie que nous avons ici attribuée au forces réflé-

(1) Je suppose ici que les résultats de la réflexion s'observent dans le milieu même, afin de n'avoir pas à considérer les modifications qu'ils éprouvent lorsque les rayons réfléchis traversent de nouveau la première surface. A la vérité, quand on observe des anneaux colorés, formés sur les lames minces que nous offre la nature, on les regarde ordinairement du dehors ; mais cela revient au même, du moins pour les incidences presque perpendiculaires, les seules que nous ayons ici considérées. Car alors tous les rayons réfléchis par la seconde surface, sortent librement par la première, en vertu de la faiblesse des forces réfléchissantes. Nous démontrerons plus loin cette propriété ; je me borne à l'annoncer ici, pour que l'on prévoie l'application de nos raisonnemens actuels.

chissantes, il se trouvera que les zones lumineuses transmises et réfléchies auront des largeurs égales, et seront séparées dans chaque série par des lignes noires infiniment minces; deux circonstances qui n'ont pas lieu dans les anneaux colorés que nous pouvons produire avec les corps réfringens que nous offre la nature.

C'est que ces corps, eu égard aux milieux qui les environnent, n'ont pas une force répulsive aussi énergique que nous venons de le supposer. Car, quelque proportion que l'on donne à leur épaisseur, la réflexion à leur seconde surface n'est jamais totale, du moins sous l'incidence perpendiculaire, la seule qui fait ici l'objet de nos considérations. Par conséquent, lorsque cette seconde surface se trouve à une des distances convenables pour produire la réflexion la plus abondante, comme en I_1 I_3 I_5.... auquel cas toute la lumière transmise est dans une période de facile réflexion, il y a encore un certain nombre de molécules lumineuses qui échappent aux forces réfléchissantes, malgré la disposition favorable où elles se trouvent; d'où l'on voit que cette disposition n'est efficace qu'au-delà d'un certain degré d'énergie. Par exemple, en supposant la totalité de la lumière incidente uniformément répartie entre toutes les phases de l'accès, s'il y en a la moitié qui échappe, ce sera une preuve que la réflexion ne s'opère que sur les molécules qui ont subi plus du quart et moins des trois quarts de leur accès; s'il y en a le quart, les limites de la réflexion seront $\frac{i}{8}$ et $\frac{7i}{8}$, et ainsi du reste. En général, si l'on désigne la première de ces limites par e, la seconde sera $i-e$, puisqu'elles doivent toujours être également distantes du milieu de l'accès. Cela posé, en appliquant à ces nouvelles conditions la construction géométrique dont nous avons fait tout-à-l'heure usage, il est évident que l'intensité de la réflexion ne sera plus nulle seulement quand la seconde surface S′ S′ coïncidera avec la première S S, mais encore dans tout l'intervalle d'épaisseur où elle en sera éloignée d'une quantité moindre que e. A cette épaisseur précise, une seule des

molécules réfractées commencera de pouvoir être réfléchie ; ce sera celle qui, dans son entrée, s'est trouvé terminer un accès de facile transmission. Car, ayant dès-lors commencé un accès de facile réflexion, lorsqu'elle parvient ensuite à l'épaisseur e, elle se trouve pareillement avancée de la quantité e dans la période de cet accès, ce qui la rend susceptible d'être réfléchie réellement; et, depuis cette époque, elle continuera de l'être jusqu'à l'épaisseur $i - e$, où elle se trouve à égale distance de la fin de son accès. Les autres molécules, qui étaient originairement moins avancées dans leur accès de transmission initial, devront arriver successivement à des épaisseurs plus grandes que e, pour commencer à être réfléchies; en sorte qu'à partir de e, l'intensité de la réflexion ira toujours en croissant jusqu'à l'épaisseur $i - e$, où la première molécule commence à dépasser la partie efficace de son accès. Au-delà de $i - e$, cette molécule sera transmise; mais puisque nous supposons toutes les molécules uniformément réparties à leur entrée dans les diverses périodes de la transmission, il y aura à l'instant même une autre molécule, originairement moins avancée dans son état de transmission initial, qui commencera d'atteindre la réflexibilité convenable, et qui sera réfléchie en remplacement de la première; l'intensité de la lumière réfléchie deviendra donc constante à cette épaisseur, et elle demeurera telle jusqu'à l'épaisseur $i + e$, où la réflexion commence même pour la molécule lumineuse, qui, dès son entrée dans le corps, a commencé un accès de facile transmission. Mais au-delà de cette limite, il ne se présentera plus de nouvelles molécules pour remplacer celles qui échapperont successivement à la réflexion; de sorte que l'intensité de la lumière réfléchie commencera à décroître, et décroîtra ainsi jusqu'à l'épaisseur $2i - e$, où elle deviendra tout-à-fait nulle, aucune des molécules réfractées ne se trouvant plus alors dans la partie efficace d'un accès de facile réflexion. Alors donc la transmission sera totale, et elle restera telle jusqu'à l'épaisseur $2i + e$, où recommencera une nouvelle période de réflexions, et ainsi de suite dans toute l'étendue du milieu. De sorte que toutes les alternatives de

transmission et de réflexion seront définies et représentées par les deux séries suivantes :

$$\text{Transmiss. totale,}\quad \overbrace{0\ e}^{0}\qquad \overbrace{2i-e\ \ 2i+e}^{2i}\qquad \overbrace{4i-e\ \ 4i+e}^{4i}$$

$$\text{Réflexion partielle.}\quad \overbrace{\overbrace{e\ \ 2i-e}^{i-e\ \ i+e}}^{i}\qquad \overbrace{\overbrace{2i+e\ \ 4i-e}^{3i-e\ \ 3i+e}}^{3i}\qquad \overbrace{\overbrace{4i+e\ \ 6i-e}^{5i-e\ \ 5i+e}}^{5i}$$

Les termes de la première série indiquent alternativement les limites où la transmission commence et achève d'être totale ; ceux de la seconde, les limites où la réflexion partielle commence et finit. L'épaisseur moyenne, où commence et finit chaque alternative, est indiquée au-dessus des termes qui la limitent. Enfin la ligne intermédiaire de la seconde série indique les limites du maximum de réflexion. On voit que les épaisseurs moyennes, tant de transmission que de réflexion, sont les mêmes pour toutes les intensités de la force répulsive, et leurs valeurs suivent les lois que nous avons observées dans les parties les plus brillantes des anneaux simples réfléchis et transmis.

Si l'on veut réaliser ces alternatives sur une seule et même plaque d'un corps réfringent, il suffira de donner aux deux surfaces une très-petite inclinaison l'une sur l'autre ; et, faisant tomber perpendiculairement sur la première un faisceau de lumière simple, on observera par réflexion sur la seconde, une succession alternative de bandes lumineuses et de bandes noires, limitées aux diverses épaisseurs que nos calculs assignent. C'est exactement le phénomène des anneaux réfléchis formés par une lumière homogène. On observera aussi par transmission des alternatives lumineuses et sombres, analogues aux anneaux transmis ; mais celles-ci ne seront nulle part entièrement noires, puisqu'il y aura encore une certaine portion de lumière transmise même dans les épaisseurs moyennes i, $3i$, $5i$.... auxquelles la réflexion est la plus abondante.

On peut calculer la proportion de la lumière qui se transmet dans ces endroits mêmes, quand on connait l'état initial de

chacune des molécules réfractées, et la distance e, à laquelle la réflexion commence ou cesse, vers les extrémités de chaque accès de la longueur i. Pour plus de simplicité, continuons à supposer la distribution uniforme entre toutes les phases de l'accès de transmission initial, et considérons l'instant où la seconde surface se trouve, par exemple, à la distance i de la première, auquel cas toutes les molécules lumineuses sont plus ou moins complétement à l'état de facile réflexion. Alors, si l'on représente leur nombre total par i, c'est-à-dire par la longueur entière de l'accès, le nombre de celles qui se transmettent sera proportionnel à $2e$, et le nombre de celles qui se réfléchissent sera proportionnel à $i - 2e$; de sorte que les intensités complémentaires I, $1 - \mathrm{I}$, tant pour cet endroit que pour les analogues dans les autres alternatives, seront

$$\text{Lumière transmise } \mathrm{I} = \frac{2e}{i}; \text{ lumière réfléchie } 1 - \mathrm{I} = \frac{i - 2e}{i}.$$

Et ces valeurs conviendront aussi à toutes les épaisseurs entre lesquelles l'intensité de la réflexion est constante.

Comme ce genre d'expériences ne peut se faire qu'avec des corps diaphanes, il en résulte que la proportion de lumière qui se réfléchit ainsi à leur seconde surface est toujours fort petite, du moins sous l'incidence perpendiculaire, la seule que nous nous proposions ici de considérer. Ainsi, dans tous ces cas, $\frac{i - 2e}{i}$ doit être une fraction fort petite, c'est-à-dire que $2e$ doit être très-peu différent de i. Or, d'après les expressions générales que nous avons trouvées tout-à-l'heure pour les limites de la transmission totale dans les diverses alternatives, $2e$ est l'intervalle d'épaisseur occupé par chacune des bandes obscures qui séparent les anneaux lumineux réfléchis; et $2i - 2e$, ou $2e + 2(i - 2e)$, est l'intervalle d'épaisseur qu'occupe chacun de ces anneaux. Ces deux intervalles doivent donc être presque égaux entre eux, puisque $i - 2e$ est une quantité fort petite. Newton les a supposés tout-à-fait égaux dans sa construction générale, rapportée page 54. Il dit toutefois qu'à la

rigueur, les intervalles d'épaisseurs correspondans aux anneaux lumineux sont un peu plus considérables que ceux qui correspondent aux anneaux noirs ; ce qui est en effet conforme à notre théorie. Mais il a négligé cette différence, parce que sa construction en devenait beaucoup plus simple ; et il l'a pu d'autant mieux, que sur les bords extrêmes de chaque anneau lumineux, le nombre des molécules réfléchies est d'abord infiniment petit, et ne peut être aperçu que lorsqu'il est assez accru pour produire sur l'œil une impression distincte, ce qui resserre d'autant l'intervalle d'épaisseur, où chaque anneau lumineux est sensible. Pour fixer les idées, supposons que le maximum de lumière réfléchie au milieu de chaque alternative, soit $\frac{1}{20}$ de la lumière incidente, dans ce cas on aura

$$\frac{i-2e}{i}=\frac{1}{20}, \quad \text{d'où} \quad 2e=\frac{19}{20}i, \quad \text{et} \quad 2i-2e=\frac{21}{20}i;$$

c'est-à-dire que dans les anneaux réfléchis, les intervalles d'épaisseur où la réflexion ne s'opère pas, seraient à ceux où elle s'opère, comme 19 à 21. En supposant, comme Newton, ces intervalles égaux, on ne fait que resserrer chaque anneau lucide dans les limites où il peut être sensible, et l'on ne s'écarte de la limite mathématique que pour se rapprocher de la réalité.

Le peu de différence que l'on trouve dans les observations entre les valeurs de $2e$ et de i tient donc, comme on vient de le voir, à la faiblesse de la réflexion perpendiculaire, même dans les épaisseurs où elle est la plus forte ; c'est aussi ce que notre construction, fig. 22, met dans une parfaite évidence. Car, si la force réfléchissante est faible, elle ne pourra renvoyer que les molécules lumineuses qui sont dans la période la plus énergique d'un accès de facile réflexion, et par conséquent au milieu, ou presque au milieu de ces accès. Représentons par $+\omega$ et $-\omega$ ces limites comptées du milieu de l'accès même : alors l'épaisseur e, où la réflexion commence à s'exercer sur une des molécules lumineuses, aura pour valeur $\frac{1}{2}i-\omega$, et

par conséquent $2e$ sera $i - 2\omega$; de sorte qu'il différera très-peu de i, si ω est une quantité fort petite. Dans ce cas aussi, la la lumière réfléchie sera toujours très-faible, puisqu'elle ne peut comprendre au plus que les molécules lumineuses réparties sur la longueur 2ω de l'accès. Si l'on supposait ω tout-à-fait nul, la réflexion ne s'opérerait que dans le milieu même de l'accès, de sorte qu'elle commencerait à l'épaisseur $\frac{1}{2}i$, et finirait à l'épaisseur $2i - e$, ou $\frac{3}{2}i$; et dans chaque épaisseur comprise entre ces extrêmes, il n'y aurait de réfléchie que la seule particule qui se trouverait alors au milieu même de son accès. Alors aussi les intervalles d'épaisseur occupés par les anneaux réfléchis lucides, égaleront exactement ceux des bandes noires qui les séparent. Ce cas d'une réflexion infiniment faible, est, comme on voit, la limite de tous ceux que les expériences peuvent présenter.

Dans toute la discussion que nous venons d'établir, nous avons considéré la lumière réfractée comme étant à son entrée dans le corps uniformément répartie entre tous les degrés possibles d'un accès de facile transmission. Il est possible que cette uniformité n'ait pas rigoureusement lieu, et j'ajoute même que cela est très-vraisemblable. Car la réfraction ne s'opère jamais qu'à la suite d'une réflexion extérieure, qui doit rejeter spécialement celles des molécules incidentes qui se trouvent alors dans les phases les plus énergiques d'un accès de facile réflexion, et qui, par conséquent, si elles s'étaient réfractées, auraient été les moins disposées à prendre l'état contraire ; d'où il est présumable que la lumière transmise, à l'instant de son entrée dans le corps qui la réfracte, contient une proportion dominante de molécules dans les périodes les plus énergiques d'un accès de transmission, et peut-être fort peu, ou point du tout, qui soient seulement amenées aux phases les plus faibles du commencement ou de la fin d'un tel accès. Cette circonstance très-vraisemblable, tendrait encore à égaliser les intervalles d'épaisseurs e, $2i - e$, dans lesquels s'opère la transmission et la réflexion. Et d'ailleurs, elle n'apporte à toutes les autres conséquences que nous avons établies, d'autre modifi-

cation que celle qui résulte d'une autre loi d'intensité dans les proportions de la réflexion aux différentes périodes de chaque anneau lucide.

Jusqu'ici nous avons supposé que la lumière, soit réfléchie, soit réfractée, était composée d'une seule espèce de molécules lumineuses; maintenant, si l'on suppose qu'elle en contienne de nature diverse, chaque espèce de molécules se conduira par des lois exactement pareilles, seulement les accès ne seront pas pour toutes de la même longueur. Il ne nous reste donc qu'à les définir. Tel est l'objet des propositions suivantes établies par Newton.

Lorsque les molécules lumineuses qui forment les huit limites des couleurs du spectre, après avoir traversé une même surface réfringente, entrent dans un même milieu sous l'incidence perpendiculaire, ou en général sous une incidence commune, les intervalles des accès suivans, de facile transmission et de facile réflexion, sont entre eux exactement, ou, à peu de chose près, comme les racines cubiques des carrés des nombres $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$, et les molécules lumineuses, dont la nature est comprise entre ces limites, ont aussi leurs intervalles d'accès compris entre les nombres ainsi calculés.

Ceci est la conséquence des rapports trouvés, page 53, entre les épaisseurs des lames qui réfléchissent ou qui transmettent les diverses couleurs d'un même anneau, sous une commune obliquité : en effet, soit, fig. 23, IN′ l'une de ces épaisseurs, qui, sous l'inclinaison quelconque N′IR, transmette ou réfléchisse à sa seconde surface l'anneau de l'ordre ν', quand il est formé par une espèce particulière de molécules lumineuses, par exemple, par le rouge extrême du spectre. Nommons e' cette épaisseur, r l'angle de réfraction RIN′ compté de la normale, et i la longueur des accès obliques qu'éprouve alors l'espèce des molécules lumineuses que nous considérons : nous aurons en général

$$\nu' i' = \mathrm{IR} = \frac{e'}{\cos r}, \quad \text{par conséquent} \quad i' = \frac{e'}{\nu' \cos r}.$$

Maintenant, si des molécules de nature diverse sont introduites sous le même angle de réfraction r dans le même milieu, $\cos r$ sera le même pour toutes. De plus, si nous observons toujours l'anneau de l'ordre ν' formé par ces particules, le nombre d'accès restera aussi constant dans toutes les observations. Alors les longueurs i' des accès obliques des diverses molécules lumineuses deviendront proportionnels aux épaisseurs e', auxquelles se forme pour chacune d'elles l'anneau que nous considérons. Or, pour les huit limites des couleurs du spectre, ces épaisseurs sont entre elles comme les racines cubiques des carrés des nombres $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$. Les intervalles des accès de ces diverses couleurs, sous une inclinaison commune, suivront donc aussi les mêmes rapports, conformément à l'énoncé de Newton.

Nous n'avons encore considéré qu'un seul et même milieu: pour étendre les définitions des accès d'un milieu à un autre, Newton établit la proposition suivante.

Lorsque des molécules lumineuses, de quelque nature qu'elles soient, passent *perpendiculairement* dans différens milieux, les intervalles des accès de facile transmission et de facile réflexion dans deux quelconques de ces milieux, sont entre eux comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, quand les molécules que l'on considère passent de l'un dans l'autre.

Ceci est la généralisation des rapports observés précédemment entre les épaisseurs d'eau et d'air qui réfléchissent ou qui transmettent une même teinte sous l'incidence perpendiculaire, rapports qui s'étendent aussi aux plaques de verre, comme nous nous en assurerons dans peu. En effet, en étendant ces résultats par analogie, nous avons conclu alors que les épaisseurs d'air et d'un autre milieu quelconque qui transmettent ou qui réfléchissent une même teinte sous l'incidence perpendiculaire, étaient entre elles comme les sinus d'incidence et de réfraction, lorsque la lumière passe de l'air dans ce milieu. Nommons (e) et e ces épaisseurs pour une certaine teinte assignée, correspondante à un anneau de l'ordre ν, et désignons par (n) et n les

rapports constans de réfraction, lorsque la lumière passe du vide dans l'air et dans le milieu donné. D'après l'expérience que je viens de rappeler, nous aurons

$$e = \frac{(n)\,(e)}{n}.$$

Pour un second milieu qui transmettrait ou qui réfléchirait perpendiculairement le même ordre d'anneaux à l'épaisseur e', s'il était de même environné d'air, on aurait pareillement

$$e' = \frac{(n)\,(e)}{n'}.$$

Maintenant nommons $i\ i'$ les longueurs des accès des molécules lumineuses dans ces deux milieux-là; puisque leur nombre est le même et est égal à ν, on devra avoir

$$\nu i = e \qquad \nu i' = e', \qquad \text{d'où} \qquad \frac{i}{i'} = \frac{e}{e'} = \frac{n'}{n}.$$

Ce qui est précisément l'énoncé de Newton.

Supposons que le second milieu soit le vide. Dans ce cas, n' sera 1, et i' deviendra égal à la longueur des accès qu'aurait dans le vide l'espèce de lumière simple que l'on considère. Nommons cette longueur (i); alors, pour tout autre milieu quelconque, la longueur des accès des mêmes molécules sera

$$i = \frac{(i)}{n}.$$

Cette expression fort simple montre que, pour chaque espèce de molécules lumineuses, la longueur des accès *sous l'incidence perpendiculaire* est toujours la même dans le même milieu, quels que soient les corps que la lumière ait traversés avant d'y parvenir. Si l'on prend pour i la longueur des accès dans l'air, il faudra mettre pour n le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, pour les rayons qui passent du vide dans l'air; rapport qu'une de nos expériences nous a donné égal à $\frac{3189}{3188}$. Cette quantité est si peu différente de l'unité, que son influence sur la valeur de i sera tout-à-fait insensible dans toutes les expériences que l'on pourra faire; de sorte que les longueurs des accès dans le vide devraient paraître les mêmes que dans

l'air. Aussi, lorsque l'on a formé des anneaux colorés en comprimant une lame d'air entre deux objectifs, la grandeur et la couleur de ces anneaux ne semblent éprouver aucun changement, si l'on met les objectifs dans le vide, ou si on les chauffe fortement pour chasser l'air d'entre-deux. Mazeas, qui fit le premier ces épreuves, fut fort étonné de les trouver infructueuses, et on n'avait pas manqué de les présenter comme une grande objection à la théorie de Newton. Elles en sont, comme on voit une conséquence.

Au moyen des deux dernières propositions que nous venons de rapporter, la longueur des accès sous l'incidence perpendiculaire sera définie généralement pour toute espèce de milieu réfringent et de molécules lumineuses, si on donne leur valeur pour un seul cas connu. C'est ce que nous pouvons aisément faire, d'après les observations de Newton sur les épaisseurs d'air qui réfléchissent ou transmettent une couleur quelconque sous l'incidence perpendiculaire. Choisissons, par exemple, les molécules lumineuses qui forment sur le spectre la limite du jaune et de l'orangé : nous avons trouvé que les alternatives de leur transmission et de leur réflexion se succèdent aux épaisseurs moyennes ci-dessus désignées.

Transmission...	0	$\frac{2}{178000}$	$\frac{4}{178000}$	
Réflexion.....	$\frac{1}{178000}$	$\frac{3}{178000}$	$\frac{5}{178000}$.	

Or, en représentant la longueur des accès par i, l'expression générale de ces épaisseurs est 0, i, $2i$, $3i$, $5i$. On aura donc, dans le cas particulier qui nous occupe

$$i = \frac{1}{178000} \qquad 2i = \frac{1}{89000}.$$

La première valeur est celle de *la longueur* d'un accès dans l'air, pour l'espèce particulière de molécules lumineuses que nous avons considérées ; la seconde est *l'intervalle* de deux accès de même nature, soit transmission, soit réflexion. Si l'on voulait avoir les valeurs analogues dans le vide, il suffirait de multi-

plier celles-ci par $\frac{3389}{3388}$, ce qui retrancherait 53 unités du dénominateur de la première, et 27 de celui de la seconde. Mais ces changemens sont trop faibles pour qu'on ait communément besoin d'en tenir compte dans les expériences. Et d'ailleurs, comme les mesures du rapport de réfraction, avec lesquelles on les combine, se font ordinairement dans l'air, il est alors plus simple de conserver les valeurs de i et de $2i$, telles qu'elles sont dans ce fluide. En combinant ce résultat avec une des propositions précédentes, on en déduit les intervalles des accès pour les diverses espèces de molécules qui forment les huit limites des couleurs du spectre. En voici les valeurs en millionièmes de pouce anglais :

Longueurs des accès des diverses molécules lumineuses.				
	dans le vide.	dans l'air.	dans l'eau.	dans le verre.
Violet extrême.	3,99816	3,99698	2,99773	2,57870
Limite du violet et de l'indigo.	4,32436	4,32308	3,24231	2,78908
de l'indigo et du bleu..	4,51475	4,51342	3,38507	2,91188
du bleu et du vert...	4,84284	4,84142	3,63107	3,12350
du vert et du jaune..	5,23886	5,23732	3,92799	3,37891
du jaune et de l'orangé	5,61963	5,61798	4,21349	3,62450
de l'orangé et du rouge	5,86586	5,86414	4,39811	3,78331
Rouge extrême.	6,34628	6,34441	4,75831	4,09317

Les nombres qui expriment les accès dans l'air sont déduits de la table de la page 53, en doublant toutes les valeurs de e' relatives aux limites des diverses couleurs. Ensuite on a obtenu les nombres des autres colonnes, en multipliant ces premiers

résultats par $\frac{1189}{1188}$ pour le vide, $\frac{3}{4}$ pour l'eau, et $\frac{20}{31}$ pour le verre dont Newton faisait usage.

Il faut maintenant lier entre elles les réflexions et les transmissions opérées pour un même anneau sous diverses obliquités. Pour cela, Newton modifie les intervalles des accès de la manière suivante.

2e PROPOSITION. Soit i l'intervalle des accès qu'éprouve une molécule lumineuse de nature donnée, lorsqu'elle a passé d'un certain milieu dans un autre, perpendiculairement à la surface commune qui les sépare. Soit i' l'intervalle des accès pour la même particule, lorsqu'elle a passé du premier milieu dans le second sous une incidence oblique, telle que l'angle de réfraction, compté de la normale à la surface réfringente, soit égal à r. Si l'on nomme n le rapport constant du sinus d'incidence, dans le premier milieu, au sinus de réfraction dans le second, l'on aura généralement

$$i' = \frac{i}{\cos r \cos u}, \qquad (1)$$

u étant un angle auxiliaire, tel qu'on ait

$$\sin u = \left(\frac{105 + n}{106}\right) \sin r.$$

On reconnaît, dans cette dernière formule, la loi que nous avons trouvée pour la variation des anneaux par l'obliquité. Mais il faut faire voir comment elle donne les longueurs i i' des accès sous diverses incidences. Pour cela, supposons qu'une certaine espèce de molécules lumineuses, étant entrée du premier milieu dans le second sous l'incidence perpendiculaire, il faille donner à ce dernier milieu l'épaisseur e ou IN, fig. 24, pour qu'il les réfléchisse ou qu'il les transmette, quand elles sont parvenues à sa seconde surface. Concevons que, dans ce cas, les intervalles des accès soient de la grandeur i, et qu'il y en ait un nombre quelconque ν dans toute la longueur du trajet IN, nous aurons alors

$$\nu i = e;$$

car l'intervalle des accès, multiplié par leur nombre, doit éga-

ler l'intervalle total que la molécule lumineuse parcourt en traversant la lame. Concevons maintenant que les rayons incidens viennent à s'incliner sur la surface commune des deux milieux, de manière que les rayons réfractés forment un angle r avec la normale. Alors l'épaisseur IN ne réfléchira ni ne transmettra plus le même ordre d'anneaux que précédemment, et celui-ci passera à une autre épaisseur plus grande, telle, par exemple, que IN′ ou e', fig. 24, laquelle devra avoir avec e la relation $$e' = \frac{e}{\cos u};$$

u représentant le même angle auxiliaire dont nous avons donné l'expression tout-à-l'heure. Ceci est un résultat immédiat de l'expérience, comme nous l'avons vu pages 29 et 40. Or, puisqu'en changeant l'épaisseur nous suivons ainsi un même ordre d'anneaux sous les diverses inclinaisons, nous devons admettre que, dans le trajet oblique IR, les molécules lumineuses ont encore le même nombre d'accès qu'elles avaient en traversant l'épaisseur IN; et conséquemment, si nous désignons l'intervalle de ces accès par i', il faudra qu'on ait

$$\nu i' = \mathrm{IR}, \qquad \text{qui devient} \qquad \nu i' = \frac{e'}{\cos r},$$

en mettant pour IR sa valeur calculée d'après l'épaisseur IN′ et l'angle de réfraction r. Ainsi toutes les conditions de facile réflexion, ou de facile transmission de la molécule sous diverses incidences, seront déterminées par l'ensemble des trois équations

$$\nu i = e \qquad e' = \frac{e}{\cos u} \qquad \nu i' = \frac{e'}{\cos r}.$$

Tirons de la première la valeur de e, pour la mettre dans la seconde, puis de celle-ci la valeur de e' pour la mettre dans la troisième; ν disparaîtra comme facteur commun, et il restera

$$i' = \frac{i}{\cos r \cos u}.$$

C'est précisément la relation établie par Newton.

On voit que ce calcul est uniquement fondé sur l'observa-

tion des épaisseurs auxquelles passe successivement un même anneau réfléchi ou transmis, lorsqu'on le regarde sous diverses incidences. Quoique ces rapports aient été établis par des observations sur des lames courbes, l'application que Newton en fait ici à des lames parallèles n'en est pas moins légitime, parce que les épaisseurs comparées étaient toutes déduites de mesures prises sur le diamètre transversal des anneaux; de sorte que les rayons lumineux qui limitaient chaque diamètre, traversaient la lame mince dans des points où les tangentes de ses deux surfaces étaient sensiblement parallèles, ce qui rendait constante l'épaisseur qui les séparait.

Mais les valeurs des accès obliques, conclues de ces observations, ne pourraient plus être employées, si les deux surfaces que le rayon traverse étaient assez inclinées l'une à l'autre pour que les longueurs des accès dussent être sensiblement différentes à l'entrée et à la sortie. Alors les longueurs déterminées par la première surface se soutiendraient dans toute l'épaisseur du milieu, jusqu'à ce que les molécules lumineuses fussent arrivées assez près de la seconde surface pour en être sensiblement influencées. Mais, à partir de cet instant, les longueurs des accès devraient probablement changer, pour se plier graduellement aux nouvelles valeurs que l'inclinaison du rayon sur la surface tendrait à leur assigner. De dire par quelles périodes s'opéreraient de tels changemens, ce serait sans doute une chose fort difficile, et il n'y a rien dans les expériences de Newton qui puisse nous mettre en état d'en juger, parce qu'elles ont toutes été faites entre des surfaces assez peu inclinées l'une à l'autre pour que l'inclinaison du rayon aux deux extrémités de son trajet pût être censée la même sur chacune d'elles. Néanmoins il nous sera au moins utile d'avoir indiqué cette restriction, non comme une inexactitude de la théorie, mais comme un cas dépendant d'élémens nouveaux, et qui nous sont encore inconnus.

La loi établie ici par Newton, donne encore lieu à plusieurs autres conséquences qui méritent d'être soigneusement remarquées. La première, c'est que les accès des molécules lumineuses ne sont pas, comme leur vitesse, une modification tou-

jours constante et identique dans le même milieu, de quelque manière qu'elles y soient parvenues; puisqu'au contraire, nous voyons que leur longueur augmente pour chaque molécule à mesure qu'elle pénètre le même milieu sous un angle de réfraction plus considérable; et si nous faisons une juste interprétation de la règle que Newton leur assigne, nous verrons qu'à réfraction égale, l'intervalle des accès dépend encore de l'action plus ou moins forte du milieu que la lumière quitte, puisque le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction entre dans l'expression générale de l'angle auxiliaire u, qui détermine l'étendue plus ou moins grande de la variation des anneaux sous les mêmes obliquités.

Une autre conséquence, c'est que, si la lumière passe d'un même milieu dans plusieurs autres inégalement réfringens, la variation des anneaux dans ces derniers, pour des changemens égaux d'incidences, sera d'autant moindre, qu'ils seront plus réfringens. Ainsi, par exemple, lorsque des lames minces d'eau et d'air se sont trouvé enfermées entre deux verres objectifs, nous avons trouvé la variation des anneaux beaucoup plus considérable dans l'air que dans l'eau. Ici, la chose devient évidente en général; car si dans l'expression de sin u l'on introduit, au lieu de l'angle de réfraction r, sa valeur en fonction de l'angle d'incidence i, elle devient

$$\sin u = \frac{(105 + n)}{106\, n} \sin i, \quad \text{ou} \quad \sin u = \frac{\left(1 + \frac{105}{n}\right)}{106} \sin i.$$

Plus le second milieu réfractera fortement, plus n sera considérable, par conséquent plus sin u sera petit, ainsi que séc u, pour des valeurs égales de i. Or c'est justement séc u qui mesure le rapport de e' à e, c'est-à-dire des épaisseurs qui transmettent ou réfléchissent le même anneau sous une incidence oblique et sous l'incidence perpendiculaire: ceci explique parfaitement le peu de variations que l'on observe dans les couleurs données par les lames minces de verre ou d'oxides métalliques, lorsqu'on les observe sous des incidences diverses.

Un pareil accord suffisait sans doute pour autoriser Newton

à généraliser, comme il l'a fait, la relation de e à e', donnée par ses expériences sur les lames minces d'air et d'eau. Mais, en outre, on verra bientôt cette loi confirmée d'une manière encore plus frappante, par l'application aux phénomènes que présentent les plaques épaisses de verre.

Les définitions précédentes, tirées de l'expérience même, caractérisent toutes les modifications que les accès éprouvent dans l'acte de la réfraction. Il faut à présent déterminer celles qu'ils reçoivent de la réflexion; mais les observations que nous avons rapportées jusqu'ici ne peuvent pas servir à résoudre ce problème, puisque la minceur des lames employées empêche d'observer séparément les influences que les rayons y subissent avant et après s'être réfléchis à leur seconde surface; ou du moins les indices que l'on peut tirer de pareilles expériences ne peuvent être saisis qu'après que l'on a déjà démêlé, par quelque autre méthode, les diverses actions qui s'y produisent. C'est ce que Newton a fait d'après une nouvelle série d'observations, dans lesquelles il a rendu les anneaux sensibles sur des lames épaisses, où les deux trajets des rayons, avant et après la réflexion intérieure, pouvaient ainsi être distingués. L'ensemble de ces nouveaux phénomènes l'a conduit à la proposition suivante :

Lorsque des molécules lumineuses, de quelque espèce qu'elles soient, arrivant à la seconde surface du corps où elles se meuvent, y sont réfléchies régulièrement ou irrégulièrement, elles reprennent, après la réflexion, de nouveaux accès à partir de la surface réfléchissante, et les longueurs de ces accès sont les mêmes qu'elles auraient été, si les molécules, venant du milieu extérieur au corps où elles se trouvent, étaient entrées dans celui-ci avec l'obliquité que leur imprime la réflexion.

J'exposerai bientôt les preuves expérimentales de cette dernière proposition, mais je la place ici d'avance, comme complétant tous les caractères physiques des accès.

CHAPITRE V.

Application de la Théorie précédente à la réflexion des rayons de lumière qui ont traversé des milieux épais.

Les accès des molécules lumineuses étant complètement définis par ce qui précède, et toutes leurs propriétés, à l'exception de la dernière, étant uniquement établies d'après des expériences faites sur des lames minces, l'épreuve la plus sûre, et en même temps la plus utile que nous puissions leur faire subir, c'est de développer par le raisonnement les conséquences qui en résultent pour la réflexion et la réfraction de la lumière à la seconde surface des corps épais, et de voir si les conséquences sont conformes aux observations.

Afin de prendre ces phénomènes dans leur source, considérons d'abord un corps lumineux placé dans un milieu indéfini, tel que l'air, et suivant par la pensée les diverses molécules lumineuses qui en émanent, voyons quelle doit être, à toute distance, leur tendance à la réflexion ou à la réfraction. Pour résoudre ce problème, il faut qu'on donne la nature du milieu, celle des particules lumineuses émises, le sens de leur introduction, et l'état initial de chacune d'elles à l'instant où elle échappe à l'action du corps rayonnant. Avec les deux premières données, on calculera la longueur des accès de chaque particule, et ajoutant bout à bout cette longueur à elle-même, en partant de la position et de l'état primitif, on connaîtra tous les retours suivans du même état, ou de l'état opposé. Alors, si l'on place en quelque point que ce soit une surface dont la force réfléchissante soit donnée, eu égard au milieu qui l'environne, on pourra, d'après l'état de chaque molécule lumineuse, prononcer si elle cédera ou ne cédera pas à la réflexion. Ce seront là les modifications propres à chaque molécule. Si l'on veut ensuite prévoir les

phénomènes de coloration qui pourront naître de leur mélange, on y parviendra en composant leurs facultés colorifiques par la méthode de Newton, que nous avons déjà employée pour un usage pareil.

Mais cette composition ne sera nécessaire que si le milieu traversé par la lumière est extrêmement mince; car, s'il offre assez d'étendue pour que les molécules lumineuses les moins réfrangibles y subissent seulement douze ou quinze accès, l'effet de la réflexion deviendra sensiblement constant, au moins pour nos sens, et le rayon réfléchi paraîtra toujours de même couleur que la lumière incidente. C'est le cas de la réflexion à la seconde surface des corps épais.

Pour en concevoir la cause, il faut se rappeler que, dans la division générale du spectre, une certaine étendue est occupée par le violet, une autre par l'indigo, une autre par le bleu, et ainsi de suite pour les sept couleurs principales; c'est-à-dire que la sensation de chacune de ces couleurs n'est pas rigoureusement affectée à une seule espèce de rayons d'une réfrangibilité mathématiquement fixe, mais peut être excitée par des rayons de réfrangibilité tant soit peu différente, avec une similitude suffisante pour que nous les confondions. D'après cela, nous pouvons, dans les phénomènes de coloration, considérer en masse les effets de ces divers groupes. Commençons donc par choisir un quelconque d'entre eux, le violet, par exemple, et supposons que la lumière émise contienne uniquement les variétés de particules qui peuvent produire la sensation de cette couleur; puis concevons que toutes ces particules s'échappent du corps lumineux simultanément et dans la même période d'un accès de même nature. Dès lors leur réfrangibilité inégale donnera à leurs accès d'inégales longueurs; et si celle des plus réfrangibles est e, celle des moins réfrangibles sera $\frac{e.0,6814}{0,6300}$; par conséquent, à une même distance du corps lumineux, les molécules violettes les plus réfrangibles auront éprouvé plus d'alternatives que les autres, et après un certain nombre d'alternatives, la différence sera d'une alternative entière; de sorte

que les unes se trouvant dans un accès de facile transmission, les autres seront dans un accès de facile réflexion. Le nombre qui donne cette inversion d'état peut être déterminé par cet énoncé même, car en le désignant par x, il faudra qu'on ait

$$ex = \frac{(x-1)\,e.6814}{6300}, \quad \text{d'où l'on tire} \quad x = 13{,}2568.$$

On voit par là que l'opposition d'état entre les molécules violettes les plus réfrangibles et les moins réfrangibles sera complète quand les premières auront éprouvé treize accès et un quart environ. Ainsi, à cette distance du corps rayonnant, il y aura des particules violettes intermédiaires entre les précédentes, qui se trouveront dans toutes les phases possibles des deux genres d'accès. Si donc une surface réfléchissante se rencontre sur leur passage à cette distance, pourvu que sa force répulsive ne soit pas tout-à-fait nulle, il y aura un certain nombre de particules violettes qui subiront la réflexion, les autres subissant la transmission.

Ce résultat peut être rendu sensible par la même construction que Newton a employée pour représenter les rapports des épaisseurs des corps avec les couleurs qu'ils réfléchissent, fig. 13. Il suffit d'y considérer les divisions 13, 35 de chaque ligne verticale, comme représentant les longueurs des accès des particules lumineuses auxquelles cette verticale appartient. Dans le cas particulier que la figure représente, le point commun de départ des particules lumineuses se trouve fixé en ZR, au milieu d'un accès de transmission, et chacune des divisions égales comprises entre deux lignes transversales 00′ 11′, 11′ 22′; 22′ 33′.... représentent la longueur d'un demi-accès. Alors la valeur trouvée pour x doit se placer entre la 26e et la 27e divisions de la première colonne. Or si, par ce point, on mène une ligne parallèle à l'axe ZR, on voit qu'en effet elle coupe la verticale UU′ presque exactement sur la transversale 24, 2′4′; c'est-à-dire qu'à cette distance du point de départ, les molécules violettes les plus réfrangibles sont revenues presque au milieu d'un accès de facile réflexion, tandis que les moins réfrangibles, ayant éprouvé une alternative

de moins, se trouvent encore vers le milieu de l'accès de facile transmission qui précède immédiatement.

Si l'on répète la même construction pour toute autre épaisseur plus considérable, on trouvera toujours des molécules violettes qui seront ainsi dans les mêmes phases de deux accès consécutifs, et par conséquent dans des états tout-à-fait opposés; mais, à cause de l'allongement des carreaux que chaque couleur occupe, l'opposition portera sur des molécules comprises entre les réfrangibilités extrêmes.

Il arrivera en outre qu'au-delà de ces limites, la même parallèle pourra passer sur des carreaux de différens ordres, appartenant à la même couleur; de sorte que, pour une même épaisseur, il y aura, dans ces différens ordres, des molécules de couleur pareille qui pourront être réfléchies, et d'autres qui pourront être transmises. Enfin, en augmentant toujours l'épaisseur, le nombre des ordres de chaque couleur qui se mêleront ainsi, deviendra tellement considérable, et l'allongement de leurs carreaux sera tel, qu'ils offriront toujours aux forces réfléchissantes une quantité sensiblement constante de lumière, dont les particules seront dans toutes les phases possibles des deux sortes d'accès. Dès lors, pour chaque valeur donnée de ces forces, l'intensité de la réflexion deviendra constante à toutes les épaisseurs plus grandes, et les molécules qui s'y présentent étant réparties entre toutes les phases possibles des accès de différens ordres, la quantité totale de lumière réfléchie sera égale à celle que la même surface des mêmes milieux réfléchirait dans toute l'étendue d'un seul ordre, c'est-à-dire dans la largeur entière d'un seul anneau simple.

Ce que nous venons de dire pour les particules violettes, s'appliquera de même à chacune des couleurs qui occupent les autres divisions du spectre. Il y aura donc, relativement à chacune d'elles, des limites d'épaisseur au-delà desquelles le nombre des particules réfléchies deviendra constant pour chaque valeur donnée des forces réfléchissantes, et égal au nombre total de celles que ces mêmes forces réfléchiraient dans toute la largeur d'un seul anneau simple.

Or, si l'on rassemblait toutes les quantités des sept espèces de lumière qui se réfléchissent ainsi dans chaque anneau simple, on en formerait du blanc ; donc ce sera aussi du blanc qui sera réfléchi par toutes les surfaces réfléchissantes, quelle que soit leur nature lorsqu'elles seront placées à des distances du corps lumineux suffisamment considérables pour que toute la diversité des accès ait eu le temps de se déployer. De plus, l'intensité de ce blanc deviendra dès lors constante pour chaque espèce de corps réfléchissant, quelle que soit la distance où on le place ; mais elle sera différente pour les différens corps, selon l'énergie plus ou moins puissante que leur nature et celle du milieu qui les environne donneront à leur pouvoir réflecteur.

Ces résultats sont complètement confirmés par l'observation ; lorsqu'un rayon de lumière a traversé un grand espace d'air, si on le reçoit sur un corps poli, de couleur quelconque, qu'il soit blanc, noir, gris, vert, jaune, rouge, la portion qui se réfléchit régulièrement en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, est toujours blanche. A la vérité, si le corps réflecteur est suffisamment dense, il réfléchit aussi une portion de lumière colorée qu'il dissémine de tous côtés dans l'espace ; mais cette dispersion même annonce un mode de réflexion différent du premier ; et en effet, nous montrerons plus loin, par des caractères indubitables, que la portion de lumière ainsi réfléchie a pénétré dans le corps réflecteur, et se réfléchit d'une certaine profondeur dans sa substance. On ne peut donc plus lui appliquer les seules considérations tirées de la succession des accès dans le premier milieu, lesquelles ne peuvent en effet convenir qu'aux particules lumineuses, dont la réflexion s'opère dans ce milieu même, par la seule influence à distance du corps réflecteur. Or il est de fait que cette première réflexion donne toujours un rayon de même couleur que la lumière incidente, conformément à la théorie ; et cela, quelle que soit la nature du corps réflecteur par lequel le premier milieu est terminé.

Pour mettre dans une évidence complète les caractères dis-

tincts de ces deux sortes de réflexions, versez l'eau la plus limpide et l'encre la plus noire dans deux vases opaques, et noircis à l'intérieur, afin qu'ils ne renvoient point à l'œil de lumière colorée; puis regardez par réflexion sur ces deux liquides les images des objets extérieurs : vous les verrez avec leurs couleurs ordinaires, et vous ne pourrez apercevoir entre elles, sur les deux liquides, aucune différence de coloration appréciable. Voilà donc deux corps, dont l'un paraît transparent et l'autre paraît noir, et qui néanmoins réfléchissent l'un et l'autre toutes les couleurs. L'acte par lequel cette première espèce de réflexion s'opère est donc indépendant de la propriété que le corps peut avoir de nous paraître coloré. Il en sera de même si, au lieu d'encre, vous versez dans l'un des vases des dissolutions de carmin, d'indigo, ou de toute autre substance colorante; tous ces liquides réfléchiront des images semblables. Cependant, si vous les considériez en masse, ils auraient des couleurs bien différentes; la dissolution de carmin paraîtrait rouge, celle d'indigo bleue. Il est vrai que si ces dissolutions étaient très-chargées, elles finiraient peut-être par teindre les images des objets de leurs couleurs propres, et d'autant plus, qu'elles seraient plus concentrées; mais cette addition ne ferait tout au plus qu'affaiblir un peu la blancheur produite par la première espèce de réflexion, sans la détruire, et, pour l'ordinaire, elle ne l'altère pas sensiblement. C'est ainsi qu'un bâton cylindrique de cire d'Espagne du rouge le plus vif, étant exposé à la lumière blanche des nuées, ne laisse pas de réfléchir dans toute sa longueur une ligne de lumière blanche, laquelle paraît toujours sur les parties de sa surface où les rayons peuvent être renvoyés vers l'œil, en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence; et le brillant de cette ligne est tel, qu'aux endroits où elle s'observe, on peut à peine distinguer la couleur propre de la cire, qui se fait sentir si vivement partout ailleurs.

Dans ces divers exemples, les portions de la lumière incidente qui donnent les sept couleurs principales, ayant traversé une épaisseur suffisante d'un même milieu, qui est l'air, sont

également disposées à la réflexion ; ce qui produit l'identité des couleurs réfléchies *à distance* par toutes sortes de corps. Mais chaque corps, étant appliqué au même milieu, renvoie un nombre plus ou moins grand de molécules de chaque couleur, selon les phases de leurs accès auxquels il est alors capable de les réfléchir. De là, l'intensité inégale de la réflexion avec différens corps, la couleur réfléchie restant la même. Cette variation d'intensité peut encore s'obtenir avec un même corps appliqué à la seconde surface du même milieu épais. Il suffit, pour cela, d'amincir ce corps jusqu'à ce que son épaisseur devienne moindre que la distance à laquelle les forces réfléchissantes sont sensibles ; car alors les couches qu'on lui ôte diminuant son pouvoir réflecteur, une partie des molécules qu'il réfléchissait d'abord devront lui échapper, comme étant trop éloignées du milieu de leur accès de facile réflexion, pour céder au degré de force qui lui reste. L'intensité de la réflexion qu'il peut produire ira donc toujours en s'affaiblissant, à mesure qu'on l'amincira davantage. C'est aussi ce que nous avons observé sur les bulles d'eau. Lorsqu'elles sont assez amincies pour ne plus réfléchir sensiblement de lumière à leur seconde surface, auquel cas elles paraissent absolument noires, on observe encore à leur première surface une faible réflexion qui produit un rayon blanc, si la lumière incidente est blanche, et qui, en général, n'altère point les couleurs naturelles des objets.

Ces règles constantes, par lesquelles la réflexion se détermine dans tous les cas possibles, d'après l'état où les molécules lumineuses se trouvent en arrivant aux surfaces réfléchissantes ; ces règles, dis-je, fournissent des argumens démonstratifs pour prouver que la réflexion n'est point opérée par le choc des molécules lumineuses sur la matière même des corps. Car, si cette rencontre immédiate était la cause du phénomène, elle deviendrait plus facile et plus fréquente à mesure que l'épaisseur des corps augmenterait jusqu'au terme où ils atteindraient l'opacité. Et alors, s'il arrivait qu'à une certaine épaisseur toutes les molécules lumineuses fussent transmises, il ne se pourrait pas faire qu'à des épaisseurs moindres il y en eût de réflé-

chies. Cependant nous avons vu que cela a lieu quand on éclaire une lame mince d'un corps quelconque, avec une seule espèce de lumière simple; car, si l'épaisseur de cette lame est variable, il s'y forme alors, par réflexion, des anneaux lumineux séparés les uns des autres par des intervalles obscurs. De même, dans l'hypothèse du choc, on ne concevrait pas comment une même épaisseur d'eau, d'huile, ou d'air, ou de verre, étant exposée à la lumière sous une certaine incidence, présenterait assez de molécules matérielles pour réfléchir certaines espèces de rayons, tandis que sous une autre obliquité, elle les transmettrait et en réfléchirait d'autres espèces. Enfin, on ne verrait pas davantage comment, lorsque deux lames de verre se touchent, ou sont fort près l'une de l'autre, il n'y aurait pas au point de contact et à quelque distance autour de ce point, assez de molécules vitreuses pour réfléchir une quantité de lumière sensible; tandis qu'il s'en trouverait tout de suite assez dans un autre endroit voisin, où les surfaces des lames seraient seulement un peu plus distantes l'une de l'autre. Tous ces phénomènes, qui se lient parfaitement avec la réflexion à distance, et qui en sont des conséquences nécessaires, deviennent autant d'impossibilités physiques dans l'hypothèse d'un contact immédiat entre les particules de la lumière et celles des corps réflecteurs.

CHAPITRE VI.

Explication des couleurs propres et permanentes des Corps.

Ayant ainsi complètement analysé la réflexion que tous les corps polis opèrent hors de leur première surface, et montré pourquoi elle ne change pas la couleur des images, lorsqu'elle s'exerce sur des rayons qui viennent de traverser un milieu épais, il nous faut examiner cette autre réflexion par laquelle les corps, s'appropriant toujours une certaine portion de la lumière incidente, la renvoient ensuite de tous côtés dans l'espace par un véritable rayonnement. Cette portion, d'une teinte particulière constitue la couleur propre des corps, quand on les observe par réflexion. Le reste les traverse, s'ils sont transparens, mais une partie s'éteint toujours dans leur substance, et tout s'y éteint, s'ils sont opaques. Essayons de concevoir comment ces divers phénomènes peuvent s'opérer.

Pour cela, il faut nous faire une idée juste de la constitution des corps, du moins autant que l'observation de leurs propriétés physiques peut nous l'indiquer. D'abord une foule d'expériences nous ont déjà montré qu'aucun corps n'est un assemblage continu de matière, mais qu'ils sont tous composés de particules matérielles placées à distance, et maintennes dans cet état par les forces opposées de l'attraction et de la chaleur. Ces distances, invisibles à nos sens, et inappréciables par nos plus forts microscopes, deviennent, pour ainsi dire, évidentes par la transmission de la lumière à travers les corps; car tous, excepté peut-être les métaux blancs, se laissent traverser par elle quand ils sont suffisamment amincis. C'est ce que l'on peut vérifier en mettant des lames minces, de quelque substance que ce soit, au-devant d'un petit trou percé dans le volet d'une chambre obscure, et dirigeant sur elles un trait de lumière

solaire réfléchi du dehors ; car toutes paraîtront translucides, si elles sont suffisamment amincies. On observe la même chose quand on regarde de pareilles lames au microscope, en les éclairant par-dessous d'une vive lumière. Si nous ne pouvons pas, par ces procédés, amener les métaux blancs à la transparence, c'est sans doute parce que nos moyens mécaniques sont trop grossiers pour leur donner le degré de ténuité convenable; mais du moins nous y parvenons en les dissolvant, même en grande abondance, dans des acides; et cela suffit pour montrer que leur opacité, dans l'état solide, ne tient pas à une propriété élémentaire et essentielle de leurs particules, mais plutôt à leur discontiguité et au grand excès de leur force réfringente sur celle du milieu quelconque, qui existe entre elles. Car nous avons déjà plusieurs fois remarqué que la réunion de ces deux circonstances suffit pour produire rapidement l'opacité en multipliant les réflexions.

Il se pourrait même que dans les corps qui nous paraissent les plus denses, la capacité des interstices surpassât plusieurs milliers de fois le volume des particules matérielles. En effet, supposez que les dernières particules élémentaires et impénétrables, qui constituent les principes des corps, soient réunies en groupes deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, ou davantage, de manière que, dans chaque groupe, il y ait entre elles de certains intervalles, et que les différens groupes aient entre eux des intervalles beaucoup plus grands : ces groupes eux-mêmes pourront à leur tour être considérés ensemble deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, de manière à former encore des groupes plus grands et séparés les uns des autres par de plus grandes distances. Or, si l'on conçoit les molécules élémentaires très-denses, on pourra, en multipliant ainsi les ordres de groupes successifs, composer des systèmes qui offrent tous les degrés de densité et de rareté que l'on voudra. En supposant, par exemple, que dans chaque ordre la somme des espaces compris entre les groupes fût seulement égale à leur volume total, un corps qui aurait un seul ordre de pareils groupes ne contiendrait que $\frac{1}{2}$ de son volume de matière; avec deux

ordres, il n'en contiendrait que $\frac{1}{4}$, avec trois $\frac{1}{8}$, avec quatre $\frac{1}{16}$, avec cinq $\frac{1}{32}$. C'est ainsi que dans les espaces célestes, les molécules d'une planète, quoique séparées les unes des autres, forment un groupe d'une certaine densité, qui constitue le corps de la planète. Plusieurs planètes, infiniment éloignées les unes des autres comparativement aux intervalles de leurs molécules, mais infiniment voisines comparativement aux distances des autres corps de l'univers, forment un système plus rare, un groupe d'un ordre plus composé. L'assemblage de pareils systèmes, séparés les uns des autres par d'autres intervalles infinis relativement aux orbites de chaque planète, formeront un autre système plus rare encore, et tel que les nébuleuses nous en offrent l'exemple. Enfin, l'on peut encore concevoir de pareils assemblages de nébuleuses, et ainsi de suite, sans aucune limitation.

Une fois reconnu que les particules des corps sont placées à distance les unes des autres, ce mode de constitution est évidemment le plus général que l'on puisse concevoir. Maintenant, pour expliquer comment de pareils systèmes peuvent avoir des couleurs propres qui demeurent les mêmes sous tous les aspects, il suffit d'admettre que les groupes de particules les plus composées y sont fort petits, et que, soit par leur densité, soit par leur nature, ils réfractent la lumière beaucoup plus fortement que le milieu, ou les milieux quelconques qui sont interposés entre eux. La première condition est autorisée par l'impossibilité où nous sommes de distinguer, avec les meilleurs microscopes, ces groupes élémentaires; la seconde, comme on le sentira tout-à-l'heure, est nécessaire pour que leurs couleurs soient permanentes sous toutes les inclinaisons.

Lorsqu'un faisceau lumineux pénètre dans un pareil système, on doit d'abord concevoir qu'un certain nombre de rayons peuvent passer parmi tous les groupes sans les traverser, et de là ressortir de nouveau dans l'espace. Ce sera la portion de lumière que le corps peut transmettre sans altération. Les particules lumineuses qui la composent n'éprouvant dans l'intérieur du corps aucunes modifications nouvelles, doivent y suivre sans obstacle la progression uniforme des accès

qu'elles avaient pris en y pénétrant. Or, sans qu'il soit besoin d'exagérer la rareté de la matière dans les corps, il y a une cause physique qui doit faciliter considérablement ce mode de transmission de la lumière ; c'est que toutes les parties très-petites de la matière ont, comme nous le prouverons par la suite, la propriété d'infléchir latéralement et à distance les molécules lumineuses qui les approchent. De sorte que celles-ci, en serpentant de cette manière, peuvent passer librement parmi des séries de particules matérielles, qui les eussent infailliblement arrêtées, si elles s'étaient propagées directement.

Néanmoins on doit aussi concevoir qu'un certain nombre de rayons rencontrent les groupes mêmes qui forment la substance des corps, et sont contraints de les traverser. Dans ce cas, à leur incidence sur la première surface de chaque groupe, ils y éprouveront d'abord une réflexion partielle ; mais l'effet en pourra être très-faible et presque insensible, si le groupe est fort mince, comme nous l'avons supposé. Dès-lors les molécules, pénétrant le groupe, et ressentant son action supposée très-énergique, prendront des accès beaucoup plus courts et d'une succession bien plus rapide qu'elles n'en avaient dans le milieu environnant. C'est pourquoi, lorsqu'elles arriveront à la seconde surface du groupe, il y en aura parmi elles qui se trouveront disposées à être réfléchies, et d'autres à être transmises. Celles qui subiront réellement la réflexion, formeront la couleur propre du groupe, laquelle pourra, dans bien des cas, n'avoir qu'une très-faible intensité, à cause de l'attraction des groupes environnans, qui pourra être fort sensible. Du reste, cette couleur sera la même sous toutes les incidences, si, comme nous l'avons supposé, le pouvoir réfringent du groupe est très-énergique (1), et, si de plus, il ne peut être traversé que par son centre de gravité, les transmissions latérales étant empêchées et détournées par les forces infléchissantes. La portion de lumière qui aura ainsi traversé un premier groupe et

(1) Ce qui n'empêche pas que celui du corps entier ne puisse être très-faible.

aura échappé à la réflexion de sa seconde surface, continuera de se transmettre jusqu'à ce qu'elle en rencontre un autre qui produise sur elle des effets pareils. Alors, si le premier groupe n'a pas réfléchi tous les rayons qui, dans la lumière incidente, étaient propres à composer sa couleur, le second groupe réfléchira une partie du reste, et ainsi de suite de groupe en groupe, jusqu'à ce que l'ensemble des rayons qui peuvent former cette couleur dans la lumière incidente, soit complètement épuisé. La somme de ces réflexions composera donc la couleur totale du corps entier, laquelle ira ainsi en croissant d'intensité avec l'épaisseur, tant que les groupes qui reçoivent les derniers la lumière, auront quelque chose à réfléchir.

Considérons maintenant la portion de lumière qui, échappée à toutes les forces réfléchissantes des groupes successifs, se transmet à travers l'épaisseur entière du corps. Si elle contenait tous les rayons non réfléchis par les groupes, elle serait complémentaire de leur couleur ; sa teinte serait seulement affaiblie par la portion de lumière blanche qui peut traverser le corps en serpentant parmi les groupes sans se décomposer. Mais cette opposition exacte ne s'observe jamais rigoureusement dans aucun corps; il y a toujours une certaine portion de lumière colorée qui ne se trouve ni dans la couleur réfléchie, ni dans la couleur transmise, et qui, en conséquence, est absorbée par le corps ou éteinte dans sa substance. Par exemple, l'or réduit en feuilles très-minces est jaune lorsqu'on le regarde par réflexion, et vert lorsqu'on le regarde par transmission. Pourtant, dans les anneaux réfléchis, il n'y a point de jaune qui ait pour complément du vert. La couleur transmise est toujours un bleu, et ce résultat est conforme à la construction que Newton a donnée pour la composition des couleurs. Mais de ce bleu, nécessairement composé, ôtez un certain nombre de rayons violets et bleus que l'or absorbera dans sa substance, il vous restera du vert. Ici le progrès de l'absorption est très-rapide, à cause de la grande densité de la substance. Dans d'autres cas, elle est plus lente, et ordinairement graduelle. Alors, en faisant varier l'épaisseur du corps par une progression insensible, on voit la lumière transmise changer successi-

vement de teinte, perdant d'abord une certaine espèce de couleur, puis une seconde, une troisième, jusqu'à ce qu'enfin son intensité devenant trop faible pour être aperçue, le corps paraisse tout-à-fait opaque. L'ordre suivant lequel cette déperdition successive s'opère, est déterminé pour chaque substance, mais il varie dans les substances diverses. Par exemple (1), si l'on verse dans un verre conique une dissolution de certains bois colorés, et qu'en l'exposant à la lumière des nuées, on la regarde par réflexion, elle paraîtra bleue; mais, si on la regarde par transmission, elle paraîtra jaune dans le bas du verre, près de la pointe du cône, orangée un peu plus haut, et enfin rouge dans les parties où l'épaisseur traversée par les rayons est plus grande. Dans ce cas, les rayons violets et bleus sont très-abondamment réfléchis par la liqueur, puisque les plus petites gouttes que l'on en peut séparer paraissent de cette teinte, et par conséquent très-peu d'entre eux y pénétreront à quelque profondeur; mais les verts y entreront plus facilement, et encore plus les jaunes, les orangés et les rouges, toutes lesquelles couleurs, prises ensemble, composeront le jaune pâle que l'on observe, par transmission, dans le fond du verre, où l'épaisseur est la plus petite. Un peu plus haut, c'est-à-dire à travers une épaisseur plus forte, les rayons verts seront aussi absorbés, et le reste composera un orangé. Enfin, à une épaisseur plus grande encore, les jaunes seront absorbés à leur tour, puis les orangés, et enfin les rouges, si l'épaisseur est suffisante; d'où résulterait successivement l'orangé transmis, et ensuite un rouge graduellement de plus en plus sombre, jusqu'à ce qu'il se termine en opacité. Newton a encore cité comme exemple un phénomène observé par Halley dans l'eau de la mer, où il était descendu à la profondeur de quelques brasses, un jour qu'il faisait un fort beau soleil. Le dessus de sa main, sur laquelle le soleil donnait directement au travers de l'eau et d'une petite fenêtre fermée par une glace, lui paraissait d'un rouge-rose; et, au contraire,

(1) Newton cite particulièrement une espèce de bois qu'il appelle *néphrétique*. Je n'ai pas pu m'en procurer qui offrît précisément les couleurs qu'il indique, mais un grand nombre produisent des effets analogues.

l'eau de dessous, ainsi que la partie inférieure de sa main, éclairée uniquement de la lumière réfléchie par cette eau, lui paraissait verte. Le premier fait nous indique d'abord que l'eau de mer laisse passer les rayons rouges plus aisément que tous les autres. On sait d'ailleurs qu'elle réfléchit en plus grande abondance les rayons violets et bleus ; car elle paraît bleue par réflexion quand elle est calme ; et c'est de là que lui est venue l'épithète de *cæruleum* que les anciens lui avaient donnée. Maintenant, un objet placé dans cette eau à quelque profondeur, et éclairé uniquement par la lumière qu'elle transmet, doit paraître rouge comme le dessus de la main de Halley, et ce rouge doit être d'autant plus foncé et plus sombre, que la profondeur est plus grande. Or, à une certaine profondeur où les rayons violets et une partie des bleus sont déjà rejetés par la réflexion, si vous supprimez aussi ce rouge de la lumière transmise, comme Halley le faisait en observant le dessous de sa main, éclairée seulement par la lumière que réfléchissait l'eau inférieure, le reste des rayons bleus, avec les verts et les jaunes, réfléchis d'en bas en plus grande abondance, doivent nécessairement former du vert. On voit, par cette théorie, qu'il peut exister des corps qui paraissent de même couleur par transmission et par réflexion ; car il suffit pour cela que l'espèce de lumière qu'ils réfléchissent en plus grande abondance soit aussi celle qui les traverse le plus aisément ; et il paraît qu'un grand nombre de liqueurs rouges offrent cette particularité. On l'observe aussi dans certains verres rouges. Enfin, si l'on fait successivement passer le même faisceau lumineux à travers deux liquides, dont le second réfléchit la portion que le premier a transmise, il est évident que l'on doit obtenir une complète opacité ; et c'est ce que Hook a observé le premier avec surprise, en ayant placé l'un derrière l'autre, deux prismes égaux et opposés, dont l'un était rempli d'une liqueur rouge, et l'autre d'une liqueur bleue, toutes deux d'une teinte très-chargée. Il n'est pas impossible que, dans les corps composés, l'opacité soit souvent produite par une disposition semblable. Au reste, pour avoir une idée

exacte des teintes réfléchies et transmises par une substance quelconque, la marche la plus sûre est de la faire traverser successivement, à diverses épaisseurs, par des rayons simples, de couleur diverse, et de mesurer comparativement les quantités réfléchies et absorbées de chacun d'eux. Nous donnerons, par la suite, des procédés pour cet objet; alors il ne restera plus qu'à composer par le calcul ces élémens simples, selon la méthode de Newton : mais il faut, en faisant ces épreuves, se servir de rayons parfaitement simples; car, pour peu qu'ils soient encore composés, l'absorption inégale que leurs parties subiront en traversant la substance colorée, fera changer la teinte de la lumière incidente. Ceci, comme Newton le remarque, a été cause de l'erreur de plusieurs physiciens, qui ont cru avoir changé les couleurs primitives des rayons simples, en leur faisant traverser des milieux colorés.

Toute cette théorie des couleurs permanentes des corps repose, comme on voit, sur trois principes fondamentaux : 1°. la matière dans les corps est distribuée par groupes placés à distance les uns des autres; 2°. le pouvoir réfringent de ces groupes est beaucoup plus énergique que celui du milieu ou des milieux qui les séparent; 3°. la réflexion et la transmission de la lumière s'opèrent dans chaque groupe selon les mêmes lois que dans les lames minces; la couleur qu'ils renvoyent provient de leur seconde surface, et dépend de leur force réfringente et de leur épaisseur.

Ces trois propriétés sont tellement liées entre elles, que si la dernière était accordée, les deux autres s'ensuivraient nécessairement. Car si le mode de la réflexion est le même pour les groupes matériels que pour les lames minces, il faudra admettre qu'ils sont séparés les uns des autres, sans quoi il ne se ferait pas plus de réflexion entre eux qu'entre deux verres de même nature qui se touchent. Il faudra de plus que le milieu qui les sépare soit moins réfringent qu'eux; car s'il l'était autant, le cas serait le même que tout-à-l'heure, et il ne se produirait aucune réflexion dans l'intérieur du corps; si, au contraire, il l'était davantage, on pourrait lui appliquer ce que nous disons ici des groupes, et regarder les interstices du mi-

lieu comme la partie réfléchissante du corps. Enfin, il faudra que chaque groupe forme un système très-réfringent, et beaucoup plus réfringent que le milieu qui l'entoure ; car les couleurs des corps colorés épais restent les mêmes sous toutes les obliquités des rayons visuels, et nous avons reconnu que les teintes réfléchies par une même lame mince sous diverses incidences, changent d'autant moins que sa réfraction est plus forte comparativement à celle du milieu environnant.

C'est une grande induction en faveur de cette théorie que de voir tous les effets des particules insensibles dont les corps se composent, exactement assimilés à ceux que nous observons évidemment dans les lames minces sur une échelle assez grande pour pouvoir en mesurer tous les détails. Sans doute on pourrait, comme l'ont essayé des savans célèbres, expliquer les couleurs propres des corps par des attractions et des répulsions chimiques qui détermineraient de préférence l'absorption ou la réflexion de certaines teintes ; mais alors il faudrait attribuer à ces forces toutes les variétés d'effets qui s'opèrent par les accès avec tant de simplicité ; c'est-à-dire qu'il faudrait dans certains ordres de couleurs une action qui s'étendît seulement à certaines particules lumineuses, et même à une certaine proportion déterminée de ces particules ; car les couleurs des corps naturels ne sont jamais simples, et la théorie de Newton fait seule voir pourquoi elles ne peuvent pas l'être. D'ailleurs, rien ne prouve que l'affinité soit réellement capable de produire ces choix de particules lumineuses ; au lieu que, par l'exemple des plaques minces, nous sommes certains qu'ils peuvent être et qu'ils sont réellement opérés à la seconde surface par la seule conséquence du changement d'épaisseur ; et, ce qui est bien remarquable, pour tous les corps solides ou liquides que l'on a pu réduire à de telles lames minces, l'ordre et la succession des couleurs se sont toujours trouvés pareilles, indépendamment de l'affinité. Il y a toujours sept ordres d'anneaux sensiblement distincts ; après quoi, le mélange se confond avec une blancheur uniforme. Le passage des premières teintes aux dernières se fait toujours par les mêmes gradations

d'épaisseur, quelle que soit la nature chimique des substances réfléchissantes, que ce soit de l'eau, ou de l'huile, ou du métal, ou du verre, ou de l'air. Les couleurs produites dans tous ces cas sont si exactement les mêmes, que personne ne saurait les distinguer. Quelles analogies pour penser que les mêmes lois s'étendent aussi à la réflexion opérée dans les groupes matériels qui composent les corps ! Si l'on voulait expliquer par l'affinité les couleurs de ces groupes, il ne suffirait pas de supposer à cette force toute la graduation d'intensité que ces effets exigent, il faudrait encore que dans tous ses changemens par la chaleur, la lumière, ou la diverse nature des substances, elle suivît encore fidèlement les périodes assignées par la table de Newton ; car lorsqu'un corps change graduellement de couleur par l'effet d'une action chimique quelconque, assez lente pour qu'on en puisse observer les diverses périodes, les teintes par lesquelles il passe suivent toujours exactement l'ordre consigné dans cette table, et qui dérive de celui des anneaux.

Cette importante loi s'observe dans presque tous les progrès de la végétation, qui aussi, pour la plupart, peuvent être considérés comme le produit d'actions chimiques lentes et graduelles. Par exemple, Newton a remarqué que le vert vif des plantes appartient au troisième ordre; et, en effet, celui du troisième ordre lui est parfaitement comparable pour la force et la netteté de la teinte. C'est le seul qui possède ces propriétés à un si haut degré dans l'ordre des anneaux. Maintenant supposons que, par suite d'un changement chimique quelconque, ce vert vienne à descendre au rouge ; on voit tout de suite qu'il a descendu dans l'ordre des anneaux ; et ainsi, selon la théorie de Newton, cela n'a pu se faire sans que la couleur de la feuille ait passé successivement par le jaune, l'orange et l'orangé rougeâtre. Or c'est précisément ce qui arrive aux feuilles des plantes lorsqu'elles se flétrissent, comme Newton l'a bien observé. J'ajouterai quelque chose de plus général : c'est qu'en examinant les variations des teintes d'un grand nombre de feuilles et de fleurs dans les diverses périodes de leur végétation, il m'a paru que tant que la force végétative se développe, les couleurs

montent dans l'ordre des anneaux, et, au contraire, quand cette force s'affaiblit, elles descendent. Ainsi les jeunes pousses du chêne et du peuplier sont d'abord d'un rouge tirant sur l'orangé; de là elles passent à un orangé rougeâtre, et bientôt au vert en passant par une sorte de jaune rougeâtre extrêmement fugitif. Or c'est aussi là précisément le progrès des nuances que l'on observe dans les anneaux lorsqu'on remonte du rouge au vert du troisième ordre, comme on peut s'en convaincre par les expressions mêmes que Newton a employées en décrivant les couleurs des bulles d'eau. Voici d'autres exemples analogues. Quand la fleur du chèvre-feuille s'épanouit, sa couleur est un blanc pur du premier ordre; à mesure qu'elle se fane, elle passe au jaune pâle, au jaune, à l'orangé et à l'orangé foncé. Telle est, en effet, la marche des teintes en descendant le premier ordre de la table de Newton. La fleur du géranium sanguinéum, dont la couleur est un rouge violacé, intermédiaire entre le premier et le second ordre, devient bleue en se fanant, après qu'on l'a coupée. Des œillets d'un rouge si vif qu'on avait peine à en soutenir la vue, et qui était par conséquent celui du second ordre, sont descendus ainsi au rouge-ponceau et au pourpre violacé. La même chose arrive à certaines espèces de roses; mais il en est d'autres dont la couleur paraît être le rouge du troisième ordre. Celles-ci, en vieillissant sur leur tige, perdent peu à peu la vivacité de leur rouge, et le bleu et le violet du quatrième anneau acquiérant plus d'influence sur leur teinte, elles descendent au rouge bleuâtre, dont la couleur la plus voisine dans la table, en descendant toujours, est un vert bleuâtre; de sorte qu'à mesure qu'elles s'en approchent, elles tirent sur une teinte intermédiaire, qui est un blanc rougeâtre et imparfait (1). Un blanc semblable, intermé-

(1) Les variations d'épaisseur dans les expériences de Newton, quoique ménagées avec beaucoup d'art, étaient encore trop rapides pour qu'il pût apercevoir ce blanc imparfait entre le troisième et le quatrième ordre. Il y a aussi une blancheur analogue dans les intermédiaires des trois ordres suivans. Nous aurons bientôt l'occasion de vérifier tous ces résultats dans une autre classe de phénomènes, où nous pourrons faire naître successi-

diaire entre le quatrième et le cinquième ordres, forme la teinte ordinaire d'une certaine campanule nouvellement connue des botanistes français. On y reconnaît même, dans l'état de développement le plus parfait, un léger mélange de rose pâle qui décèle son origine; aussi, en laissant vieillir cette campanule sur sa tige, ou desséchant ses pétales entre deux papiers, on la voit passer à un bleu pâle dont la nuance fugitive précède le bleu verdâtre du cinquième ordre, consigné dans la table de Newton. Enfin la tigridie, cette belle fleur qui se développe et se flétrit en quelques heures, paraît, lorsqu'elle n'est pas encore tout-à-fait ouverte, d'un orangé rougeâtre très-vif : de là elle descend au rouge mordoré du premier ordre, et enfin, en se flétrissant, elle passe au rouge violacé du second, toujours en suivant la marche des anneaux (1).

Les mêmes périodes s'observent dans les combinaisons chimiques artificielles, lorsqu'elles s'opèrent avec assez de lenteur pour qu'on puisse saisir les nuances successives de leur coloration. On en trouve un grand nombre de preuves dans l'ouvrage de Delaval, sur les couleurs, quoiqu'il n'ait pas toujours bien interprété les exemples qu'il a choisis. J'en citerai ici quelques autres. La teinture de tournesol, lorsqu'elle a été long-temps enfermée dans un flacon bouché, devient souvent orangée, ce que l'on croit venir de ce qu'elle se désoxide. Ouvrez ce flacon, et agitez la liqueur pour la combiner avec l'oxygène de l'air; en peu d'instans elle passe au rouge, puis au bleu violacé, c'est-à-dire du premier ordre au second. L'oxide de manganèse solide et pur est brun-maron. Si on le chauffe avec de la po-

---

vement, avec toute la lenteur imaginable, les nuances consécutives des anneaux.

(1) La fin rapide de cette belle fleur ressemble à une véritable putréfaction. J'ai essayé de prolonger sa vie en la tenant dans l'obscurité, en l'empêchant de s'ouvrir, en coupant ses étamines et ses pistils avant qu'elle fût ouverte, afin d'y empêcher la fécondation; toutes ces tentatives ont été inutiles. Le jour qu'elle devait fleurir, elle s'est toujours ouverte à son heure fixe, qui est environ cinq heures du matin, et elle était fanée à deux heures après-midi.

tasse, il en résulte une combinaison solide, dont la couleur est le vert vif du troisième ordre, ce que les chimistes nomment *caméléon minéral.* Cette combinaison est très-peu stable; car il suffit de la dissoudre dans une grande quantité d'eau chaude pour la désunir rapidement et séparer l'oxide : mais si l'on emploie peu d'eau, et que la combinaison soit bien faite, cette séparation devient progressive; alors la dissolution change successivement de couleur, passant du vert au vert bleuâtre, au bleu, au pourpre et à un pourpre-rouge, c'est-à-dire que sa teinte monte dans l'ordre des anneaux comme si ses particules devenaient plus minces. En effet, il me paraît que, dans cette circonstance, la proportion de potasse unie à l'oxide est successivement dissoute par l'action de l'eau, jusqu'à ce qu'enfin elle soit tout-à-fait enlevée à l'oxide, qui reste seul en suspension dans la liqueur; et de là on peut aussi conclure que la couleur brun-maron de cet oxide est un orangé rougeâtre du second ordre, rendu excessivement sombre par l'absorption d'une grande quantité de lumière. En général, il faut toujours soigneusement distinguer les périodes de l'intensité d'avec la marche des teintes; car ces deux classes de phénomènes sont absolument indépendantes l'une de l'autre, et suivent des lois toutes différentes; au point que quelquefois la série des teintes déterminée par la table de Newton est brusquement interrompue par une absorption totale de lumière, qui rend l'intensité nulle, et fait passer la couleur sensiblement au noir. Nous verrons des exemples de ceci dans une série de phénomènes purement optiques; mais, pour ne point sortir de la chimie, mêlez, comme l'a fait M. de Claubry, de l'huile d'amandes douces avec de l'amidon et de l'acide sulfurique; vous aurez une combinaison qui d'abord sera jaune, et qui bientôt passera au jaune-orangé, à l'orangé foncé, et de là au rouge et au violet; ce qui est précisément la série des couleurs des anneaux, en allant du premier ordre au second. Or, dans le passage de l'orangé au rouge, il arrive un moment où l'absorption des rayons incidens devient si forte, que le mélange paraît presque noir. On observe la même interruption en substituant à l'huile

d'amandes douces l'huile qu'on retire de l'alcool traité par le chlore ; alors les nuances successives par lesquelles les couleurs passent, sont le jaune pâle du premier ordre, l'orangé, le noir, le rouge, le violet, et enfin le beau bleu du second ordre : d'où l'on voit que l'extinction à laquelle l'intensité est accidentellement sujette n'empêche pas l'ordre des teintes de suivre celui des anneaux. La fleur de la cobée présente aussi un phénomène analogue. Lorsqu'elle s'ouvre, elle est d'abord d'un vert jaunâtre lavé et imparfait, qui est évidemment celui du second ordre ; mais bientôt elle se tache par places de violet, et en peu d'heures elle devient toute violette, sans passer par le bleu intermédiaire : néanmoins en se fanant, elle redescend du violet au bleu, conformément à la règle générale établie plus haut. M. Decandolle croit que la cause de sa variation subite dans la première période est la fécondation, qui lui a paru souvent modifier ainsi en peu de temps les couleurs d'un grand nombre de fleurs.

Les mêmes périodes de coloration s'observent encore dans toutes les substances réduites par la précipitation en poudres très-fines ou en lames très-minces, dont l'épaisseur varie lentement, soit par l'addition de nouvelles couches de même nature, soit plus simplement encore par une expansion momentanée. Ce dernier cas a été remarqué par M. Gay-Lussac, dans un grand nombre d'oxides métalliques qui changent momentanément de couleur lorsqu'on les chauffe, et qui reprennent leur teinte primitive par le refroidissement. Or les variations de ces teintes que M. Gay-Lussac a décrites dans les *Annales de Chimie*, sont exactement conformes à l'ordre des anneaux. On observe le phénomène inverse, comme M. Chevreul me l'a fait voir, quand on volatilise de l'indigo pur, étendu sur un papier ; car, en se vaporisant, il passe à un rouge-ponceau très-vif ; ce qui indique que les groupes matériels qui le composent s'amincissent, et peut-être se subdivisent dans l'acte de la vaporisation. Le même chimiste a bien voulu me rendre témoin des curieux phénomènes qu'il a découverts dans la nouvelle substance à laquelle il a donné le nom d'hématine. Cette

substance, lorsqu'elle est pure et solide, a une teinte grisâtre dont il est difficile d'assigner la place, à cause de l'aspect métallique des petites particules qui la composent, et qui peut-être répandent sur elle cette couleur grise, par la quantité de lumière blanche qu'elles renvoient directement par une première réflexion. Quoi qu'il en soit, l'hématine dissoute dans l'eau, à laquelle on a ajouté quelques atomes d'acide acétique, produit une liqueur dont la teinte est un jaune du second ordre, légèrement verdâtre. Si l'on introduit cette liqueur sous un tube rempli de mercure, et qu'on le chauffe par dehors, comme on peut le faire en l'enveloppant d'un fer chaud, elle devient successivement jaune, orangé brillant, rouge brillant, rouge-ponceau, pourpre, enfin pourpre très-chargé de bleu; et, ce qui est bien remarquable si on la laisse ensuite se refroidir, elle revient peu à peu à sa première teinte; mais il lui faut pour cela un certain temps: par exemple, quelques jours, si l'on fait l'expérience sur un volume d'environ un demi-centilitre; ce qui peut faire penser que l'hématine dissoute absorbe un peu plus d'eau à mesure qu'on l'échauffe, et ne s'en sépare ensuite que graduellement. Enfin, si l'on veut, en quelque sorte, constater par ses propres yeux le mode progressif par lequel les molécules des corps atteignent leurs couleurs définitives, il n'y a qu'à former à chaud une dissolution saturée de muriate suroxygéné de potasse, et la laisser refroidir avec lenteur. A mesure que la température baisse, le sel se précipite en paillettes rectangulaires très-minces, qui s'apposent et s'unissent les unes aux autres. Or leur minceur est d'abord telle, qu'elles paraissent colorées, et colorées diversement, selon l'incidence où on les regarde et l'épaisseur où elles sont parvenues; ce fait m'a été communiqué par M. Gay-Lussac. Les plus épaisses sont déjà d'un blanc uniforme; les plus minces, en s'unissant les unes aux autres, deviennent blanches à leur tour: quelquefois elles ne s'appliquent pas exactement les unes sur les autres; alors elles ne cessent pas de réfléchir leur propre teinte, même quand elles font partie d'une lame beaucoup trop épaisse pour donner des couleurs. Je me suis assuré aussi que

leurs couleurs varient avec l'incidence, à peu près comme celles du mica, quoique d'une manière un peu plus rapide, mais toujours selon l'ordre des anneaux. On observe des variations de couleurs pareilles, et soumises aux mêmes lois, dans les petites paillettes de tartrite acidule de potasse qui se précipitent d'une dissolution de ce sel saturée à chaud; ce fait m'a été communiqué par M. Chevreul. Or, si l'on fait attention que dans tous ces cas, et dans ceux que nous avons rapportés plus haut, les teintes par lesquelles les substances passent ne sont jamais simples, mais composées, et composées comme celles des anneaux, qu'elles varient précisément par les mêmes gradations et les mêmes périodes, on reconnaîtra qu'il y a une analogie extrêmement forte, si ce n'est une identité évidente, entre les couleurs propres des corps et celles que les lames minces réfléchissent à leur seconde surface. On concevra que la seule différence de grosseur et de force réfringente par lesquelles ces molécules passent dans leurs dilatations, leurs condensations ou leurs combinaisons diverses, suffit pour produire tous ces changemens; et quoique les mêmes résultats pussent être représentés aussi par des variations correspondantes dans l'affinité des corps pour la lumière, on conviendra que cette dernière cause, qu'il faudrait varier dans ses lois tout autant que la première, n'a pas comme elle, en sa faveur, l'exemple concluant des lames minces, et l'analogie qui résulte de l'identité des lois.

Cette analogie se manifeste également par d'autres caractères dans tous les cas où on peut l'éprouver. Nous avons reconnu que l'espèce des couleurs réfléchies par une lame mince, sous l'incidence perpendiculaire, et sous toutes les incidences si elle est très-réfringente, ne dépend que de la nature et de l'épaisseur de cette plaque, mais nullement de la nature du milieu qui l'environne, lequel influe seulement sur l'intensité de la teinte réfléchie. Si donc les couleurs permanentes des corps dépendent de la même cause que celles des plaques minces, l'espèce de leur teinte ne doit pas changer quand on les environnera d'un milieu quelconque qui n'aura pas assez d'action

sur elles pour les décomposer et changer leurs dimensions. Cela s'observe, en effet, lorsque les soies, les draps ou d'autres substances sont imbibées d'eau ou d'huile. Leurs couleurs deviennent seulement plus sombres, mais ne changent pas de nature; et elles reprennent leur vivacité lorsqu'on a fait évaporer, par la chaleur, le fluide interposé. La même chose arrive à l'indigo et au carmin dissous dans l'eau. Quelque étendue que soit la dissolution, la nature de la couleur ne varie pas; son intensité seule est différente : mais cela prouve uniquement que l'action de l'eau sur ces substances ne fait que séparer les groupes matériels qui les composent, sans être assez puissans pour désunir les parties constituantes de ces groupes. Alors, en augmentant la quantité d'eau dans laquelle ils sont disséminés, on ne fait que les écarter davantage, et diminuer ainsi la quantité de lumière colorée réfléchie dans une épaisseur assignée; mais cela n'influe en rien sur la teinte, qui ne peut varier que par le changement de dimension ou de composition des groupes.

Nous avons reconnu que les couleurs réfléchies par les lames minces deviennent de plus en plus changeantes et mobiles sous les incidences diverses, à mesure que la force réfringente de ces lames est moindre. Nous devons donc nous attendre à des changemens pareils dans les couleurs propres des corps dont la force réfringente sera peu intense. C'est, en effet, ce que l'on observe dans les couleurs changeantes qu'offrent les plumes du paon, du pigeon, du colibri, les fils de l'araignée et du ver-à-soie; toutes substances qui ne doivent pas avoir beaucoup plus de densité que l'air, et qui certainement en ont moins que l'eau. On peut même remarquer, à l'égard des plumes, que, pour produire ce chatoyement, il n'est pas nécessaire qu'elles soient d'une ténuité extrême; car si les couleurs qui s'y développent sont réfléchies par une couche très-mince de substance huileuse, étendue sous une membrane fine et transparente, comme M. Chevreul l'a annoncé, il suffit que cette couche ait une force réfringente différente de ses enveloppes, et probablement elle en a une plus énergique dans les cas que nous examinons. C'est ainsi que des lames

épaisses de muriate suroxygéné de potasse présentent aussi des couleurs graduellement changeantes sous les inclinaisons diverses, lorsque quelqu'une des lames élémentaires qui les composent est séparée du reste par une petite couche d'air ou d'eau.

Tous les faits que nous avons rapportés dans cette discussion, quoique si divers dans leurs détails et dans les circonstances où ils se produisent, peuvent, comme on voit, être réduits au phénomène unique des couleurs que réfléchissent les lames minces. L'idée de ramener les couleurs permanentes des corps au même principe, en les faisant dépendre de la grosseur et de la force réfringente des groupes matériels qui les composent, est donc entièrement conforme aux analogies; et quand on vient à considérer que cette théorie explique parfaitement toutes les apparences de coloration que les corps présentent, sans avoir besoin de supposer une seule propriété nouvelle de la matière, on ne peut guère douter qu'elle ne soit vraie.

En l'adoptant, nous sommes conduits à voir que les premières expériences de Newton, sur les couleurs des corps épais exposés à une lumière simple dans la chambre obscure, offrent toutes des résultats composés, puisque la portion de lumière renvoyée par le corps était réellement le produit des deux réflexions extérieures et intérieures. Sans cela, on ne concevrait pas comment tous les corps, quels qu'ils fussent, paraissaient toujours entièrement de la couleur des rayons dans lesquels on les plongeait; car si l'on choisit, par exemple, l'indigo le plus pur, ou le vert le plus vif des plantes, ou le vermillon le plus sombre, il est clair, d'après la table de Newton, que la première de ces teintes ne contiendra presque que de l'indigo simple, avec du violet et du bleu; la seconde, du vert simple, mêlé avec un peu de bleu et de jaune; enfin, la dernière, du rouge, presque sans mélange d'aucune autre couleur. Si donc un corps d'une de ces teintes est exposé à un des rayons simples qui n'en font pas partie, ses molécules ne pourront rien réfléchir; et ainsi, en vertu de ce mode de réflexion seul, le corps paraîtrait noir. Si cependant il est encore visible, c'est en vertu de la réflexion extérieure qui s'exerce indifféremment sur tous les rayons à sa première surface. Cette analyse des deux effets ne

détruit d'ailleurs aucune des conséquences que Newton a tirées de ces expériences ; car la réflexion de chaque corps devait toujours, comme il le dit, être la plus brillante lorsqu'on l'exposait à l'espèce de rayons simples qui dominaient dans sa couleur ; et, au contraire, elle devait être la plus faible quand ces rayons lui étaient le plus étrangers. Enfin, l'immutabilité de couleur des rayons, quelle que fût la nature ou la teinte du corps réflecteur, montrait toujours que leurs facultés colorifiques étaient inhérentes à leur substance. On voit que, dans ces expériences, pour que la lumière réfléchie fût absolument nulle, il aurait fallu pouvoir anéantir l'effet de la réflexion extérieure. C'est ce que nous trouverons le moyen de faire par la suite ; et alors les corps polis, plongés dans des rayons tout-à-fait étrangers à leur couleur propre, devront paraître absolument noirs.

En admettant comme véritable la théorie précédente, on peut déterminer la grosseur des particules colorées des corps, quand on connaît l'espèce de teinte qu'ils réfléchissent, et le rapport de réfraction pour les rayons qui y pénètrent. Le calcul est exactement le même que nous avons fait, page 78, pour déterminer l'épaisseur des lames minces d'après leur couleur.

La difficulté est de savoir à quel ordre on doit rapporter une couleur observée. Voici pour cela quelques renseignemens, au moyen desquels on pourra presque toujours y parvenir.

Il faut d'abord examiner si la couleur proposée change sous les diverses inclinaisons. Si elle change, il faut remarquer la progression des nuances qu'elle parcourt, et en comparer l'ordre aux diverses parties de la table de Newton.

Je suppose, par exemple, que la teinte proposée soit d'un beau bleu sous l'incidence perpendiculaire, et qu'elle passe au pourpre en abaissant l'œil : nul doute alors que ce bleu ne soit du troisième ordre ; car cet ordre est le seul où le bleu avoisine un pourpre.

De même, si la teinte proposée était, sous l'incidence perpendiculaire, un orangé vif dégénérant en un jaune pâle sous

des inclinaisons plus obliques, on en conclurait que sa couleur est du premier ordre ; car cet ordre est le seul où le jaune soit pâle et tendant au blanc.

Il y a ainsi dans les trois premiers ordres des teintes que l'on ne peut méconnaître lorsqu'on les a vues une fois. Pour s'en former une idée exacte, il faut les observer sur les lames minces d'eau, en employant les procédés expliqués page 34, pour leur donner beaucoup de durée. On peut aussi les étudier sur les lames minces du mica, en s'aidant des variations qu'elles subissent sous des inclinaisons diverses pour les placer dans la table de Newton. Par-là on acquerra en peu de temps la connaissance parfaite d'un certain nombre de couleurs de chaque ordre, qui serviront ensuite d'indices pour classer toutes les autres à mesure qu'elles se présenteront; ce qui est d'autant plus facile, que si l'on se rappelle bien les caractères de chaque ordre, on n'a jamais à choisir qu'entre deux ou trois solutions.

Par exemple, si la teinte proposée est un vert, il n'y a de choix qu'entre le second, le troisième et le quatrième ordre, puisque ce sont les seuls qui contiennent des verts ; mais le vert du second ordre est parfaitement reconnaissable, parce que, tenant lieu du blanc qui se trouve dans le premier ordre, il est nécessairement pâle, lavé et imparfait; au contraire, ceux du troisième et du quatrième ordre sont vifs et décidés, surtout ceux du troisième. Il n'y aura donc d'indétermination que dans le cas où la couleur proposée appartiendrait à un de ceux-ci : alors il faudra se décider par l'observation des nuances voisines dans lesquelles elle dégénère, soit par des changemens chimiques, soit en variant l'inclinaison ; car si le vert proposé est du troisième ordre, il devra, par l'amincissement des particules qui le réfléchissent, se changer en un beau bleu, ou, par leur dilatation, passer au jaune verdâtre, puis au jaune, à l'orangé, et de là au rouge; tandis que s'il est du quatrième ordre, il ne pourra se changer qu'en vert bleuâtre ou en vert jaunâtre, sans que l'orangé ni le jaune puissent jamais s'y montrer isolément. C'est pour cela que Newton a placé le vert des plantes, le beau vert-pré dans le troisième ordre, d'après

l'observation des nuances dans lesquelles il se change quand les plantes viennent à se flétrir. De même, si la teinte proposée est un beau bleu, il n'y aura de choix qu'entre le second ordre et le troisième ; car ce sont les seuls où le bleu soit assez séparé des autres couleurs pour être net et intense. Les changemens chimiques décideront ensuite entre ces deux ordres-là. Prenons pour exemple les couleurs du sirop de violette que les acides changent en un beau rouge, et les alcalis en un beau vert. Il est clair que cette série de nuances convient parfaitement au troisième ordre, mais nullement au second ; car si le bleu de celui-ci remonte au rouge, ce ne peut être qu'au rouge du premier ordre, qui est sombre et mordoré, parce que c'est presque le pur rouge extrême du spectre ; et s'il descend au vert, ce vert appartenant au second ordre, doit être blafard et imparfait. Or ce dernier caractère surtout est bien loin d'être conforme à ce que présente la couleur bleue du sirop de violette : on doit donc le placer dans le troisième ordre, comme l'a fait Newton.

On doit aussi rapporter aux rouges de cet ordre ceux des diverses espèces de roses. Celui des roses ordinaires a beaucoup de rapport avec la teinte que Newton a désignée par le nom de rouge bleuâtre. On trouve toutefois des couleurs végétales dans d'autres ordres. Par exemple, la couleur de la paille sèche est évidemment le jaune du premier ordre, et celle des lys en est le blanc. La couleur que Newton appelle violet dans le second ordre, ressemble beaucoup à la partie la plus foncée et la plus sombre de la pensée. Cette teinte est la seule de ce genre dans toute la série des anneaux.

Le bleu du premier ordre est toujours très-faible et très-léger, parce que, dès qu'il commence à être sensible, il tend à se pâlir par le mélange de toutes les autres couleurs. « Il semble, dit Newton, que l'azur des cieux doit être de cet ordre; car telle est la nature de toutes les vapeurs, que lorsqu'elles commencent à se condenser et à s'unir en petites parcelles, elles acquièrent la grosseur qui est propre à réfléchir un tel azur, avant que de pouvoir composer des nuées d'aucune autre cou-

leur. Ainsi, comme c'est la première couleur que les vapeurs commencent à réfléchir, ce doit être la couleur du ciel le plus pur et le plus transparent, puisque les vapeurs n'y sont pas encore parvenues à la grosseur qu'elles doivent avoir pour pouvoir réfléchir d'autres couleurs, comme cela se trouve confirmé par l'expérience ».

» Pour le blanc, s'il est vif et lumineux au suprême degré, c'est le blanc du premier ordre; et s'il est moins vif et moins lumineux, c'est un mélange des couleurs des différens ordres. De cette dernière espèce est le blanc d'écume, celui du papier, du linge et de la plupart des corps blancs. Je compte que les métaux blancs sont de la première espèce; car, puisque l'or, le plus dense de tous les métaux, devient transparent étant réduit en feuilles, et que tous les métaux le deviennent aussi s'ils sont dissous dans des menstrues, il s'ensuit de là que l'opacité des métaux blancs ne procède point de leur seule densité. Comme ils sont moins denses que l'or, ils seraient aussi plus transparens si quelque autre cause ne concourait avec leur densité pour les rendre opaques; et cette cause, c'est, je pense, une telle grosseur de leurs particules qui les rend propres à réfléchir le blanc du premier ordre; car si ces particules sont d'une autre épaisseur, elles pourront réfléchir d'autres couleurs, comme cela paraît évidemment par les couleurs qu'on voit sur l'acier rougi au feu en le trempant, et quelquefois sur la surface des métaux fondus, c'est-à-dire sur la scorie qui se forme par-dessus à mesure qu'ils se refroidissent; et comme le blanc du premier ordre est le plus vif qui puisse être produit par des lames de substances transparentes, il doit aussi être plus vif dans la matière plus dense des métaux, que dans la matière plus rare de l'air, de l'eau et du verre; et je ne vois rien qui empêche que les substances métalliques d'une épaisseur qui les rende propres à réfléchir le blanc du premier ordre, ne pussent, en conséquence de leur grande densité, réfléchir toute la lumière qui tombe sur elles, et être par conséquent aussi opaques et aussi brillantes qu'aucun autre corps. L'or, ou le cuivre mêlé avec un peu moins d'argent

que la moitié de son poids, ou avec de l'étain, ou du régule d'antimoine en fusion amalgamé avec fort peu de mercure, devient blanc : ce qui fait voir que les particules des métaux blancs ont beaucoup plus de surface, et sont par conséquent plus petites que celles de l'or et du cuivre, et d'ailleurs qu'elles sont si opaques, que les particules de l'or ou du cuivre ne sauraient briller à travers. Au reste, on ne peut guère douter que les couleurs de l'or et du cuivre ne soient du second et du troisième ordre ; et par conséquent les particules des métaux blancs ne sauraient être beaucoup plus grosses qu'il ne faut pour faire qu'elles réfléchissent le blanc du premier ordre : la volatilité du mercure prouve qu'elles ne sont pas beaucoup trop grosses pour cela ; elles ne peuvent pas être non plus beaucoup trop petites : si cela était, elles perdraient leur opacité, et deviendraient ou transparentes, comme lorsqu'elles sont atténuées par la vitrification ou par une dissolution dans certains menstrues, ou noires, comme lorsqu'on les rapetisse, en frottant, par exemple, de l'argent, de l'étain ou du plomb contre quelque autre corps pour y tracer des lignes noires. La première et l'unique couleur que les métaux blancs contractent par l'attrition de leurs particules, c'est le noir ; et par conséquent leur blanc doit être celui qui confine à la tache noire dans le centre des anneaux colorés, c'est-à-dire que ce doit être le blanc du premier ordre. Mais si l'on veut déduire de là la grosseur des particules métalliques, il faut mettre en ligne de compte leur densité (1) ; car si le mercure était transparent, sa densité est telle que, selon mon calcul, le sinus d'incidence sur ce corps-là serait au sinus de sa réfraction, comme 71 à 20 ou 7 à 2 ; et par conséquent, afin que ses particules puissent produire les mêmes couleurs que les particules des bulles d'eau, leur épaisseur devrait être moindre que celle de la pellicule de ces bulles, selon la proportion de 2 à 7 : d'où il s'ensuit que les particules du mercure peuvent être aussi petites que celles de quelques fluides transparens et volatils,

(1) Ou, pour parler plus exactement, leur pouvoir réfringent.

et ne laisser pourtant pas de réfléchir le blanc du premier ordre (1).

» Enfin, pour la production du noir, les corpuscules doivent être plus petits qu'aucun de ceux qui produisent d'autres couleurs; car toutes les particules plus grosses réfléchissent trop de lumière pour former le noir. Mais si vous supposez les corpuscules un peu plus petits qu'il ne faut pour réfléchir le blanc, et le bleu le plus languissant du premier ordre, il arrivera, selon les remarques précédemment faites, qu'ils réfléchiront si peu de lumière qu'ils paroîtront extrêmement noirs; mais que cependant ils pourront peut-être la rompre diversement çà et là au-dedans d'eux-mêmes, jusqu'à ce qu'elle soit éteinte et perdue; moyennant quoi, ces corpuscules paraîtront noirs sans aucune transparence dans toutes les positions de l'œil. On peut comprendre par-là pourquoi le feu et la putréfaction, le plus subtil de tous les dissolvans, donnent une couleur noire aux particules des corps en les divisant; pourquoi de petites quantités de corps noirs communiquent leur couleur aisément, et jusqu'à un fort grand degré, à d'autres corps auxquels on les applique, les petites parcelles de ces corps noirs se répandant sans peine, à cause de leur grand nombre, sur les particules grossières des autres corps; pourquoi les corps noirs sont plutôt échauffés et consumés par le feu du soleil qu'aucun autre corps; ce qui peut venir en partie du grand nombre de réfractions faites dans un petit espace, et en partie de l'ébranlement qui est facilement excité dans de si petites parties; et pourquoi les corps noirs tirent ordinairement un peu sur le bleuâtre, de quoi l'on peut s'assurer en faisant tomber sur du papier blanc une lumière réfléchie par des corps noirs : car, pour l'ordinaire, le papier paraîtra d'un blanc bleuâtre; et la raison, c'est que le noir confine au bleu-obscur

(1) Ce calcul supposerait que l'action de l'eau et celle du mercure sur la lumière ne diffèrent qu'en vertu de l'inégale densité de ces deux substances; or, on a vu qu'il n'en est pas ainsi, et que la nature chimique y influe pareillement. Au reste, cette supposition a peu d'inconvénient, l'usage que Newton en fait n'étant qu'une simple estimation.

du premier ordre, et réfléchit par conséquent plus de rayons de cette couleur que d'aucune autre. »

A ces belles observations de Newton, j'en ajouterai une de M. Thenard, qui semble faite exprès pour les confirmer. Ce chimiste ayant distillé avec soin du phosphore à sept à huit reprises, dans la vue de l'obtenir extrêmement pur, trouva qu'il avait acquis, après ces opérations, une propriété nouvelle et inattendue. Si on le fondait dans de l'eau chaude, il devenait transparent et d'un blanc jaunâtre, comme c'est l'ordinaire. Le laissait-on refroidir lentement, il se solidifiait en conservant cette couleur, et restait à demi-transparent; mais si, dans le temps qu'il était fondu, on le jetait dans de l'eau froide, en l'agitant avec un tube de verre pour lui imprimer un refroidissement brusque, il devenait subitement opaque et absolument noir. Cependant il n'avait point changé de nature; car, en le faisant de nouveau fondre, il reprenait sa couleur jaune et sa transparence, et les gardait en se solidifiant, si on le laissait refroidir avec lenteur : de sorte que le même morceau solide de phosphore pouvait à volonté être rendu successivement jaune ou noir, transparent ou opaque. Cette observation remarquable montre bien, de la manière la plus palpable, que la transparence ou l'opacité, la coloration ou la privation de toute couleur ne sont que des modifications résultantes de l'arrangement et des dimensions des groupes matériels dont les corps se composent. En répétant cette expérience avec M. Clément, sur une certaine quantité de ce phosphore que M. Thenard nous avait donnée, nous eûmes occasion d'observer un phénomène qui rend cette transition d'état encore plus frappante. Ayant jeté notre phosphore fondu dans de l'eau froide, un certain nombre de petits globules, dix ou douze peut-être, restèrent disséminés de divers côtés, sans perdre leur liquidité ni leur transparence. Il paraît que, soit par le peu de froideur de l'eau, soit par toute autre cause, leurs molécules s'arrangeaient peu à peu comme par l'effet d'un refroidissement lent; mais si l'on touchait seulement un d'entre eux avec

l'extrémité d'un tube de verre, ce léger mouvement, ou peut-être le seul effet d'attraction de la matière solide du verre, déterminait aussitôt la solidification du globule, et il devenait en même temps absolument noir. Cette épreuve, répétée successivement sur tous, fut toujours suivie du même succès. Le plus léger ébranlement suffisait donc alors pour déterminer les particules à s'arranger de l'une ou de l'autre manière. C'est ainsi que lorsque l'eau a été abaissée de quelques degrés au-dessous du point de la glace fondante, sans cesser d'être liquide, l'injection du plus petit cristal de glace, ou je crois même d'un petit corps solide quelconque qui peut être mouillé par l'eau encore liquide, y détermine à l'instant la congélation.

Je terminerai ce chapitre par une belle expérience de M. Brewster, qui me paraît des plus propres à confirmer l'influence que l'arrangement des parties matérielles peut avoir en une infinité de circonstances sur la coloration. Tout le monde connaît les couleurs vives et brillantes que présente la nacre de perle. Il semble bien qu'elles sont propres à cette substance, autant que celles de tout autre corps naturel ; cependant elles résultent uniquement de la constitution de sa surface, et des petites rides imperceptibles qui la sillonnent, sans aucun rapport avec la nature de ses particules. Car, si l'on prend l'empreinte de la nacre comme celle d'un cachet sur de la cire noire bien fine, sur de l'alliage de Darcet en fusion, ou enfin sur toute autre substance susceptible de se mouler dans ses ondulations, les surfaces de ces substances acquièrent la même faculté que celle de la nacre, et font voir les mêmes couleurs.

CHAPITRE VII.

Du retour des Rayons réfléchis par les plaques à faces planes et parallèles.

Lorsqu'un rayon de lumière, après avoir pénétré obliquement dans une plaque à faces parallèles, d'une épaisseur quelconque, est réfléchi régulièrement à sa seconde surface, et retourne pour sortir de nouveau par la première, l'égalité de son trajet dans la plaque, avant et après la réflexion, donne lieu à certaines conditions qui déterminent la possibilité ou l'impossibilité de son émergence. Nous allons d'abord établir ces conditions d'une manière abstraite, d'après les caractères que Newton a attribués aux accès; ensuite nous examinerons les expériences qui les confirment. Par-là, les effets de la réflexion sur les accès, se trouveront constatés conformément aux définitions de Newton, et en les appliquant aux plaques minces presque parallèles, où les anneaux colorés se forment, nous pourrons nettement démêler ce qui s'y passe avant ou après la réflexion intérieure par laquelle ils sont produits.

Soit, fig. 25, A B A′B′ la plaque proposée, environnée d'air, ou de vide, ou de tout autre milieu quelconque. Concevons qu'une molécule lumineuse, ayant traversé en S la première surface, arrive à la seconde en R, s'y réfléchisse, et revienne à la première en S′. Soit i' la longueur de ses accès, suivant la direction que la réfraction lui imprime; et, pour fixer les idées, admettons qu'à son entrée dans la plaque, elle se trouve amenée au commencement d'un accès de facile transmission. Alors, pour connaître l'état dans lequel elle sera en arrivant en R sur la seconde surface, il n'y aura qu'à porter la longueur i' de S en R, autant de fois qu'elle s'y trouvera comprise. Si ce nombre de fois est pair, avec un reste, quelque petit qu'il puisse être, la molécule, en arrivant en R, sera dans

un accès de facile transmission ; s'il est impair, avec un reste, elle se trouvera dans un accès de facile réflexion. Enfin, s'il n'y a aucun reste, elle sera indifférente.

Mais nous avons vu que ces dispositions ne sont que facultatives. Des molécules qui sont au commencement d'un accès de facile réflexion, peuvent être réellement réfléchies par une surface et transmises par une autre, selon la nature de ces surfaces et du milieu environnant. Pour arrêter nos idées sur un exemple, supposons d'abord que notre plaque à faces parallèles puisse réfléchir à sa seconde surface toutes les molécules qui se présenteront dans une des phases quelconques d'un accès de facile réflexion ; puis considérons une molécule qui entre en S au commencement d'un accès de facile transmission, et arrive en R au commencement d'un accès de facile réflexion, mais toutefois dans les phases infiniment voisines du commencement de l'un et de l'autre accès.

La molécule dont il s'agit sera donc réfléchie en R, et retournera vers la première surface sous un angle de réflexion égal à son angle d'incidence. Ses accès dans ce nouveau trajet seront les mêmes qu'elle aurait pris, si elle eût pénétré par réfraction, du dehors dans la plaque, selon la direction que la réflexion lui assigne. Ce seront donc aussi les mêmes qu'elle avait pris en S, et gardés jusqu'en R ; seulement les faits montrent qu'au lieu de s'interrompre, ils ne font que se continuer à partir de ce point. Dans le cas actuel, on peut construire ces nouveaux accès comme s'ils commençaient au point R même, à cause de la petitesse infiniment petite du reste que nous avons supposé en R. Alors, pour savoir ce qui arrivera à la molécule lumineuse, il n'y a qu'à, par chacun des points I_1, I_2, I_3... mener des lignes parallèles aux surfaces de la plaque, et marquer par i_1, i_2... les points où ces parallèles vont couper la direction du rayon réfléchi. Les intervalles de ces nouvelles divisions seront évidemment égaux aux intervalles des premières, c'est-à-dire à la longueur i' des accès de la molécule lumineuse. Or, puisque la dernière division de SR, supposée infiniment voisine du point R, répond à la

fin d'un accès de facile transmission, la première de R S′ qui lui succède doit répondre à un accès de facile réflexion; et généralement, à partir du point R, les divisions correspondantes de RS et de RS′ répondront à des modifications opposées, comme le représente la figure; de sorte que la molécule lumineuse, revenue en S′ à la première surface, se retrouvera au commencement d'un accès de facile transmission, et conséquemment elle sortira de la plaque précisément comme elle y était entrée au point S, c'est-à-dire, suivant une direction également inclinée à la surface SS′.

Maintenant considérons toutes les divisions de R S et de R S′ comme autant de portions d'une chaîne continue qui peut couler librement dans trois anneaux fixes placés en S, en R et en S′. Si vous tirez la chaîne dans le sens R S, la molécule, en entrant dans la plaque, ne se trouve plus au commencement d'un accès de facile transmission, mais dans une des phases de cet accès; et tout le reste de la chaîne suivant de même sans se désunir, l'accès de facile réflexion, qui détermine la molécule à se réfléchir en R, commencera avant qu'elle y arrive; et enfin le dernier accès de facile transmission, qui la détermine à sortir en S′, commencera avant sa sortie. En continuant ce mouvement de la chaîne dans le même sens, on voit que chaque molécule qui pénètre la plaque en S, dans une des périodes quelconques d'un accès de facile transmission, devra se réfléchir en R, et sortir de nouveau en S′ par la première surface.

Mais au lieu de donner à la seconde surface de la plaque une force réfléchissante aussi énergique que nous venons de le supposer, donnons-lui-en une très-faible, et telle qu'elle ne puisse réfléchir que des particules très-voisines du milieu d'un accès de facile réflexion. C'est le cas de la plupart des corps transparens, dans les incidences peu éloignées de la perpendiculaire, comme nous l'avons déjà remarqué. Dans cette supposition, toute particule qui sera entrée en S par la première surface de la plaque, ne se réfléchira plus nécessairement à la seconde, quoique, d'après l'épaisseur que nous avons supposée, elle y parvienne dans un accès de facile réflexion. Celles-là seules

seront réellement réfléchies, qui s'y présenteront vers le milieu d'un tel accès ; et en conséquence, si le rayon réfracté contient une infinité de particules de même nature, dans tous les états possibles, il n'y en aura qu'un très-petit nombre de réfléchies. Mais toutes celles qui le seront, se retrouveront dans un accès de facile transmission quand elles seront revenues à la première surface de la plaque, et par conséquent elles seront transmises nécessairement.

Reprenons maintenant la supposition d'une force réfléchissante assez énergique pour réfléchir effectivement les particules lumineuses dès qu'elles sont dans un accès de facile réflexion ; et considérons encore une molécule lumineuse qui, à son entrée dans la plaque en S, se trouve au commencement d'un accès de facile transmission, mais ne supposons plus que la longueur de ses accès soit comprise un nombre entier de fois dans la longueur SR de son trajet oblique. Alors, si nous voulons que la molécule soit réfléchie effectivement en R à la seconde surface, il faudra que la fraction excédante réponde à une des phases d'un accès de facile réflexion. Le reste de cet accès se prendra sur le rayon réfléchi R S'; après quoi, continuant à y porter la même longueur, on aura tous les accès suivans. Or, pour connaître les effets qui en résulteront, il faut distinguer deux cas, 1°. celui où la fraction excédante en R est plus petite qu'un demi-accès, fig. 26; 2°. celui où elle est plus grande, fig. 27. Si, par l'extrémité du dernier accès de facile transmission, qui a lieu sur SR, on mène une parallèle à la surface réfléchissante, le premier accès de même nature qui succède à la réflexion commencera dans la fig. 26, au-dessus de cette parallèle, et dans la fig. 27, il commencera au-dessous. Si l'on répète la même construction sur tous les autres points I_1, I_3, I_5... du rayon incident, où les accès de facile transmission se terminent, tous les accès pareils commenceront sur le rayon réfléchi à des distances égales, tant au-dessus qu'au-dessous des parallèles correspondantes. D'où il suit que dans la fig. 26, le dernier des accès de transmission commencera dans la plaque même, et s'achèvera au dehors, ce qui déterminera

la transmission de la molécule lumineuse ; tandis que dans la fig. 27, l'accès correspondant s'achèvera dans l'intérieur même de la plaque, et le rayon réfléchi se terminera par un accès de facile réflexion ; de sorte que la molécule, revenue à la première surface, se réfléchira intérieurement.

Mais ce dernier effet n'aura jamais lieu qu'avec des forces réfléchissantes très-énergiques, comme nous venons de le supposer; car si elles sont au contraire très-faibles, les molécules réellement réfléchies en R ne pourront l'être qu'autant qu'elles se trouveront alors très-près du milieu d'un accès de facile réflexion, soit en-deçà, soit au-delà de ce milieu. Dans le premier cas, lorsqu'elles reviendront à la première surface, elles se trouveront dans un accès de facile transmission, et ainsi elles seront transmises ; dans le second cas, elles se trouveront à la vérité dans un accès de facile réflexion, mais près des extrémités de cet accès, et ainsi à cause du peu d'énergie des forces réfléchissantes, elles seront transmises encore.

Ce résultat est général, quelle que soit la phase de l'accès de facile transmission où se trouve la molécule lumineuse, quand elle pénètre pour la première fois la plaque en S ; car si en arrivant en R elle se trouvait exactement au milieu d'un accès de facile réflexion, lorsqu'elle reviendrait en S′ elle se trouverait exactement dans son état initial de transmission, et par conséquent elle serait transmise, puisque nous attribuons peu d'intensité aux forces réfléchissantes. Or, par cette raison même, la molécule réfléchie en R sera nécessairement très-près du milieu d'un accès de facile réflexion : donc en S′ elle se trouvera aussi très-près de son état primitif en S, c'est-à-dire qu'elle sera dans un accès de facile transmission, comme en S, ou au moins très-près d'un pareil accès ; de sorte que, dans ces deux cas, elle ne pourra pas être réfléchie intérieurement.

C'est sans doute là ce que Newton a voulu faire entendre lorsqu'en exprimant les modifications que la réflexion produit sur les accès, il en apporte pour preuve que la lumière qui forme les anneaux colorés en se réfléchissant à la seconde surface des lames minces, ressort librement par la première surface de

ces lames, sans s'y réfléchir de nouveau partiellement. On conçoit, en effet, que si elle y éprouvait une réflexion sensible, elle se trouverait beaucoup plus affaiblie qu'elle ne l'est; et, en outre, les faisceaux colorés qui rentreraient dans la lame se mêleraient avec la lumière incidente, et troubleraient la régularité des anneaux. En général, dans la discussion des phénomènes qui dépendent du retour des accès après la réflexion, Newton a toujours raisonné comme si les molécules lumineuses réfléchies se trouvaient dans le point de réflexion précisément au milieu d'un accès; et cela suffit, en effet, pour les observations qu'il rapporte, parce qu'étant faites, pour la plupart, sous des incidences très-petites, les forces réfléchissantes qui y interviennent sont toujours très-faibles: mais on voit par la théorie qu'il n'en serait plus de même dans les cas où ces forces seraient beaucoup plus énergiques; car alors les molécules lumineuses pouvant être réfléchies par la seconde surface dans des phases extrêmes d'un accès de facile réflexion, fig. 27, celles qui seront réellement réfléchies vers la fin d'un tel accès se retrouveront encore dans un autre accès pareil, quand elles reviendront à la première surface; et par conséquent, si elles y sont déjà suffisamment avancées, elles pourront être réfléchies de nouveau intérieurement: c'est aussi ce que l'expérience confirme. Lorsqu'un trait de lumière, après avoir pénétré dans une plaque épaisse d'eau ou de verre, à faces parallèles, se réfléchit partiellement à sa seconde surface, et revient vers la première sous une incidence presque perpendiculaire, le faisceau réfléchi sort tout entier par cette surface: de sorte que l'on n'aperçoit qu'une seule image réfléchie; mais il s'y réfléchit partiellement si l'on incline assez la plaque sur les rayons incidens pour augmenter suffisamment la force réfléchissante. Aussi voit-on naître alors plusieurs images résultantes des réflexions successives, et dont l'intensité va graduellement en augmentant à mesure que l'incidence devient plus oblique et les forces réfléchissantes plus considérables. Tous ces phénomènes sont, comme on voit, des conséquences nécessaires de la théorie des accès; et sans elle on ne pourrait ni les prévoir, ni les enchaîner.

Jusqu'ici nous avons considéré des rayons réfléchis régulièrement sous un angle de réflexion égal à leur angle d'incidence ; mais nous savons qu'à la surface des corps, même les plus polis, il se produit aussi une autre espèce de réflexion qui éparpille les molécules lumineuses dans tous les sens, et rend les points d'incidence visibles de toutes parts dans la chambre obscure. Lorsque des molécules lumineuses subissent cette sorte de réflexion à la seconde surface d'une plaque épaisse, elles traversent une seconde fois cette plaque avec des inclinaisons différentes de celles sous lesquelles elles y étaient entrées : conséquemment, d'après la théorie de Newton, les longueurs de leurs accès doivent changer, et changer inégalement selon les nouvelles directions qu'elles suivent ; de sorte que si les unes, en revenant à la première surface de la plaque, se trouvent disposées à se transmettre, d'autres seront disposées à s'y réfléchir ; et la manière dont elles se répartissent entre ces deux états fera connaître les modifications que les longueurs de leurs accès subissent. Il ne s'agit donc plus que de réaliser ce genre de phénomène, et de lui donner une forme observable ; c'est ce qu'a fait Newton avec un soin proportionné à l'importance de l'objet, et la partie de l'optique où il a exposé ces nouvelles découvertes est une des plus belles, comme une des moins connues, de son admirable ouvrage.

Du retour des Rayons réfléchis par des plaques courbes.

Voici d'abord la première de ses observations. Ayant introduit dans sa chambre obscure un trait de lumière solaire, par un trou circulaire d'un tiers de pouce de largeur, il le fit tomber perpendiculairement sur un miroir de verre concave-convexe, dont l'épaisseur était partout la même, et égale à un quart de pouce. La surface concave de ce miroir avait été travaillée sur une sphère de cinq pieds onze pouces de rayon ; la surface convexe, concentrique à la précédente, était enduite d'un étamage pour rendre la réflexion plus forte. Au centre commun de courbure des deux surfaces, Newton plaça un carton blanc

opaque, percé d'un petit trou pour laisser passer la lumière incidente, fig. 28; puis regardant sur ce carton la lumière réfléchie par le miroir, il aperçut quatre ou cinq anneaux colorés concentriques, semblables à des arcs-en-ciel. Ces anneaux environnaient le trou, comme les anneaux formés entre des objectifs environnent la tache noire centrale; mais ils étaient plus étalés que ceux-ci; leurs couleurs étaient moins vives, et la rapidité de leur dégradation était telle, que le cinquième anneau était à peine visible. Cependant, lorsque le soleil était fort brillant, on découvrait quelquefois de faibles linéamens d'un sixième et d'un septième anneau. Pour les observer de la manière la plus distincte, il fallait que le carton fût placé dans la position indiquée tout-à-l'heure, c'est-à-dire au centre de courbure du miroir; car en s'écartant de cette distance en plus ou en moins, les anneaux s'affaiblissaient comme des images réfléchies par une surface sphérique s'affaiblissent quand on s'écarte du foyer où les rayons se rassemblent. Il ne fallait pas non plus éloigner le miroir de la fenêtre beaucoup plus que la même limite; car alors le cône de lumière incidente formé par les rayons venus des bords du soleil, étant changé par la réflexion en un autre cône plus court et plus ouvert, dont le sommet se trouvait entre le carton et le miroir, il arrivait que l'intersection de ce cône par le carton devenait si large, qu'elle couvrait un ou plusieurs des anneaux intérieurs. C'est pourquoi Newton mettait toujours le miroir à six pieds de distance de la fenêtre, laquelle se trouvait ainsi coïncider avec le lieu du tableau.

Newton observa l'ordre suivant lequel se succédaient les couleurs de ces anneaux, en allant de leur centre vers leur circonférence; et il trouva que cet ordre était le même que pour la lumière *transmise* à travers deux objectifs superposés. Car, au centre, il y avait une tache blanche circulaire, laquelle était immédiatement entourée d'un anneau brun ou gris-obscur; après quoi venaient d'abord un peu de violet et d'indigo, puis du bleu, qui en dehors devenait blanchâtre; puis un peu de jaune verdâtre, du jaune, et enfin du rouge, qui en dehors

devenait violacé. Les couleurs des autres anneaux se succédaient aussi dans l'ordre que nous avons décrit page 30. La tache blanche qui formait le centre des anneaux se distinguait du trait de lumière régulièrement réfléchie, en ce qu'elle était quelquefois plus large, et aussi parce qu'en inclinant un peu le miroir, ce trait qui tombait auparavant sur le milieu de la tache, s'en écartait alors assez pour la laisser voir toute entière, sans qu'elle cessât d'être blanche jusqu'à son centre.

Pour comparer les épaisseurs du verre auxquelles sortaient les rayons qui produisaient les différens anneaux, Newton mesura leurs diamètres sur le carton, dans les parties les plus éclatantes de leurs orbites à six pieds de distance du miroir, et il trouva que ces diamètres, estimés en pouces, étaient, pour les quatre premiers anneaux, $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$. Or, les carrés de ces valeurs suivent la progression des nombres pairs $2i$, $4i$, $6i$, $8i$, comme on peut s'en assurer facilement. Au contraire, en mesurant de la même manière les diamètres des anneaux obscurs, il se trouva que leurs carrés suivaient la progression des nombres impairs i, $3i$, $5i$, $7i$; car les diamètres des quatre premiers, exprimés en pouces, étaient $1\frac{3}{16}$, $2\frac{1}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{3}{20}$: les dimensions de ces deux sortes d'anneaux offraient donc entre elles les mêmes rapports que l'on observe dans la lumière transmise à travers une lame mince d'air, comprises entre deux surfaces sphériques, ce qui confirme complétement l'analogie que l'ordre des couleurs avait indiquée.

Cette analogie même fit soupçonner à Newton qu'il devait y avoir beaucoup plus d'anneaux répandus les uns dans les autres, et s'affaiblissant par leur mélange. Il les regarda donc à travers un prisme pour les séparer ; et, en effet, il les vit ainsi beaucoup plus nettement, et put en compter jusqu'à douze ou treize, au lieu de huit ou neuf qu'il avait pu apercevoir à la vue simple. Enfin, pour ne laisser aucun doute sur leur nature, il éclaira successivement le miroir avec les diverses lumières homogènes obtenues par le prisme. Alors les anneaux lui parurent d'une seule couleur, et séparés les uns des autres par des intervalles obscurs : les carrés de leurs dia-

mètres, mesurés dans les parties les plus lumineuses de leurs orbites, suivaient la progression des nombres pairs 2, 4, 6, 8; et les carrés des diamètres des anneaux obscurs intermédiaires suivaient les progressions des nombres impairs 1, 3, 5, 7... La grandeur absolue des anneaux changeait aussi avec l'espèce des couleurs dont le miroir était illuminé; ils étaient plus grands dans le rouge que dans le jaune, plus grands dans le jaune que dans le vert, et ainsi de suite en diminuant de grandeur jusqu'aux anneaux bleus, qui étaient plus petits que tous les précédens; car, quant au violet, il était trop faible pour être aperçu. C'est précisément dans cet ordre que nous les avons déjà observés précédemment; mais, pour ne rien laisser d'arbitraire dans une comparaison si importante, Newton mesura avec le plus grand soin les diamètres des anneaux formés par les rayons qui sont sur la limite du rouge et de l'orangé. Il les compara aux diamètres des anneaux de même ordre produits par les rayons qui sont sur la limite du bleu et de l'indigo, et il trouva que les premiers étaient aux derniers à peu près comme 9 à 8; rapport qui s'accorde en effet très-bien avec les proportions que nous avons calculées page 47, pour les anneaux du même ordre formés par ces deux espèces de couleurs, car nous les avons trouvés alors comme 962 à 843, ou comme 9 à 7,9.

Newton enleva l'étamage appliqué à la surface postérieure du miroir, et il trouva que la plaque de verre, ainsi mise à nu, produisait encore des anneaux sensiblement de même grandeur et de même teinte, mais d'une intensité beaucoup plus faible. L'étamage ne contribuait donc au phénomène que comme milieu ambiant, dont la présence déterminait une réflexion plus abondante. Newton trouva aussi qu'un miroir métallique concave, placé dans les mêmes circonstances que le miroir de verre, ne produisait point de tels anneaux par la réflexion; d'où il conclut que l'existence des deux surfaces du verre était nécessaire à leur formation : et tant par cette considération que par l'analogie résultante des mesures, il pensa que ces anneaux devaient être produits à travers la plaque épaisse du verre

suivant les mêmes principes par lesquels il s'en forme dans les lames minces, avec les seules modifications dépendantes de la différence des épaisseurs.

Pour mettre ceci dans tout son jour, soient, fig. 29, A B, A'B' les deux surfaces concentriques du miroir, et CIR le faisceau incident que nous supposerons d'abord très-mince, et dirigé suivant leur axe commun. Isolons, par la pensée, une des espèces de lumière simple dont ce faisceau se compose, par exemple, les molécules violettes les plus réfrangibles, et suivons leur marche dans l'intérieur de la plaque, soit avant, soit après la réflexion.

Il faut premièrement considérer que ces molécules, quoique de même nature, étant émanées tant de la surface du soleil que d'une petite profondeur dans sa substance, comptent leurs accès à partir de différentes origines, ce qui fait qu'en arrivant au même point de l'espace, elles ont des dispositions inégales à la transmission et à la réflexion. Conséquemment, lorsqu'elles arrivent en I à la première surface du miroir, un certain nombre d'entre elles doivent être réfléchies directement suivant IC, et revenir passer par le trou C. Les autres, traversant cette surface, sont toutes amenées par les forces réfringentes à l'état de facile transmission, mais à des degrés divers, selon qu'elles y étaient plus ou moins disposées. C'est pourquoi, en arrivant à la seconde surface, un certain nombre seulement cède aux forces réfléchissantes qui en émanent, et revient en arrière; le reste est transmis ou absorbé. Mais parmi celles qui sont réfléchies, les unes le sont régulièrement, et retournent en RI, selon leur direction primitive d'incidence; les autres, au contraire, subissant la réflexion irrégulière, se disséminent et se dispersent de toutes parts, à partir de leur point commun de réflexion. Parmi ces dernières, nous pouvons nous borner à considérer celles qui s'écartent très-peu de leur direction primitive, car ce sont, comme on le verra tout-à-l'heure, les seules qui puissent former des anneaux distincts et sensiblement colorés. Alors, à cause du peu d'intensité de la réflexion irrégulière produite par le verre, soit nu, soit étamé, les seules molécules réfléchies entre ces limites seront celles qui, à leur ar-

rivée en R, se trouvent au milieu ou presque au milieu d'un accès de facile réflexion. D'après cela, celles qui reviennent suivant RI sur leur direction primitive d'incidence, auront dans leur retour des accès de même longueur que dans leur premier trajet; ainsi, quand elles seront revenues en I, elles se retrouveront, soit dans une des phases d'un accès de facile transmission, soit assez peu éloignées d'un tel accès pour que les forces réfléchissantes ne puissent pas les renvoyer en arrière, et par conséquent elles sortiront librement du verre comme elles y étaient entrées. Mais il n'en sera pas de même de celles qui se réfléchissent irrégulièrement à quelque distance de l'axe RI. Car, comme elles s'écartent de leur direction primitive en devenant plus obliques aux surfaces réfléchissantes, elles prendront, dans leur retour, des accès plus longs que ceux qu'elles avaient dans leur arrivée. A la vérité, elles auront aussi un trajet un peu plus long à décrire, ce qui produira une sorte de compensation; mais on verra tout-à-l'heure, par le calcul, que la variation des accès est la plus forte. Toutefois, pour les premières particules, qui s'écartent extrêmement peu de RI, la différence sera d'abord très-faible, et ne les jetera pas assez loin d'un accès de facile transmission pour qu'elles cessent d'être transmises par la première surface. Mais enfin il y aura un écart tel, que la transmission ne sera plus possible, et se changera en réflexion. Dès-lors ce nouvel état de choses continuera d'avoir lieu pour les inclinaisons plus grandes, jusqu'à une certaine limite où les molécules lumineuses commenceront de nouveau à se transmettre. Car si celles qui retournent suivant RI ont, dans toute la longueur de cette ligne, un nombre quelconque d'accès, après lequel elles sortent en I de la surface de la plaque; celles qui, dans leur trajet oblique RI^4, auront un nombre d'accès égal à $\nu - 2$, ou $\nu - 4$, ou en général $\nu - 2x$, x étant un nombre entier quelconque, se retrouveront en I′ exactement dans une phase de même nature et de même intensité que les premières; de sorte qu'elles sortiront de la plaque comme elles, pourvu toutefois que leur obliquité en I′ sur la surface d'émergence soit assez petite pour que la force réfléchissante y soit sensiblement la même qu'en I. Quoique la figure 29 ne

représente qu'un des profils de la plaque, il faut concevoir que les mêmes phénomènes se produisent dans toute autre section pareille, faite suivant l'axe CR; et pour les représenter dans leur ensemble, il suffit de faire tourner simultanément le profil AB et le rayon réfléchi RI′ autour de cet axe. Alors les molécules qui ont perdu le même nombre d'accès, se trouvent comprises, après la réflexion, dans une même surface conique, décrite par l'arête RI′ autour de l'axe CR; et en sortant de la plaque par réfraction, elles suivent une autre surface conique dont l'axe est le même, mais dont l'angle au centre est plus ouvert. Si donc les molécules de différens cônes sont conduites ainsi jusqu'à la surface du carton, elles devront y peindre une série d'anneaux lumineux concentriques séparés par des intervalles obscurs, et ayant à leur centre commun une tache circulaire violette, formée par les molécules qui ressortent presque parallèles à l'axe CR.

Ce que nous venons de dire pour les molécules violettes les plus réfrangibles, peut s'appliquer de même à celles de toutes les autres couleurs. Chacune d'elles formera donc ses anneaux à part, d'après les mêmes principes et suivant les mêmes lois. Mais la longueur de leurs accès étant inégale et plus grande à mesure que la réfrangibilité devient moindre, il en résultera que les molécules violettes formeront les plus petits anneaux, les rouges les plus grands, et que les couleurs intermédiaires en donneront d'intermédiaires en grandeur. Enfin les molécules de chaque couleur, qui sortent très-près de l'axe, formeront autant de taches circulaires, dont la superposition produira une tache blanche au centre commun de tous les anneaux. Ces résultats sont exactement conformes à la description du phénomène, telle que Newton l'a donnée.

Mais allons plus loin; et puisque nous connaissons les valeurs absolues des accès des molécules lumineuses sous des obliquités diverses, calculons les obliquités nécessaires pour qu'elles se réfléchissent ou qu'elles sortent ainsi à diverses distances de l'axe, l'épaisseur de la plaque étant donnée, et cherchons à en

déduire les expressions numériques des diamètres des anneaux.

Reprenant donc la fig. 29, considérons de nouveau des molécules lumineuses d'une seule nature; puis concevons que celles qui sont réfléchies directement suivant R I aient dans leur retour sur cette ligne un nombre quelconque d'accès égal à ν, ce nombre pouvant être entier, ou composé d'un entier et d'une fraction. Si nous désignons par i la longueur de chaque accès, et par e l'épaisseur R I de la plaque à son centre, il faudra qu'on ait $e = \nu i$.

Maintenant, désignons par e_x la longueur du trajet oblique R I′, dans lequel les mêmes molécules lumineuses éprouvent un nombre d'accès $\nu - 2x$, x étant un nombre entier : ces accès auront nécessairement une longueur différente des premiers; nous la nommerons i', et il viendra

$$e_x = (\nu - 2x)\, i'.$$

Or, d'après les caractères connus des accès, nous savons comment i' dépend de i, pour chaque espèce de molécules lumineuses, l'obliquité I′ R I ou r étant donnée, ainsi que la nature du milieu environnant. Nous pouvons aussi calculer e_x en fonction de e d'après cette obliquité r, et la forme connue de la plaque. Nous pouvons donc, d'après cette relation, déterminer l'angle r, c'est-à-dire l'obliquité qu'il faut supposer aux particules pour qu'elles sortent de la plaque à l'endroit où se forme le xe anneau. Toutefois, ces calculs ne devront être appliqués qu'à des valeurs très-petites de l'angle r, afin que la courbure des deux surfaces de la plaque, aux points I′ et R, ne soit pas assez différente pour qu'il faille y donner aux accès obliques d'inégales longueurs; car nous avons montré plus haut, page 112, que nos formules pour les accès obliques sont établies sur cette condition; en s'y conformant, on aura

$$i' = \frac{i}{\cos u \cos r},$$

u est un angle auxiliaire qui dépend de l'obliquité r, de la nature de la plaque et de celle du milieu qui l'environne. Pour plus de simplicité, supposons que l'on ait ôté l'étamage de

la seconde surface; alors la plaque sera devenue environnée d'air, et il faudra prendre

$$\sin u = \left(\frac{105 + n}{106}\right) \sin r \qquad n = \frac{17}{11}.$$

Si l'on voulait restituer l'étamage, il faudrait prendre pour n le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, lorsque la lumière passe de l'étamage dans la plaque de verre. Ce rapport serait vraisemblablement moindre que l'unité, le métal réfractant plus que le verre; et, en conséquence, il serait fort différent de $\frac{17}{11}$, que nous adoptons ici, en supposant la plaque environnée d'air. Mais, dans le cas actuel, l'influence de cette différence sur les résultats serait tout-à-fait insensible, à cause de la petitesse des angles r, auxquels les observations s'étendent; car la valeur de n étant divisée par 106, qui est un nombre considérable, le produit de $\frac{1}{106} n$ par $\sin r$ deviendra insensible si l'angle r est fort petit : de sorte que l'on pourrait, dans tous les calculs, prendre u égal à r. Toutefois, pour nous conformer à la marche que Newton a suivie, nous conserverons à n la valeur $\frac{17}{11}$ dans l'expression de u; mais on voit, par cette remarque, qu'on pourrait se dispenser d'y avoir égard; et cela explique pourquoi, lorsque Newton ôta l'étamage de la seconde surface, l'intensité seule des anneaux lui parut changée, et non pas leur dimension ou leur teinte.

Maintenant si, dans la valeur de e_x, nous mettons pour i' sa valeur en i, il viendra

$$e_x \cos r \cos u = (v - 2x)\, i, \quad \text{ou} \quad e_x \cos r \cos u = e - 2ix.$$

Du point d'émergence I', menons l'ordonnée I'P' perpendiculaire à l'axe du miroir, et nommons z le sinus verse IP', lequel, dans les expériences de Newton, a toujours été d'une petitesse extrême; alors l'angle I'RI étant r, $e_x \cos r$ sera égal à RP' ou $e + z$. Substituant cette valeur dans l'équation précédente, et remplaçant $\cos u$ par $1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} u$, il reste

$$2e \sin^2 \tfrac{1}{2} u - z \cos u = 2ix.$$

Le miroir employé par Newton dans ces expériences, avait un quart de pouce d'épaisseur, et il n'y put observer que cinq

ou six anneaux : de sorte que le nombre x, dans ses résultats, n'a point surpassé 6. D'après cela, si on se rappelle l'excessive petitesse de l'intervalle des accès dans le verre, on sentira que le produit ix est comme infiniment petit par rapport à e; ce qui donne à l'angle u, et par suite à l'angle r, des valeurs pareillement très-petites, comme nous l'avons annoncé.

Il en sera de même, à plus forte raison, du sinus verse IP′ que nous avons désigné par z: ainsi on pourra se borner à employer sa valeur approchée, c'est-à-dire le carré de l'ordonnée I′P′, divisée par le double du rayon de courbure de la première surface du miroir, que nous désignerons par a; mais cette ordonnée même a pour valeur RP′ tang r, ou $(e+z)$ tang r, que l'on peut réduire à e tang r dans l'expression du sinus verse, où elle doit être divisée par $2a$. Il viendra donc

$$z = \frac{e^2 \tang^2 r}{2a},$$

et par suite $$2e \sin^2 \tfrac{1}{2} u - \frac{e^2 \tang^2 r \cos u}{2a} = 2ix.$$

A quoi il faut joindre

$$\sin u = \frac{(105+n)}{106} \sin r, \text{ ou, pour abréger, } \sin u = k \sin r,$$

de sorte qu'il ne reste qu'à éliminer u entre ces deux équations.

Pour le faire le plus simplement possible, il faut remarquer que u étant un très-petit angle, on peut, sans erreur notable, substituer $\frac{1}{2} \sin u$, ou sa valeur $\frac{1}{2} k \sin r$ à $\sin \frac{1}{2} u$. Par une raison pareille, on peut remplacer $\tang^2 r$ par $\sin^2 r$ dans le terme multiplié par $\frac{e^2}{2a}$, et y supposer $\cos u$ égal à l'unité; alors notre première équation devient

$$k^2 e \sin^2 r - \frac{e^2 \sin^2 r}{a} = 4ix,$$

d'où $$\sin r = 2\sqrt{\frac{ix}{k^2 e - \frac{e^2}{a}}}.$$

Déterminons d'après cette formule les valeurs numériques de l'angle r, pour les rayons qui forment la limite du jaune et de l'orangé, et qui constituent la partie la plus brillante des anneaux. Nous avons vu qu'une lame d'air réfléchit le premier anneau de cette espèce de lumière sous l'incidence perpendiculaire, lorsque son épaisseur est $\frac{1}{178000}$ de pouce anglais ; mais nous avons vu aussi qu'une lame mince de verre, ou de toute autre substance, réfléchit la même espèce de lumière dans le même ordre d'anneau, lorsque son épaisseur est moindre que celle de l'air, selon la proportion des sinus de réfraction à égale incidence, c'est-à-dire dans le rapport de 17 à 11 pour le verre dont Newton faisait usage. La valeur précédente de i deviendra donc, relativement à ce verre, $\frac{11}{17}\cdot\frac{1}{178000}$ ou $\frac{1}{275091}$ de pouce. De plus, en prenant toujours le pouce anglais pour unité de longueur, on a l'épaisseur de la plaque $e = \frac{1}{4}$ et le rayon de sa surface antérieure $a = 71$; enfin n étant $\frac{17}{11}$, le coefficient k devient $\frac{1172}{1166}$ ou $1 + \frac{1}{194}$; avec ces données, on trouve les valeurs suivantes :

$x = 0$	$r = 0'\ \ 0''$	$\sin r = 0{,}000000$
$x = 1$	$r = 26\ \ 7$	$\sin r = 0{,}007607$
$x = 2$	$r = 36\ \ 57$	$\sin r = 0{,}010749$
$x = 3$	$r = 45\ \ 16$	$\sin r = 0{,}013165$
$x = 4$	$r = 52\ \ 16$	$\sin r = 0{,}015201$

D'après la petitesse de ces angles, on voit que les rayons renvoyés du fond de la plaque, et abontissant aux quatre premiers anneaux, perceront la surface d'émergence extrêmement près de l'axe. En effet, le demi-diamètre de chaque anneau sur cette surface est à très-peu près exprimé par $e \tang r$; or, en prenant $e = \frac{1}{4}$, et mettant pour r la valeur qui convient au quatrième anneau, le produit devient 0,0038, c'est-à-dire moindre que quatre millièmes de pouce : de là il résulte que cet anneau et les anneaux intérieurs seront trop petits et trop rapprochés sur la surface d'émergence du verre pour qu'on puisse les y distinguer, et ils ne deviendront visibles qu'après s'être séparés à une grande distance, en vertu de la divergence primitive des rayons réfléchis qui les composent.

Considérons donc un quelconque d'entre eux, qui, sortant de la plaque au point I′, fig. 29, vienne se peindre en I″ sur le carton placé à la distance I C, que nous nommerons D; alors le demi-diamètre de cet anneau ainsi agrandi sera C I″, qu'il s'agit de déterminer. Or, à cause du peu de distance du point d'émergence I′ à l'axe de la plaque, on peut, pour ce calcul, considérer celle-ci comme étant sensiblement plane dans la petite étendue de sa surface qui est occupée par les anneaux : menant donc I′ C′ parallèle à l'axe I C, la longueur de cette ligne comprise entre le carton et la surface sera sensiblement égale à D; et l'angle I″ I′ C′ sera l'émergence correspondante à l'incidence r dans l'intérieur du verre : de sorte qu'en la nommant I, on aura

$$\sin I = n \sin r, \quad \text{où il faut toujours prendre } n = \frac{17}{11} :$$

de là on conclut l'expansion I″ C′ que le diamètre de cet anneau éprouve en se portant sur le carton; sa valeur sera D tang I. Joignons-y le demi-diamètre I I′ ou ϱ de l'anneau sur la surface de la plaque même; la somme $\varrho + D \operatorname{tang} I$ sera le vrai rayon de l'anneau sur le carton, et $2\varrho + 2 D \operatorname{tang} I$ sera son diamètre. Dans le cas des expériences de Newton, l'on peut simplifier ce résultat, en y négligeant ϱ comme insensible, et remplaçant tang I par sin I; ce qui ne causera aucune erreur appréciable : alors l'expression du diamètre des anneaux se réduit à

$$2 D n \sin r, \quad \text{ou} \quad 4 D n \sqrt{\frac{i.x}{k^2 e - \frac{e^2}{a}}}.$$

Newton plaçait le carton à six pieds du miroir : prenant donc toujours le pouce pour unité de longueur, on aura pour ses expériences $D = 72$: de plus, $n = \frac{17}{11}$; et les valeurs de sin r sont connues par ce qui précède. Avec ces données, on trouve les résultats suivans, que j'ai rapprochés des observations :

	Diamètres des anneaux sur le carton, en pouc.	
	calculés.	observés.
1er.	1,6915	1,687
2e.	2,3922	2,375
3	2,9298	2,917
4e.	3,3831	3,375

On voit que les différences entre l'observation et le calcul ne vont qu'à quelques millièmes de pouces : un tel accord est frappant sans doute; mais, pour bien sentir tout ce que sa précision a d'admirable, il faut songer que les diamètres calculés sont ici purement conclus de la théorie des accès, sans le secours d'aucune donnée nouvelle, si ce n'est l'épaisseur de la plaque et sa courbure; il faut songer que les longueurs absolues employées comme élémens du calcul sont tirées des mesures prises sur les lames minces, et que leurs moindres erreurs doivent se trouver ici agrandies dans une énorme proportion. Car, puisque la longueur de chaque accès pour la lumière intermédiaire entre l'orangé et le jaune, est $\frac{1}{275091}$ de pouce, et que la plaque a un quart de pouce d'épaisseur, les particules qui sont réfléchies directement de son fond, suivant leur direction primitive d'incidence, éprouvent, en la traversant dans leur retour, $\frac{275091}{4}$ ou 68772 accès; et celles qui, revenant obliquement, forment le premier anneau, en éprouvent 68770; celles qui forment le second, 68768, et ainsi du reste. Or les mesures primitives des accès étant prises dans des lames très-minces, et sur des anneaux colorés où la lumière n'éprouvait jamais plus de cinq ou six alternatives, quelle incroyable précision ne faut-il pas attribuer à ces mesures pour qu'elles puissent encore s'appliquer si bien à des épaisseurs dix mille fois plus grandes?

En établissant nos calculs pour l'espèce particulière de lu-

mière simple qui forme, dans le spectre, la limite de l'orangé et du jaune, nous avons pu en comparer les résultats avec les mesures prises sur les parties les plus brillantes des anneaux composés, parce que c'est cette même lumière qui y domine et qui leur donne leur éclat. Si l'on voulait obtenir les diamètres des anneaux formés par toute autre espèce de couleur simple, il suffirait de mettre pour i, dans la formule, la valeur qui convient à cette couleur, telle qu'on peut la déduire des rapports exposés page 105.

Quand on calcule ainsi numériquement les valeurs de sin r, et les diamètres des anneaux qui s'en déduisent, on trouve que le terme $\frac{c^2}{a}$, qui dépend de l'épaisseur de la plaque et de la courbure de sa surface antérieure, est extrêmement petit, comparativement au terme $k^2 e$, qui dépend de l'épaisseur seule. Dans l'expérience de Newton, le rapport de ces deux termes, ou $\frac{e}{k^2 a}$ est égal à 0,003485; aussi l'a-t-il négligé dans tous ses calculs, et ses résultats ne diffèrent presque pas des nôtres. Ceci indique que les points d'émergence des différens anneaux émanés du point R, seraient presque exactement les mêmes si la plaque, au lieu d'être courbe, avait ses deux surfaces planes et parallèles. Néanmoins on trouve par l'expérience qu'une plaque plane et parallèle ne fait point voir de pareils anneaux.

Pour dénouer cette difficulté, il faut faire attention que, dans nos calculs, nous n'avons jusqu'ici considéré qu'un faisceau incident infiniment mince, dirigé suivant l'axe de la plaque, et produisant à sa seconde surface un point rayonnant unique, duquel partent, sous des inclinaisons diverses, toutes les molécules lumineuses disséminées par la réflexion. Nous avons bien déterminé les anneaux qu'un tel point de réflexion peut produire; mais dans les expériences, le faisceau incident n'est jamais réduit à un pareil degré de simplicité. Par exemple, dans celles de Newton, il formait un cône lumineux, ayant pour sommet le trou fait au volet de la fenêtre, et pour

angle au centre le diamètre apparent du soleil. Chacun des rayons qui en faisait partie, produisait donc sur le miroir son impression particulière, et formait à la seconde surface un centre de rayonnement, duquel partaient des anneaux. Or, pour que le phénomène puisse être observé, il faut que tous les anneaux de même ordre, ainsi émanés de divers points, ne se répandent pas de toutes parts sur le carton, mais soient concentrés après leur émergence, et convergens vers un même cercle qui les rassemble tous. Cette condition détermine la distance du trou à laquelle il faut placer chaque espèce de plaque, quand les courbures de ses deux surfaces sont données. Par exemple, si ces deux courbures sont concentriques, comme elles l'étaient dans la plaque dont Newton faisait usage, il faut que le trou d'où les rayons divergent soit placé à leur centre commun.

Pour démontrer ceci de la manière la plus simple, ne considérons d'abord que deux rayons incidens, fig. 30 : l'un C I, dirigé suivant l'axe même de la plaque ; l'autre Ci, formant avec le premier un très-petit angle ω. Si le trou C, d'où ces rayons divergent, est situé au centre commun de courbure des deux surfaces, ils pénétreront l'un et l'autre la plaque perpendiculairement ; et en représentant par R I′, ri' les directions des molécules réfléchies, qui, étant comprises dans le même profil, forment des anneaux de même ordre, les angles I′RI, $i'ri$ seront égaux entre eux, ainsi que les angles I′TI, $i'ti$, formés par chacun des rayons émergens avec son axe d'incidence. Faisons pour le premier I′TI = I, et représentons par ϱ le demi-diamètre I′I de l'anneau qui, à cause de sa petitesse, peut se mesurer sur la surface concave du miroir comme sur un plan ; on aura de même pour l'autre rayon $i'ti = \mathrm{I}$; $i'i = \varrho$; et conséquemment, si l'on prolonge sa direction d'émergence jusqu'à sa rencontre avec CI en T′, l'angle i'T′I que nous nommerons I′, sera égal à $\mathrm{I} - \omega$. Cela suffit pour trouver les équations des deux rayons émergens I″I′, $i''i'$; car si on les rapporte à deux coordonnées rectangulaires x, y, comptées du point I, la première suivant IC, la seconde suivant la tan-

gente au point I, on pourra, en négligeant les sinus verses des petits arcs I I′, ii', supposer qu'ils se confondent avec cette tangente, et désignant toujours par a le rayon de courbure C I de la surface antérieure, on aura

Equat. de I″I′ $\quad y' = \varrho + x \operatorname{tang} \mathrm{I}$

Equat. de $i''i'$ $\quad y - y' = \varrho + x \operatorname{tang}(\mathrm{I} - \omega)$; $\quad y' = a \operatorname{tang} \omega$.

Maintenant, si l'on veut savoir en quel point ces deux rayons se rencontrent, il n'y a qu'à égaler l'une à l'autre leurs valeurs de y, et conclure x de cette condition. L'on trouve ainsi, en mettant pour y' sa valeur,

$$x \operatorname{tang} \mathrm{I} = a \operatorname{tang} \omega + x \operatorname{tang}(\mathrm{I} - \omega),$$

d'où
$$x = \frac{a \cos \mathrm{I} \cos(\mathrm{I} - \omega)}{\cos \omega}.$$

Or, comme tous les cosinus de I, ω, $\mathrm{I} - \omega$ peuvent être censés égaux à l'unité, à cause de la petitesse des angles auxquels ils répondent, il s'ensuit que la valeur de x se réduit sensiblement à $x = a$, c'est-à dire que les deux rayons, après leur émergence, se coupent à une distance de la surface antérieure égale au rayon de sa concavité. Ce résultat étant indépendant de ω, est commun à tous les rayons incidens compris dans le même profil, et qui font un très-petit angle avec l'axe CR. Ainsi tous les anneaux de même ordre qui en résultent dans chaque espèce de lumière simple, se superposeront à cette même distance. C'est donc là qu'il faut placer le tableau pour les voir de la manière la plus distincte, et c'est aussi ce qu'a fait Newton.

Pour faciliter la solution du problème, nous n'avons considéré qu'un seul profil de la plaque, et nous avons supposé les rayons incidens très peu inclinés entre eux; mais on peut aisément généraliser ces résultats En effet, donnons à la plaque une étendue quelconque, fig. 31, en lui conservant toujours une égale épaisseur, et soit, comme précédemment, C R le rayon incident dirigé à son centre de figure. Si nous considérons spécialement une certaine espèce de molécules lumineuses, qui, en se réfléchissant du point R, ressortent par la première surface, et forment des anneaux simples d'un certain

ordre n, nous avons reconnu que ces particules, après la réflexion, se trouvent comprises dans la surface d'un cône droit IRI′, ayant son sommet au point de réflexion même, et qu'après leur émergence, elles suivent un autre cône ITI′, dont l'ouverture est plus grande, dans le rapport des angles d'incidence aux angles d'émergence. Or, si l'on considère de même tout autre rayon incident, tel que Cir, incliné au précédent d'une manière quelconque, mais de même nature, et partant comme lui du centre commun de courbure des deux surfaces de la plaque, les molécules de ce rayon, qui, en se réfléchissant du nouveau point d'incidence r, formeront autour de Cr des anneaux de l'ordre n, seront évidemment comprises sur des cônes exactement pareils, tant au dedans de la plaque qu'au dehors, et le sommet t de leur cône d'émergence sera aussi placé dans la plaque à la même profondeur que le sommet T. Par conséquent, si du point C, comme centre, on décrit une sphère tangente intérieurement à un de ces cônes, elle sera également tangente à tous les autres, et la longueur de son rayon déterminera pour chaque espèce de particules lumineuses l'ordre d'accès que l'on voudra considérer.

Maintenant, si l'on suppose le carton placé au centre C ou partout ailleurs, soit en avant, soit en arrière, et incliné sur le rayon CR d'une manière quelconque, il n'y a qu'à prolonger tous les cônes émergens de même couleur et de même ordre jusqu'à ce qu'ils rencontrent sa surface; et les courbes que cette intersection produira, figureront les anneaux simples que chaque cône projette. Imaginons, par exemple, que le carton soit perpendiculaire au rayon CR, alors le cône I′TI′ étant coupé perpendiculairement à son axe, produira un anneau circulaire; mais tous les autres étant coupés obliquement, produiront des ellipses, et même des paraboles et des hyperboles, si l'étendue de la plaque est assez grande, et le faisceau de rayons incidens assez large pour augmenter suffisamment l'obliquité. Or, dans ce cas, les anneaux simples de chaque ordre se répandant ainsi sur le carton dans une zône fort étendue, ceux de différentes couleurs se superposeront beaucoup, et se mê-

leront ensemble, et même il pourra arriver que ceux d'une seule couleur, mais de différens ordres, aillent jusqu'à empiéter les uns sur les autres ; de sorte que de pareilles dispositions donneront des anneaux composés qui seront très-pâles et très-peu distincts. Mais si la plaque ne comprend qu'un petit nombre de degrés de la sphère sur laquelle elle est travaillée, ou, ce qui revient au même, si le cône lumineux qui l'éclaire n'a qu'une très-petite ouverture, les cônes émergens de même nature et de même ordre auront leurs sommets T, *t* très-rapprochés les uns des autres comparativement à leur éloignement du carton, par conséquent ils toucheront tous la sphère centrale, suivant des cercles très-peu distans ; et en plaçant le carton à peu près au milieu de cet espace, les diverses intersections approcheront extrêmement de se confondre les unes avec les autres, ce qui fera voir les anneaux de la manière la plus distincte. Alors, s'il y en a de même couleur, mais de différens ordres, les cônes qui les donnent ayant d'inégales ouvertures, donneront aussi différens ordres d'intersections ; ce qui produira sur le carton plusieurs séries d'anneaux concentriques, séparées par des intervalles obscurs, comme en effet l'observation le fait voir. La limite extrême de distinction répondrait au cas où les sommets des différens cônes seraient si rapprochés, que leur distance mutuelle pourrait être considérée comme nulle, comparativement à la grandeur du rayon de courbure de la plaque ; alors tous les cônes du même ordre toucheraient la sphère centrale, presque exactement suivant un même grand cercle perpendiculaire à l'axe CR. C'est le cas simple que nous avons considéré d'abord, et qui suffit pour les expériences de Newton.

On voit par cette discussion comment l'égalité d'épaisseur de la plaque et la coïncidence du trou C avec le centre de sa courbure, déterminent sur le carton la coïncidence des anneaux de même ordre qui émanent des divers points de sa seconde surface. Nous examinerons par la suite comment il faudrait s'y prendre pour obtenir cette coïncidence avec des plaques d'une autre forme. Pour le moment, celle-ci étant la plus

simple dans ses effets, nous continuerons à la considérer.

Nous avons trouvé précédemment page 166, que les diamètres des anneaux simples, formés par une pareille plaque à la distance D de sa surface antérieure, sont exprimés généralement par la formule

$$4\,D\,n\sqrt{\frac{i\,x}{k^2\,e - \frac{e^2}{a}}}$$

dans laquelle il faut donner aux différentes lettres le sens que nous avons fixé. En réduisant cette formule en nombres pour la plaque dont Newton a fait usage, le terme $\frac{e^2}{a}$ est devenu insensible, à cause de la petitesse de l'épaisseur e, comparativement au rayon a de la sphère sur laquelle la surface concave de la plaque avait été travaillée ; et il est évident qu'il en serait de même pour toute autre plaque moins épaisse qui serait travaillée sur le même rayon. D'après cela, si l'on observe successivement les anneaux de même couleur et de même ordre, formés par de telles plaques, dont les épaisseurs seules seraient différentes, il est évident que toutes les lettres conserveraient les mêmes valeurs dans la formule, à l'exception de l'épaisseur e ; de sorte qu'en négligeant toujours le terme $\frac{e^2}{a}$ comme insensible, les diamètres des anneaux semblables seraient réciproquement proportionnels aux carrés des épaisseurs.

Cette conséquence de la théorie n'a point échappé à Newton, et il a voulu l'éprouver par l'expérience. Il travailla sur la même sphère une autre plaque, dont l'épaisseur était aussi constante, mais seulement égale à $\frac{5}{62}$ de pouce, au lieu de $\frac{1}{4}$ de pouce qu'avait la première. Le rapport de ces épaisseurs était donc $\frac{1}{4} \cdot \frac{62}{5}$, ou $\frac{31}{10}$; ainsi, en multipliant par $\sqrt{\frac{31}{10}}$ les diamètres des anneaux produits par la première plaque, on aura ceux des anneaux analogues que la seconde doit donner. Voici le résultat de ce calcul :

Diamètres des trois premiers anneaux dans leurs parties les plus brillantes, exprimés en pouces.		
PREMIÈRE PLAQUE.	DEUXIÈME PLAQUE.	
	Calculé.	Observé.
1,687	2,97	3,00
2,375	4,18	4,16
2,917	5,14	5,13

Un si parfait accord offre sans doute une confirmation bien décisive de tous les principes sur lesquels ces calculs reposent. « Ainsi, dit Newton, cela fait assez voir que la formation de ces anneaux dépend des deux surfaces du verre. Ils dépendent de la surface convexe, parce qu'ils sont plus lumineux lorsque cette surface est étamée que lorsqu'elle est nue. Ils dépendent aussi de la surface concave, parce que, sans elle, le miroir ne produit aucun anneau. Et enfin ils dépendent des relations de position et de distance qui existent entre les deux surfaces, puisque leurs dimensions varient par le seul changement de cette distance; et les conditions de ces diverses dépendances sont précisément les mêmes auxquelles sont assujetties les couleurs des plaques minces, par rapport à l'épaisseur de ces plaques, puisque la grandeur des anneaux, leurs proportions relatives, les variations de leurs diamètres causées par le changement d'épaisseur du verre, et enfin l'ordre de leurs couleurs se déterminent dans les deux cas par les mêmes lois ».

Nous avons indiqué tout-à-l'heure ce qui devrait arriver, si le cône de rayons incidens, au lieu d'être très-mince, était au contraire très ouvert, et que la plaque fût assez large pour le recevoir tout entier. Nous avons reconnu que, dans ce cas, chaque point du carton recevant à la fois de tous les points de la plaque des rayons de différens ordres et de différentes cou-

leurs, n'offrirait qu'une blancheur uniforme, ou tout au plus de très-faibles traces de coloration. Mais si, au lieu du carton, l'on place un œil à l'endroit où les rayons se mêlent, quoiqu'ils lui parviennent encore tous ensemble, il ne laissera pas de les distinguer par la diversité de leurs directions; et chaque suite de points d'émergence, desquels une même couleur lui parviendra, lui semblera former sur la plaque un anneau de cette couleur. Newton a réalisé cette disposition, en éclairant toute la surface de sa plaque avec la seule lumière des nuées introduite librement par le trou fait au volet de sa fenêtre; et ayant placé son œil vers l'endroit où les anneaux réfléchis s'étaient peints sur le carton de la manière la plus distincte, il observa les phénomènes suivans :

« Je vis, dit-il, le miroir couvert, sur toute sa surface, d'ondes colorées, rouges, jaunes, vertes, bleues, telles que celles qui paraissent entre deux objectifs ou sur les bulles d'eau, mais elles étaient beaucoup plus étalées. Elles changeaient pareillement de grandeur en diverses positions de l'œil, s'élargissant et se rétrécissant, selon que je mouvais mon œil d'un côté ou d'un autre. Elles étaient aussi formées d'arcs concentriques, et lorsque mon œil était placé en face (*over against*) de la concavité du miroir (environ à 5 pieds 10 pouces de sa surface), leur centre commun se trouvait sur la ligne droite, menée du trou de la fenêtre au milieu de cette concavité. Mais, dans d'autres positions de mon œil, leur centre se portait ailleurs. Ces ondes étaient formées par la lumière des nuées, propagée depuis le trou de la fenêtre jusqu'à la plaque; et lorsque le soleil donnait aussi sur quelque endroit de la plaque à travers ce trou, sa lumière, vue sur la plaque, était de la couleur de l'anneau sur lequel elle tombait; mais, par son éclat, elle obscurcissait les anneaux formés par la lumière des nuées, à moins qu'on n'eût soin de l'éteindre et de l'affaiblir, en éloignant la plaque du trou à une grande distance. Si je variais la position de mon œil, en l'approchant ou l'éloignant tour à tour du trait direct de lumière solaire, la couleur du trait réfléchi de cette lumière changeait constamment sur la plaque,

comme elle changeait sur mon œil, car la même couleur que je voyais dans la plaque, était vue au même instant sur mon œil par une personne qui m'assistait dans ces observations (1) ».

Pour déduire ces phénomènes de la théorie dans leur plus grande généralité, donnons à la plaque toute l'étendue d'une demi-sphère, fig. 32, et plaçons l'œil quelque part en *o*, sur le rayon CR, mené au centre de sa concavité. Ce cas, si nous le résolvons, renfermera tous les autres, car, en quelque lieu que soit l'œil, on pourrait toujours, par le centre de l'ouverture et par le point où il se trouve, mener un pareil rayon, autour duquel les apparences seront exactement les mêmes qu'autour de CR; de sorte que l'étendue seule de la plaque limitera celles que l'on pourra réellement observer.

Cela posé, considérons sur la seconde surface de la plaque un point quelconque *r*, éclairé directement par le rayon incident *Cir*; et parmi toutes les molécules lumineuses réfléchies de ce point, supposons qu'il s'en trouve une d'une certaine couleur et d'un certain ordre qui parvienne à l'œil, suivant la direction d'émergence *to*. Si l'on fait tourner les droites *cir*, *ot* autour de CR, en leur conservant la même inclinaison sur cet axe, elles engendreront deux surfaces coniques, dont la première contiendra tous les points de la seconde surface, qui sont situés comme *r* par rapport à l'œil, et dont l'autre comprendra tous les rayons émergens émanés de ces points, qui seront de même ordre et de même couleur que *to*. L'intersection de ce second cône par la surface d'émergence de la plaque, formera

(1) Ce passage n'a point du tout été compris par les traducteurs. Le P. Benvenuti, qui pourtant s'était fait des idées assez justes de cette théorie, prétend que les formes des franges colorées doivent être certainement très différentes de celles que Newton dit avoir vues; et il établit un calcul qui indique en effet d'autres formes, mais c'est en donnant à l'œil une position différente de celle que lui assigne Newton. Coste, dans sa traduction, a remplacé les mots *over against*, vis-à-vis, par un énoncé tout différent, qui, changeant aussi la place de l'œil, rend le reste du passage impossible. J'ai traduit fidèlement le texte de l'édition donnée par Horsley, qui passe généralement pour la plus correcte.

donc un anneau circulaire d'une couleur uniforme dans tout son périmètre, et ayant son centre quelque part sur l'axe mené de l'œil au centre C de l'ouverture. Cet anneau sera noir, si aucune des molécules lumineuses contenues dans la lumière incidente ne peut parvenir à l'œil suivant sa direction.

Déterminons les conditions de cette possibilité, en supposant que la lumière incidente ne contienne qu'une seule espèce de particules lumineuses d'une réfrangibilité donnée; par exemple, les molécules violettes de l'extrémité du spectre. Soit $ti'o$ la direction inconnue du n^e anneau formé de ces particules. Cette indication détermine le demi-diamètre ii' ou ϱ du cercle formé par cet anneau sur la surface d'émergence. Car en nommant r l'angle iri' qui convient à l'ordre d'anneaux que l'on considère, ii' ou ϱ pourra être calculé comme si la surface entre i et i' était plane. Sa valeur sera donc e tang r, que l'on peut remplacer par $e \sin r$; de plus, l'angle d'émergence $i'ti$ formé par le rayon émergent avec son axe sera $n \sin r$; et divisant la première de ces quantités par la seconde, le rapport $\frac{e}{n}$ exprimera la profondeur it, où se trouve le sommet du cône d'émergence dans la plaque; et si du point C, comme centre avec Ct pour rayon, l'on décrit une sphère concentrique aux surfaces de la plaque, elle contiendra tous les sommets possibles des cônes de même nature et de même ordre. Cela posé, le problème se réduira à ceci. Sur la corde oC, distance de l'œil au centre des rayons, décrivez, dans le plan de la figure, un arc de cercle capable de l'angle donné. L'intersection de cet arc avec le cercle des sommets déterminera le sommet t, et par suite le point d'émergence i', qui satisferont à la question proposée. Quand on connaîtra le sommet t, on fera tourner la droite ot autour de CR, comme axe, et la surface conique, ainsi engendrée, donnera tous les autres points qui envoient à l'œil la même couleur par un même nombre d'accès.

Pour réduire cette construction en formule, faisons

$$oC = \delta \qquad Ct = a \qquad rCR = \nu \qquad Cto = i;$$

alors dans le triangle Cto, la proportionnalité des sinus des angles aux côtés opposés donnera

$$\sin(v + i) = \frac{a}{\delta} \sin i, \qquad (1)$$

d'où l'on tire

$$\tang i = \frac{\delta \sin v}{a - \delta \cos v}. \qquad (2)$$

Lorsque a sera donné, ainsi que δ et i, la première formule fera connaître $v + i$; d'où retranchant i, on aura v. Cela servira pour déterminer la direction du rayon incident Cir, qui envoie à l'œil un anneau d'une couleur et d'un ordre déterminés. On voit que le phénomène cesse d'être possible, lorsque le produit $\frac{a}{\delta} \sin i$ surpasse l'unité, parce qu'alors ce produit ne pouvant plus représenter un sinus, l'arc $v + i$ devient imaginaire. La plus grande valeur que $\sin i$ puisse admettre, répond donc au cas où $\sin(v + i)$ devient égal à 1; ce qui donne

$$v + i = 90^\circ \qquad \sin i = \frac{\delta}{a}.$$

Alors, dans le triangle Cot, l'angle en o est droit, puisqu'il est toujours supplément des deux autres.

La seconde formule déterminera i en général, lorsque l'angle v sera donné, ainsi que δ et a. C'est le cas où l'on veut déterminer l'ordre d'anneaux qui pourra arriver à l'œil d'un point donné du miroir.

L'application rigoureuse de ces formules exige donc toujours que l'on connaisse la distance a du centre de l'ouverture au sommet du cône émergent que l'on considère. Mais lorsque l'épaisseur de la plaque est très-petite comparativement au rayon CI de sa concavité, comme cela avait lieu dans les expériences de Newton, on peut, sans commettre une erreur sensible, substituer pour a la valeur de ce rayon, ou, si l'on veut, d'une moyenne arithmétique entre les rayons des deux surfaces antérieures et postérieures.

Prenons pour exemple la plaque de $\frac{1}{4}$ de pouce d'épaisseur, dont Newton a fait usage, et dont le rayon antérieur avait

72 pouces de longueur. Supposons la distance C o égale à 2 pouc. et cherchons à quelle distance de l'axe C R paraîtront les quatre premiers ordres d'anneaux formés par l'espèce de lumière simple, intermédiaire entre l'orangé et le jaune. D'après nos précédens calculs, ces quatre anneaux partent de la seconde surface du miroir sous des angles r, qui ont pour valeur

$$26'\ 7'',\quad 36'\ 57'',\quad 45'\ 16'',\quad 52'\ 16''.$$

En multipliant les sinus de ces angles par le rapport de réfraction n, qui est ici égal à $\frac{17}{11}$, on aura les sinus des angles d'émergence i, qui leur correspondent, et de là on tire pour i ces quatre valeurs :

$$40'\ 23'',\quad 57'\ 7'',\quad 1^\circ\ 9'\ 57'',\quad 1^\circ\ 20'\ 45''.$$

Substituant celles-ci dans la formule (1), elle donne

$$v + i \ldots 25^\circ\ 1',\quad 36^\circ\ 43'\ 40'',\quad 47^\circ\ 6'\ 10'',\quad 57^\circ\ 45'\ 10'';$$

et par suite

$$v \ldots 24^\circ\ 20'\ 37'',\quad 35^\circ\ 46'\ 33'',\quad 45^\circ\ 56'\ 13'',\quad 56^\circ\ 24'\ 25''.$$

La première ligne exprime les angles que doivent former avec l'axe C R les rayons visuels menés de l'œil aux quatre premiers ordres d'anneaux formés par la couleur limite du jaune et de l'orangé; la seconde ligne, renfermant les valeurs de v, indique les angles que doivent former avec l'axe C R les rayons incidens C ir d'où ces anneaux résultent. On voit quelle grande étendue il faudrait donner à la plaque de verre, pour qu'ils pussent se réaliser tous les quatre sur sa surface. Cela tient au peu de distance de l'œil au centre de courbure. Si l'on faisait cette distance de 4 pouces, en mettant toujours l'œil sur l'axe C R, on trouverait

$$v + i \ldots 12^\circ\ 12'\ 20'',\quad 17^\circ\ 23'\ 50'',\quad 21^\circ\ 29'\ 0'',\quad 25^\circ\ 1'\ 0'';$$

et par suite

$$v \ldots 11^\circ\ 31'\ 57'',\quad 16^\circ\ 26'\ 43'',\quad 20^\circ\ 19'\ 3'',\quad 23^\circ\ 40'\ 15''.$$

Ceci nous montre que les anneaux se rétrécissent et se serrent à mesure que l'œil se rapproche du miroir. Néanmoins ces angles, ainsi réduits, supposeraient encore une plaque d'une étendue bien considérable, et la grandeur de leurs variations, en passant d'un anneau à un autre, montre que les zones colorées, vues de cette manière, doivent avoir, en général, une très-

grande largeur, comme, en effet, Newton dit l'avoir observé.

Pour donner une application de la seconde formule, supposons l'œil placé en o, fig. 33, à quelqu'un des points que le carton occupait dans les premières expériences; puis, ayant mené CR′ perpendiculaire à Co, disposons la plaque MM′ de manière que son centre de figure I′ se trouve sur cet axe, et désignons par 2V l'angle total M′CM ou 2M′CI′, qu'elle sous-tend, vue du centre C de sa concavité. Enfin Co étant donné, et égal à δ, déterminons la situation et l'étendue des anneaux qui seront visibles sur la plaque dans cette position.

A cet effet, nous continuerons les arcs de cercle I′M, R′N, jusqu'à leur rencontre en R et I avec le prolongement de Co. Alors, selon notre construction générale, CoR sera l'axe commun de tous les anneaux visibles. Par conséquent, si ot représente un rayon émergent quelconque qui arrive à l'œil, et qui provienne d'un rayon incident Ci, l'angle oCt sera v, et l'angle otC sera i, selon nos premières dénominations.

Nous avons vu que la plus grande valeur possible de i, dans chaque position assignée de l'œil, est donnée par la formule

$$\sin i = \frac{\delta}{a}.$$

Cela suppose l'angle Cot droit. Pour que ce maximum soit visible sur la plaque proposée, il faut que l'angle i ou otC, qui en résulte, soit moindre que MCI′ ou V; car otC étant alors égal à tCI′, cette condition devient nécessaire pour que la perpendiculaire oi', menée de l'œil sur oC, perce réellement les surfaces de la plaque, et ne passe point au-dehors.

Prenons pour exemple les plaques dont Newton a fait usage. On avait alors $a = 72^{\text{po.}}$, car, à cause du peu d'épaisseur de ces plaques, on peut, dans le calcul, substituer Ci à Ct. Supposons l'œil placé à $1^{\text{po.}}\ \frac{7}{10}$ de l'ouverture centrale, on aura $\delta = 1,7$; de là on tire

$$\sin i = \frac{17}{720} \qquad i = 1^\circ\, 21'\, 15''.$$

Cette valeur de i surpasse extrêmement peu celle qui, dans notre plaque, convient au quatrième anneau formé par la limite de l'orangé et du jaune; car nous avons trouvé celle-ci de

1° 20′ 45″. Ce sera donc elle, ou au moins une teinte du même même ordre, très-peu différente que l'on apercevra sur la direction oi', perpendiculaire à oC. Mais, pour qu'on puisse réellement l'apercevoir, il faudra que la demi-ouverture V de la plaque surpasse cette valeur.

Supposons cette condition satisfaite; alors, de part et d'autre du point i', l'œil apercevra d'autres anneaux d'ordres inférieurs, c'est-à-dire, qui correspondront à des nombres d'accès moindres d'une ou de plusieurs unités. La dégradation ira ainsi, d'une part, jusqu'à M, de l'autre jusqu'à M′, aux deux limites extrêmes de la surface de la plaque; et pour savoir jusqu'où elle s'étendra, il faut calculer les deux valeurs de i qui conviennent à ces points. C'est à quoi servira la seconde formule, en y faisant successivement

$$v = 90° - V \qquad v = 90° + V;$$

car ces valeurs de v sont celles qui conviennent aux deux extrémités M, M′ de la plaque.

Supposons, par exemple, $V = 10°$, ce qui donne à la plaque 20° d'ouverture totale. Conservons d'ailleurs la même position de l'œil que tout-à-l'heure, la formule (2) donnera

1re limite..... $v = 80°$ $\quad i = 1° 20' 17''$

2e limite..... $v = 100°$ $\quad i = 1° 19' 17''$.

Ainsi, depuis le commencement de la plaque en M′, du côté de R I, jusqu'à l'endroit où elle est percée par la perpendiculaire oi', les valeurs de i qui envoient des rayons émergens dans l'œil, croîtront de 1° 20′ 17″ jusqu'à 1° 21′ 11″. A partir de ce maximum, elles diminueront de nouveau jusqu'à l'autre extrémité M de la plaque, où elles se réduiront à 1° 19′ 17″. Ces résultats diffèrent si peu de 1° 20′ 45″, qu'ils ne transporteront pas les teintes d'un ordre à un autre, mais ils répondront aux diverses parties du quatrième anneau formé par l'espace de lumière qui forme la limite du rouge et de l'orangé. Ainsi, en supposant la plaque éclairée par une lumière blanche, l'œil, placé dans la position que nous lui avons assignée ici, verra sa surface toute entière d'une teinte sensiblement uniforme; et cette teinte sera la même qui, dans les

premières expériences de Newton, paraissait sur le carton à l'endroit le plus brillant du quatrième anneau.

Revenons maintenant au cas où la plaque d'égale épaisseur est éclairée par un simple trait de lumière solaire infiniment mince. Mais au lieu de supposer ce trait perpendiculaire à ses surfaces, donnons-lui une légère obliquité en tournant un peu la plaque sur son centre, comme le représente la fig. 34, et cherchons à prévoir les effets que cette inclinaison devra produire dans les anneaux réfléchis, lorsqu'on les reçoit sur le carton A B.

Le faisceau incident S I, après avoir éprouvé en I une première réflexion partielle, se réfracte dans l'intérieur de la plaque, et arrive sur sa seconde surface en R. Là, il éprouve deux sortes de réflexions : l'une régulière, qui en rejette une portion suivant R I′, en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence ; l'autre irrégulière, qui en dissémine des molécules dans tous les sens.

Je dis d'abord que les molécules lumineuses qui reviennent suivant R I′ doivent toutes sortir en I′, quand elles sont revenues à la première surface, du moins si l'obliquité d'incidence est peu considérable, comme nous l'avons supposé. Car, en vertu de cette circonstance, les forces réfléchissantes en R seront peu énergiques, de sorte qu'elles ne pourront renvoyer que des particules peu éloignées du milieu d'un accès de facile réflexion ; et comme d'ailleurs la longueur R I′ est égale à I R, d'après la symétrie de la figure circulaire, il s'en suit que les molécules qui suivront cette route se retrouveront en I′, soit dans un accès de facile transmission, comme en I, soit extrêmement près d'un pareil accès, de sorte que les forces réfléchissantes qui agissent en I′ ne pourront, à cause de leur peu d'énergie, les renvoyer dans le verre.

Ce raisonnement est également applicable aux molécules lumineuses qui, étant réfléchies irrégulièrement du point R, forment néanmoins autour de la normale R C des angles de réflexion égaux à leurs angles d'incidence. A la vérité, ces angles, pour chaque molécule, ne seront pas compris dans un

même plan, comme ils le sont dans la réflexion régulière; mais cela n'est point nécessaire à leur émergence. Toutes les molécules dont il s'agit se trouveront, après la réflexion, sur une surface conique droite, engendrée par la rotation du rayon réfléchi R I′ autour de la normale R C; et, après leur émergence, elles se trouveront sur une autre surface pareille, engendrée de même par le rayon émergent I′ S′. L'intersection de cette seconde surface par le carton A B sera, à la rigueur, une ellipse; mais si, comme nous l'avons supposé, l'obliquité d'incidence est fort petite, l'ellipticité sera si faible, que l'intersection pourra être considérée comme circulaire. Alors toute espèce de lumière comprise dans le faisceau incident donnera par réflexion un anneau de sa couleur, qui tombera sur ce cercle; par conséquent, si le faisceau est composé de lumière blanche, la superposition de tous ces anneaux produira un cercle blanc, dont le centre sera situé en C, au centre de concavité de la plaque, et dont le diamètre S S′ sera égal à l'intervalle qui sépare sur le carton le trait incident du trait régulièrement réfléchi; de sorte que ces deux traits, plus vifs que tout le reste de l'anneau, sembleront lui être adhérens, comme deux parhélies. La blancheur parfaite de l'anneau ne doit évidemment s'appliquer qu'à son contour, considéré comme une ligne sans largeur; car dans l'intérieur de l'anneau il pourra, il devra même en général se produire d'autres teintes que nous déterminerons.

Mais auparavant il faut examiner celles qui doivent paraître en dehors de l'anneau, au-delà des traits incidens et réfléchis. Les principes qui les déterminent sont exactement les mêmes dont nous avons fait usage dans les premières expériences, pages 159 et 160. Chaque molécule qui est réfléchie plus obliquement qu'elle n'était entrée, suivant R i', par exemple, éprouve à la fois des accès plus longs, et parcourt un trajet plus considérable. Mais comme l'accroissement de longueur des accès l'emporte, il s'ensuit qu'au-delà d'une certaine obliquité, elle se trouve assez éloignée de son état de transmission primitif, pour qu'à son arrivée en i' elle soit renvoyée en dedans du verre par

les forces réfléchissantes. Elle cesse donc alors de pouvoir sortir. Cela se soutient ainsi dans une certaine étendue d'obliquité, jusqu'à ce qu'enfin la molécule, s'étant assez éloignée de ce nouvel état, recommence à sortir de nouveau ; et lorsqu'elle a perdu précisément deux accès, elle sort exactement avec la même facilité qu'en I'. Des effets absolument identiques se produiront en *i* sur les molécules qui seront renvoyées par la réflexion irrégulière du côté du rayon incident, et ils y seront les mêmes à égale distance de la normale R C. Enfin ils se produiront encore de même dans toute autre direction de réflexion, qui formera des angles égaux avec cette normale. Ainsi, en général, toutes les molécules de même nature et de même ordre, qui sortent ensemble de la plaque, ou y rentrent ensemble, seront comprises sur une même surface conique, engendrée autour de la normale R C par la direction de réflexion de l'une d'entre elles ; et celles qui sortiront, se trouveront de même, après leur émergence, sur une autre surface conique, engendrée par sa direction d'émergence. L'intersection de cette surface par le carton produira une ellipse dont le centre sera en C, et qui se confondra sensiblement avec un cercle, en supposant l'obliquité d'incidence fort petite. Telles seront donc la forme et la position des anneaux de différens ordres produits par des molécules de chaque couleur simple.

Or, pour les couleurs diverses, la longueur des accès devient moindre à mesure que la réfrangibilité augmente : les molécules les plus réfrangibles auront donc besoin d'une obliquité moindre pour perdre le même nombre d'accès, et, en conséquence, les anneaux simples de même ordre seront plus petits dans le violet que dans le bleu, plus petits dans le bleu que dans le vert, et ainsi de suite jusqu'à la lumière rouge qui formera les plus grands anneaux ; de sorte que si tous ces anneaux se forment à la fois sur la plaque, ils se recouvriront partiellement et empiétront les uns sur les autres comme ils le faisaient dans nos premières expériences sous l'incidence perpendiculaire, et les couleurs composées qui résulteront de leurs mélanges seront conséquemment les mêmes que nous avons

observées alors ; il n'y aura de différence que dans la largeur des anneaux et dans la situation de leur centre commun, qui, au lieu de coïncider avec le trou fait au volet de la fenêtre, coïncidera avec le centre de courbure C de la plaque, et le suivra constamment sur le carton à mesure qu'on le déplacera.

Appliquons maintenant les mêmes principes aux molécules qui se réfléchissent dans l'intérieur de l'anneau blanc compris entre les rayons SI, S'I'. Ici le trajet qu'elles ont à décrire devient moindre à mesure qu'elles se rapprochent de la normale RC ; mais aussi, par ce rapprochement même, leur obliquité sur la surface réfléchissante diminue, ce qui rend leurs accès plus courts qu'ils n'étaient suivant IR, et qu'ils ne le sont suivant RI'. Ce dernier genre de variation étant le plus sensible, il arrive que chaque espèce de molécule peut, si la distance II' des deux traits est assez grande, trouver ainsi entre eux une direction telle qu'elle y gagne un ou deux, ou un plus grand nombre d'accès ; et alors alternativement la molécule rentre dans la plaque ou en sort. La même chose a lieu, sous les mêmes angles, pour toutes les molécules de la même espèce qui se réfléchissent suivant une surface conique quelconque engendrée autour de RC comme axe ; ainsi en sortant ensemble de la plaque et se propageant jusqu'au carton, ces molécules y formeront encore des anneaux circulaires dont le centre commun se trouvera en C, c'est-à-dire au centre commun de courbure des deux surfaces.

Il est d'ailleurs évident qu'ici, comme dans les anneaux extérieurs, les molécules violettes les plus réfrangibles seront les premières qui auront gagné deux accès, et par conséquent ce seront elles qui formeront l'anneau lumineux intérieur le plus voisin du cercle blanc. Mais entre ces deux anneaux, il y en aura un noir, ou plutôt un gris obscur, formé par l'absence des molécules lumineuses qui les premières ne peuvent point sortir de la plaque. Ensuite les autres couleurs moins réfrangibles formeront de même leurs anneaux en-dedans du premier anneau violet ; et si la lumière incidente est blanche, la superposition des

couleurs simples et la succession des anneaux s'opéreront de l'extérieur à l'intérieur jusqu'à la normale R C, précisément par les mêmes lois et le même ordre qu'elles suivent dans les anneaux extérieurs, en s'éloignant de cette même normale. Il n'y aura de différence qu'en ce que ceux-ci pourront se succéder en nombre indéfini, au lieu que le nombre des intérieurs sera limité par la variation plus ou moins grande d'épaisseur qui restera entre eux et la normale R C, en vertu de la distance des deux traits incidens et réfléchis déterminés par l'obliquité de la plaque.

Enfin, si l'on veut prévoir aussi quelles seront les dimensions absolues de ces anneaux sur la surface de la plaque ou sur le carton A B, il n'y a qu'à partir de la normale R C, et considérer que les molécules qui reviennent suivant cette normale ont précisément le même nombre d'accès que celles qui formaient la tache blanche centrale dans les premières expériences faites sous l'incidence perpendiculaire. Alors le premier anneau lumineux autour de cette tache doit être formé par les molécules lumineuses qui ont précisément deux accès de moins que celles qui la composent, le second par celles qui en ont quatre, et ainsi de suite. Donc, si l'on s'arrête à une inclinaison de la plaque telle que la couleur réfléchie suivant la normale R C appartienne à l'un des ordres d'anneaux formés par la lumière qui se trouve sur la limite de l'orangé et du jaune, tous les autres anneaux, tant intérieurs qu'extérieurs, y compris l'anneau blanc lui-même, étant mesurés dans leurs parties les plus brillantes, devront avoir les mêmes diamètres que nous leur avons trouvés sous l'incidence perpendiculaire dans les expériences précitées; ainsi cette concordance, si elle s'observe, offrira une épreuve concluante de la théorie.

Newton n'est point entré dans la discussion précédente. Sans doute il l'a regardée comme une déduction trop évidente de la nature des accès, pour qu'il fût nécessaire de la développer. Mais il a décrit des observations qui en confirment toutes les conséquences, avec une fidélité et une exactitude qu'on ne

saurait trop admirer. Je ne puis mieux faire que de transcrire ici ses propres expressions (1).

» Lorsque le trait de lumière solaire était réfléchi, non pas directement vers le trou fait au volet de la fenêtre, mais sur un endroit qui en fût un peu éloigné, le centre commun de la tache blanche et de tous les anneaux colorés tombait à mi-chemin entre le trou et le trait de lumière régulièrement réfléchie, par conséquent, dans le centre de courbure du miroir, toutes les fois que le carton sur lequel tombaient les anneaux colorés était placé dans ce centre-là. Et comme, par l'inclinaison du miroir, le trait de lumière réfléchie s'éloignait de plus en plus du trait de la lumière incidente et du centre commun des anneaux colorés qui était entre deux, ces anneaux allaient toujours en augmentant, aussi bien que la tache blanche orbiculaire : de leur centre commun, il sortait successivement de nouveaux anneaux colorés; et la tache blanche devenait un anneau blanc qui entourait ces nouveaux anneaux, et les traits de lumière incidens et réfléchis tombaient toujours sur les parties opposés de cet anneau blanc, illuminant sa circonférence comme deux parhélies qui se trouveraient dans les parties opposées d'un arc-en-ciel. Ainsi le diamètre de cet anneau, mesuré depuis le milieu de sa lumière d'un côté jusqu'au milieu de sa lumière de l'autre côté, était toujours égal à la distance du milieu du trait incident au milieu du trait réfléchi, mesurée sur le carton où paraissaient les anneaux. Du reste, les rayons qui formaient cet anneau étaient réfléchis par le miroir sous des angles de réflexion égaux à leurs angles d'incidence, et par conséquent aussi égaux à leurs angles de réfraction, en entrant dans le verre (2); mais leurs angles de réflexion n'étaient

---

(1) J'ai été obligé de rectifier ici en plusieurs points la traduction de Coste, que j'emploie ordinairement pour les citations. Il lui était en effet impossible de rendre ici le vrai sens de Newton, qu'il ne comprenait pas.

(2) Cette dernière égalité n'est qu'approchée. Elle tenait au peu de différence de courbure des deux surfaces, dans les points où chaque rayon incident se réfractait et se réfléchissait.

pourtant pas dans les mêmes plans que leurs angles d'incidence».

» Les couleurs de ces nouveaux anneaux étaient distribuées dans un ordre contraire à celles des anneaux extérieurs, et voici comment elles se formaient. La tache de lumière blanche et ronde qui paraissait au milieu des anneaux, resta blanche jusqu'au centre, jusqu'à ce que la distance entre les traits incidens et réfléchis sur le carton fût d'environ $\frac{7}{8}$ de pouce; après quoi le milieu de la tache commença à s'obscurcir : et lorsque cette distance fut d'environ $1^{po}\ \frac{5}{16}$, la tache blanche se changea en un anneau blanc qui entourait une tache obscure et ronde, dont le milieu tirait sur le violet et l'indigo. Alors les anneaux extérieurs s'étant agrandis, chacun d'eux était devenu égal à l'anneau obscur dont il était immédiatement environné dans les premières observations (1); c'est-à-dire que la tache blanche était changée en un anneau blanc égal au premier de ces anneaux obscurs, et que le premier de ces anneaux lumineux était devenu égal au second des anneaux obscurs, et le second des lumineux au troisième des obscurs, et ainsi de suite. Car alors les diamètres des anneaux lumineux, exprimés en pouces, étaient $1\ \frac{3}{16}$, $2\ \frac{1}{16}$, $2\ \frac{2}{3}$, $3\ \frac{3}{20}$, etc. »

» Lorsque la distance entre les traits de lumière incidens et réfléchis augmenta un peu davantage, il sortit du milieu de la tache obscure successivement diverses couleurs; d'abord de l'indigo, du bleu, ensuite un vert-pâle, et bientôt après du jaune et du rouge. Et lorsque dans cette succession, la teinte centrale fut la plus brillante, c'est-à-dire entre jaune et rouge, chacun des anneaux lumineux extérieurs se trouva égal à l'anneau lumineux d'un ordre supérieur qui l'entourait immédiate-

(1) Dans ce cas, les rayons qui se réfléchissaient suivant la plus petite épaisseur RI de la plaque, éprouvaient un accès de moins que ceux qui formaient le cercle blanc. Ainsi le diamètre de ce cercle devait alors être le même que celui du premier anneau obscur dans les anciennes observations. Chacun des autres anneaux extérieurs ayant de même perdu un accès, devait pareillement se trouver égal à l'anneau obscur, qui l'avait d'abord immédiatement environné; et réciproquement chaque anneau obscur devait avoir pris la place de l'anneau lumineux consécutif; tous avaient marché d'un même rang.

ment dans les premières observations; c'est-à-dire que la tache blanche au milieu de ces anneaux se trouvait présentement changée en un anneau blanc égal au premier des anciens anneaux lumineux, et que le premier de ceux-ci avait pris la place du second, et ainsi de suite. Car les diamètres de l'anneau blanc et des autres anneaux brillans qui l'environnaient, étant estimés en pouces, étaient $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{1}{8}$, etc. ou à fort peu de chose près » (1).

» Lorsque la distance des deux traits de lumière sur le carton fut un peu augmentée, il sortit du centre par ordre, après le rouge précédent, du pourpre, du bleu, du vert, du jaune, et un rouge tirant beaucoup sur le pourpre; et lorsque la teinte centrale fut la plus éclatante, c'est-à-dire entre jaune et rouge, les couleurs de la série précédente, qui étaient l'indigo, le bleu, le vert, le jaune et le rouge, formaient autour du centre un anneau coloré égal au premier des anciens anneaux lucides. L'anneau blanc, devenu alors le second des nouveaux anneaux, avait aussi remplacé le second des anciens; enfin le premier de ceux-ci avait pris la place du troisième, et ainsi de suite. Car leurs diamètres étaient alors $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$, etc. Dans cette position, la distance des deux traits de lumière et le diamètre de l'anneau blanc était $2\frac{3}{8}$ de pouces. »

» Lorsque ces deux traits furent plus éloignés l'un de l'autre, le rouge-pourpre qui terminait la série précédente commença à changer, et de son centre il sortit d'abord une tache ronde plus obscure, du milieu de laquelle il en sortit ensuite une autre plus brillante; et alors les couleurs de la série précédente, savoir, le pourpre, le bleu, le vert, le jaune et le rouge tirant au pourpre, formaient un anneau égal au premier des anciens anneaux lumineux, et les anneaux qui entouraient celui-ci étaient devenus égaux aux anneaux qui entouraient ce premier

(1) Dans ce cas, les molecules réfléchies centralement éprouvaient dans leur retour précisément deux accès de moins que celles qui formaient l'anneau blanc. Ainsi cet anneau devait égaler le premier anneau lumineux des anciennes observations. Un même accroissement avait eu lieu pour tous les autres anneaux extérieurs; tous avaient marché de deux accès.

là, respectivement : ici la distance des deux traits de lumière et le diamètre de l'anneau blanc qui se trouvait alors le troisième, était d'environ 3 pouces ».

» Après cela, les couleurs des anneaux intérieurs commencèrent à s'affaiblir extrêmement; et lorsqu'on augmenta d'un demi-pouce ou d'un pouce la distance entre les deux traits de lumière, ils s'évanouirent, tandis que l'anneau blanc, avec un ou deux des anneaux qui en étaient immédiatement voisins, tant en dedans qu'en dehors, continuèrent d'être visibles. Mais lorsque la distance des deux traits de lumière fut augmentée davantage, ceux-ci disparurent également. Car la lumière qui, des différentes parties du trou de la fenêtre, tombait sur le miroir à différens angles d'incidence, vint alors à former des anneaux de différentes grandeurs qui s'affaiblissaient et s'effaçaient l'un l'autre, comme je le reconnus en interceptant quelque partie de cette lumière. Car si j'interceptais la partie la plus proche de l'axe du miroir, les anneaux devenaient plus petits, et si j'interceptais celle qui était la plus éloignée de cet axe, ils devenaient plus grands » (1).

» Lorsque les couleurs du prisme étaient jetées successivement sur le miroir, l'anneau qui, dans les observations précédentes était blanc, se trouvait, en ce cas, de la même grandeur dans toutes les couleurs; mais les anneaux extérieurs à celui-ci étaient plus grands dans le vert que dans le bleu, plus grands encore dans le jaune, et les plus grands de tous dans le rouge. Au contraire, les anneaux intérieurs étaient plus petits dans le vert que dans le bleu, plus petits encore dans le jaune, et dans le rouge les moindres possibles. Car les molécules qui formaient l'anneau blanc ayant des angles de réflexion égaux à leurs angles d'incidence, elles subissent dans leur retour autant

(1) Sans doute, quoique Newton ne le dise pas expressément, cet effet avait également lieu dans les expériences précédentes ; mais alors, comme le miroir était moins oblique aux rayons incidens, les cônes émergens partiels, de même couleur et de même ordre, se réunissaient plus exactement sur le carton, et empiétaient moins les uns sur les autres, ce qui les rendait plus distincts.

d'accès, et des accès aussi longs que dans leur premier trajet à travers le verre ; et ainsi, puisque toutes ces molécules, quelle que fût leur nature, étaient, en pénétrant le verre, dans un accès de facile transmission, elles se retrouvent encore dans un pareil accès quand elles reviennent de nouveau à la première surface, après avoir été réfléchies. C'est pourquoi elles sont alors transmises, et vont former l'anneau blanc sur le carton. Voilà pourquoi cet anneau était de la même grandeur dans toutes les couleurs, et pourquoi il paraissait blanc lorsque toutes les couleurs étaient mêlées ensemble. Pour ce qui est des rayons réfléchis selon d'autres angles, les intervalles des accès des molécules les moins réfrangibles étant les plus grands, sont cause que les anneaux de la couleur de ces molécules augmentent ou diminuent par les variations les plus grandes, en s'éloignant de l'anneau blanc, soit en dedans, soit en dehors ; et c'est aussi pour cela que, dans les incidences obliques, lorsque le miroir était illuminé d'une lumière blanche, les anneaux extérieurs produits par toutes les couleurs paraissaient rouges en dehors, et bleus en dedans ; tandis que les intérieurs paraissaient au contraire rouges en dedans, et bleus en dehors ».

L'accord de ces phénomènes avec la théorie des accès est si extraordinairement fidèle, qu'il faut les entendre décrire par Newton même pour ne point douter que leurs détails n'ayent été rapportés exactement. Cependant Newton seul les ayant vus jusqu'ici, j'ai pensé qu'il serait utile, sinon nécessaire, de les constater de nouveau, surtout à cause des singuliers préjugés qu'un examen superficiel paraît avoir inspirés aux physiciens en général contre la théorie des accès. J'ai donc repris avec MM. Pouillet et Deflers toutes les expériences décrites dans ce chapitre, tant pour l'incidence perpendiculaire que pour les incidences obliques, et pour la lumière simple que pour la lumière composée. Nous y avons employé divers miroirs de verre étamés et non étamés, sur lesquels nous faisions tomber un rayon solaire fixe au moyen d'un héliostat (1). Nous avons ainsi vérifié dans

(1) Cet héliostat, construit par M. Fortin, était réglé sur les formules

les anneaux simples la loi des carrés des diamètres, et dans les anneaux composés l'ordre des couleurs, la manière dont ils se recouvrent, enfin les variations de leurs apparences, selon l'incidence du rayon sur les plaques. Nous avons trouvé tous ces détails exactement conformes à ce que Newton a dit. En admirant son incroyable fidélité, nous nous sommes demandé comment personne jusque-là n'avait répété ces belles expériences, et comment, sans les avoir répétées, on avait si hardiment prononcé que la théorie des accès, dont elles offrent autant de preuves matérielles, n'était qu'une ingénieuse hypothèse.

Jusqu'ici nous avons considéré le retour des rayons dans des plaques sphériques d'une épaisseur constante sur toute leur étendue. Mais il est évident que toutes les plaques courbes d'une épaisseur arbitrairement variable doivent produire des phénomènes analogues. C'est en effet ce que Newton dit avoir constaté par l'expérience sur des plaques de figures très-diverses; malheureusement il n'a point décrit les résultats qu'il avait ainsi observés. Il s'est contenté de dire qu'ils lui ont toujours paru conformes aux lois de la variabilité des accès. Je vais essayer de suppléer à cette omission.

La premiere chose à faire dans ces expériences, c'est de déterminer à quelle distance de la fenêtre il faut placer chaque plaque, pour que les anneaux colorés qui en émanent se peignent sur le carton avec le plus de netteté. On y parviendra en calculant cette distance, de manière que les rayons incidens soient rendus par la réfraction perpendiculaires à la seconde surface de la plaque. Alors, en effet, les molécules lumineuses qui subiront sur cette surface la réflexion régulière, retour-

---

que j'ai données dans le tome III, page 188. Il a toujours offert dans ses mouvemens une régularité parfaite, quoique d'après la disposition du local, l'azimuth de réflexion fût presque perpendiculaire au plan du méridien. Seulement nous avons reconnu que, pour le mettre à l'heure, une fois qu'il est orienté, il suffit de faire tourner l'aiguille de l'horloge jusqu'à ce que l'ombre du style vienne tomber sur sa direction, ou dans le même plan horaire. Cela dispense de varier la longueur du style, comme je l'avais indiqué et comme on le fait ordinairement.

neront en arrière par le même chemin qu'elles ont suivi en y arrivant. Conséquemment elles ressortiront toutes dans l'air, et, reprenant leur première route, elles reviendront toutes passer par le trou d'où elles sont émanées, en laissant la surface du carton entièrement libre. Quant aux autres molécules qui sont renvoyées obliquement par la réflexion irrégulière, elles formeront, à partir de chaque point d'incidence R, r, des cônes de plus en plus ouverts, qui alternativement sortiront et ne sortiront pas de la plaque. Chaque couleur simple aura ainsi ses cônes émergens particuliers qui, étant coupés par le carton, donneront des anneaux circulaires ou elliptiques de même couleur; mais à cause de l'inégale épaisseur de la plaque à diverses distances de son centre, l'ouverture des cônes et les grandeurs des anneaux varieront pour chaque couleur avec la position du point de réflexion d'où ils émanent, étant toujours réciproques aux racines carrées des épaisseurs ir. Ainsi ceux de même couleur et de même ordre, au lieu de converger et de se superposer sur le carton, comme dans le cas d'une épaisseur égale, s'y répandront dans un certain espace qui formera l'étendue propre de chaque anneau simple. De là résultera dans les anneaux un plus grand empiétement des couleurs élémentaires les unes sur les autres, et par suite moins de distinction. Mais l'ordre des couleurs des anneaux successifs sera toujours le même que dans les plaques uniformément épaisses; c'est-à-dire, que, dans chaque ordre d'anneaux, les molécules les plus réfrangibles seront en dedans, les moins réfrangibles en dehors. Enfin, si, pour une plaque de forme donnée, on voulait déterminer les dimensions absolues de chaque anneau simple, il n'y aurait qu'à partager la seconde surface en un certain nombre de divisions égales pour chacune desquelles on calculerait l'étendue moyenne des cônes émergens qui en émaneraient, et en les conduisant par le calcul jusqu'à la surface du carton, l'on aurait la configuration ainsi que l'étendue des anneaux qu'ils y forment.

Il ne reste qu'à exprimer par le calcul la condition fixée plus haut pour la distance de chaque plaque au trou de la fenêtre.

Soit donc, fig. 35, Fi un rayon incident quelconque formant un très petit angle ω avec l'axe central FIR, que je suppose perpendiculaire aux deux surfaces, dont les centres seront CC′, et rr' les rayons de courbure. Nommons e l'épaisseur IR de la plaque à son centre, et désignons par Δ la distance inconnue IF. Alors, à cause de la petitesse de ω, on aura sensiblement

$$\mathrm{IF}i=\omega,\quad \mathrm{IC}'i=\frac{\Delta\omega}{r'-e},\quad \mathrm{IC}i=\frac{\Delta\omega}{r};\quad \mathrm{C}i\mathrm{F}=\frac{(\Delta-r)\omega}{r}.$$

CiF est l'angle d'incidence en i. Si l'on désigne par n le rapport constant de réfraction pour le verre dont la plaque est faite, l'angle de réfraction Nir aura pour valeur

$$\mathrm{N}ir=\frac{(\Delta-r)\omega}{nr};$$

et en le retranchant de iCI, qui est $\frac{\Delta\omega}{r}$, la différence exprimera l'angle formé par le rayon réfracté ir avec l'axe central de la plaque. Or, on veut que cet angle soit égal à iC′I ou à $\frac{\Delta\omega}{r'-e}$; et, en effet, si cela a lieu, ri sera dirigé au centre de courbure C′ de la seconde surface. Cette égalité donne

$$\frac{\Delta\omega}{r}-\frac{(\Delta-r)\omega}{nr}=\frac{\Delta\omega}{r'-e};$$

et, en supprimant le facteur commun ω, on en tire

$$\frac{1}{\Delta}=\frac{n}{r'-e}-\frac{(n-1)}{r}.$$

La disparition de ω indique que cette équation a lieu également pour tous les rayons incidens qui s'écartent très-peu de l'axe central IR. Ainsi en la réduisant en nombres, elle donnera la distance Δ à laquelle il faut mettre chaque plaque, pour que les rayons réfléchis régulièrement à sa seconde surface soient renvoyés vers l'ouverture par laquelle ils se sont introduits. Ce qui ayant lieu, si l'on place le carton très-près de l'ouverture, les anneaux de même couleur et de même ordre renvoyés par tous les points de la plaque y convergeront aussi plus exactement que partout ailleurs.

Pour donner quelques applications de ces formules, suppo-

sons la plaque faite de verre ordinaire, dont le rapport de réfraction n est à peu près 1,5, et donnons-lui successivement différentes formes.

Faisons la d'abord plane d'un côté et convexe ou concave de l'autre, mais présentons-la au trait de lumière incidente par son côté courbe, fig. 36 et 37, nous aurons alors

$$r' = \infty, \qquad n = 1{,}5, \qquad \text{d'où} \qquad \Delta = -2r.$$

1°. Si la face courbe est convexe, fig. 36, r sera négatif, par conséquent Δ deviendra positif et égal au diamètre de la courbure. Alors le point F, d'où les rayons incidens doivent diverger, est au-devant de la plaque. Ces rayons, après l'avoir pénétrée, deviennent parallèles à son axe, et par conséquent perpendiculaires à sa seconde surface; de sorte que ceux qui subissent la réflexion régulière reviennent par le même chemin, comme les conditions du problème l'exigent.

2°. Si, au contraire, la face courbe est concave, fig. 37, r reste positif; par conséquent Δ reste aussi négatif, quoique toujours égal au diamètre de la courbure. Dans ce cas, le point F d'où les rayons incidens doivent diverger est situé au-delà du miroir; c'est-à-dire qu'au lieu de les tirer divergens du trou de la fenêtre, il faut les en tirer convergens vers le point assigné. Alors en se réfractant dans la plaque, ils deviennent parallèles à son axe, par conséquent perpendiculaires à sa seconde surface, et ils retournent sur eux-mêmes par le même chemin.

Maintenant, donnons toujours à la plaque une face plane, mais présentons-la au trait de lumière incidente par son côté plan, fig. 38 et 39, nous aurons alors

$$r = \infty, \qquad n = 1{,}5, \qquad \text{d'où} \qquad \Delta = \tfrac{2}{3}(r' - e).$$

Si la face courbe est convexe, fig. 38, r' sera positif ainsi que Δ, et le point de divergence des rayons incidens sera situé en avant de la plaque, supposé qu'elle ne soit pas trop épaisse; mais si la face courbe est concave, fig. 39, il sera situé au-delà.

Le cas de la fig. 36 et celui de la fig. 38 ont été réalisés par le duc de Chaulnes, au moyen d'un objectif plan convexe dont

l'épaisseur était très-petite (1). Ce physicien trouva que, pour produire les anneaux de la manière la plus distincte avec une pareille plaque, il fallait employer un trait de lumière divergente, ce qui est conforme à notre théorie. Il trouva aussi que, lorsque l'incidence s'opérait sur la face convexe, fig. 36, il fallait mettre celle-ci à une distance du trou égale au diamètre de sa courbure ; mais il se trompa sur la juste distance où il fallait la placer, quand l'incidence se faisait sur son côté plan, fig. 38 : car il jugea cette distance égale au rayon même de la courbure; et, selon notre calcul, elle en devait être les deux tiers. J'ajoute que la valeur qu'il suppose est même contraire à ses raisonnemens. Car il avait bien senti que la position favorable est celle où les rayons réfléchis par la seconde surface étaient concentrés par la réfraction, après avoir de nouveau traversé la première. Il essaya aussi d'éclairer sa plaque avec des rayons convergens et parallèles, mais il trouva que les anneaux étaient incomparablement plus faibles ou même tout-à-fait insensibles; ce qui est conforme à notre théorie.

Ayant par hasard soufflé sur la plaque, il remarqua que les anneaux devenaient beaucoup plus distincts. Il attribua cet effet à la petite couche humide dont l'haleine l'avait couverte, et pour rendre le phénomène durable, il y substitua une espèce de vernis très-léger qu'il fit avec quelques gouttes de lait étendues dans douze fois leur volume d'eau. Ce vernis s'étant séché, la partie blanche du lait se trouva assez étendue pour donner à la surface antérieure le degré de ternissement nécessaire, et l'éclat des anneaux en reçut le même accroissement. La chose est ainsi, en effet, comme je m'en suis assuré par l'expérience; car j'ai employé cette préparation pour répéter les observations de Newton, sur les miroirs également concaves-convexes. Le ternissement de la surface antérieure donne aux anneaux une vivacité telle que la physique n'offre pas de plus beaux phénomènes, surtout pour quiconque en connaît les importantes conséquences.

---

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences, 1755.

Tant que la couche laiteuse est encore liquide, l'irrégularité de sa surface brisant et dispersant la lumière, empêche que l'on ne voie aucun anneau ; mais ils paraissent aussitôt que cette couche, en se desséchant, est devenue d'une épaisseur uniforme, et alors rien n'altère leur parfaite circularité. Mais en même temps on remarque que le carton sur lequel ils tombent se trouve beaucoup plus éclairé qu'il ne l'était avant que la première surface fût ternie. Cela donne donc lieu de penser que le ternissement agit en diminuant l'intensité des forces réfléchissantes que la première surface exerce, tant sur la lumière qui se présente pour entrer dans le miroir, que sur celle qui se présente pour en sortir. Je n'oserais cependant pas affirmer que ce fût là l'unique cause de la différence, tant elle est sensible. Il ne serait pas impossible que les molécules lumineuses, en pénétrant une surface terne, acquissent quelques modifications physiques qui les rendissent ensuite plus propres à subir la réflexion irrégulière ; alors la proportion de lumière réfléchie irrégulièrement à la seconde surface du miroir terni, deviendrait plus grande par deux causes, par la diminution de la réflexion régulière à la première surface, et par l'augmentation de la réflexion irrégulière sur la seconde. C'est un point qui mérite d'être examiné, quoiqu'il n'importe pas à la théorie qui nous occupe. Je me propose aussi de chercher si un léger dépoli, tel qu'on le donne aux verres avant d'atteindre le poli parfait, ne pourrait pas agir comme la couche laiteuse.

Désirant vérifier et compléter les observations du duc de Chaulnes, j'ai introduit dans une chambre obscure un trait conique de lumière solaire réfléchi par un héliostat, à travers un trou circulaire, dont le diamètre variait depuis deux jusqu'à cinq millimètres. J'ai présenté successivement à ce faisceau des verres de différentes formes, et j'ai étudié leurs effets : MM. Pouillet et Deflers, avec leur zèle ordinaire, m'ont assisté dans ces opérations.

J'ai d'abord pris un verre plan convexe de 6 pouces de rayon. Ayant terni sa surface convexe, on l'a présentée au trait solaire, en la plaçant à 12 pouces du trou, conformé-

ment à la théorie. Il a donné des anneaux parfaitement distincts, et cette distance était la plus favorable où on pût le placer pour les obtenir. La petitesse du rayon de courbure n'a pas permis d'essayer la face opposée. Pour que ces anneaux, qui étaient fort petits, parussent avec toute la netteté possible, il ne fallait pas que le trou par lequel s'introduisait la lumière, eût une ouverture beaucoup plus grande que deux millimètres. Ce n'est pas pourtant qu'avec une ouverture plus grande, les anneaux parussent varier de grandeur; mais ils devenaient plus faibles par l'empiètement progressif des anneaux simples les uns sur les autres; et en outre, les anneaux les plus voisins de la tache centrale disparaissaient dans l'étendue du trait régulièrement réfléchi. Pour ne conserver à cet égard aucun doute, on reprit un miroir également concave-convexe, étamé sur la seconde surface, et l'ayant placé à la distance convenable de la plaque métallique qui porte les diverses ouvertures, depuis 2 jusqu'à 20 millimètres, on les fit successivement arriver devant le miroir, qui fut en conséquence illuminé par des traits de toutes ces différentes grosseurs. Cependant ayant marqué sur la plaque un des points ou se formait le rouge du quatrième anneau, on trouva que cette même couleur y répondait constamment, quelle que fût l'ouverture. On peut donc, dans chaque cas, choisir l'ouverture la plus favorable à la netteté.

J'ai pris un autre verre pareil, mais dont le rayon était de 12 pouces, par conséquent double du précédent. Aussi en le présentant par son côté convexe, il a fallu le mettre à 24 pouces de distance du trou. Mais quand on l'a présenté par sa face plane, il a fallu rendre la distance égale aux $\frac{2}{3}$ de son rayon, ou à 8 pouces, conformément à la théorie. A une distance du trou plus grande ou moindre, les anneaux étaient beaucoup moins parfaits, mais la distance du miroir au carton n'était pas aussi invariablement fixée; car en le rapprochant de sa surface, les anneaux, en devenant plus petits, ne perdaient pas de leur netteté sensiblement. Cela tenait à la petitesse du trait solaire, qui, dans cette circonstance comme dans la précédente, était réduit environ à deux millimètres. On vient de voir qu'une ou-

verture plus grande ne change rien au diamètre des anneaux.

On a essayé ensuite une lentille de crown-glass non étamée, dont les deux surfaces, également convexes, avaient environ 820 millimètres de rayon. Dans ce cas, nous devons faire r négatif et égal à $-r'$. Si, de plus, nous prenons $n = \frac{3}{2}$, ce qui convient au crown-glass ordinaire, et que nous négligions l'épaisseur e de la lentille, notre formule de la page 194 donnera

$$\Delta = \frac{1}{2} r',$$

c'est-à-dire que le centre de rayonnement doit être placé au-devant du verre, à une distance égale à la moitié de son rayon. En effet, à cette distance, le trou étant réduit à 2 millimètres, on avait de très-beaux anneaux.

La convexité de la lentille la rendant plus mince au bord qu'au centre, il était présumable que cette inégalité donnerait des anneaux plus grands à mesure que l'on ferait tomber le trait solaire plus près de son bord. Ayant donc ainsi déplacé le trait, on prit avec un compas les distances successives du bord au centre de la tache lumineuse formée sur la lentille, et l'on mesura en outre sur le carton le diamètre du quatrième anneau, à l'endroit où il était formé par le rouge le plus vif. Voici les résultats exprimés en millimètres :

Distances du bord de la lentille au centre de la tache lumineuse.	Diamètre du quatrième anneau rouge sur le carton.
50	21
13	$26\frac{3}{4}$
7	29

La première distance répond à l'incidence centrale; car le verre avait 1 décimètre de diamètre. On voit que les diamètres des anneaux augmentent à mesure que l'épaisseur diminue, comme nous l'avions soupçonné. Pour savoir si leur accroissement est conforme à la théorie, j'ai mesuré les épaisseurs de la lentille au bord et au centre, au moyen d'un in-

strument très-exact appelé le sphéromètre, et que je décrirai dans une autre partie de cet ouvrage. Je trouvai ainsi :

au centre..... $4^{mm},709295$;
au bord..... $1^{mm},885995$;
différence..... $2^{mm},823300$.

Prenant la moitié de la différence, on aura 1,41165 pour la diminution d'épaisseur du bord au centre sur chaque courbure; et comme cette diminution est proportionnelle au carré des distances au centre, qui sont ici 0, 37 et 43, ses valeurs sur chaque surface aux points observés deviendront 0, 0,77300, 1,04403; lesquelles étant doublées et retranchées de l'épaisseur centrale, donneront ces trois épaisseurs absolues :

$$e' = 4,709295; \quad e'' = 3,163295; \quad e''' = 2,621235.$$

Selon la théorie, le diamètre de l'anneau observé doit être réciproque aux racines carrées de ces épaisseurs. Partons donc d'un de ces diamètres, du dernier par exemple, et calculons les deux autres, nous aurons ainsi :

$$1^{er}\ldots 29\sqrt{\frac{e'''}{e'}} = 21,63; \quad 2^{e}\ldots 29\sqrt{\frac{e'''}{e''}} = 26,39.$$

Ces résultats s'écartent de l'observation, l'un en plus, l'autre en moins, dans des limites que l'on peut bien attribuer aux erreurs de l'expérience. Leur moyenne confirme donc la loi des racines carrées des épaisseurs déjà reconnue et constatée par Newton.

En voici une confirmation encore plus frappante. M. Cauchoix m'avait confié un miroir de crown-glass convexe-concave, et taillé de manière que les rayons incidens qui le pénétraient parallèlement à son axe, arrivaient perpendiculairement à sa seconde surface, qui les renvoyait par le même chemin, fig. 40. Pour le crown dont le rapport de réfraction est $\frac{3}{2}$, cela exige que le rayon de courbure de la seconde surface soit triple de celui de la première, comme on peut s'en assurer par un calcul fort simple. Si l'on introduit ce rapport dans notre formule générale de la page 194, on trouve Δ infinie, c'est-à-dire que le miroir doit être placé à une distance infinie du point rayonnant, ou en d'autres termes, il faut l'éclairer par des rayons parallèles;

c'est ce qu'il était facile de prévoir, d'après le but même de sa construction.

Pour remplir cette condition autant que possible, nous avons fait entrer le trait solaire dans la chambre obscure par une ouverture d'environ cinq millimètres, et ayant placé le miroir à une distance arbitraire qui se trouva de 2178^{mm}, nous couvrîmes sa surface avec un disque de papier noir ayant seulement au centre une ouverture de 5^{mm}, par conséquent de même grandeur que le trou. Puis ayant tourné le miroir de manière que le trait réfléchi régulièrement allât repasser par le trou même de la fenêtre, comme on doit toujours le faire pour s'assurer du centrage, nous vîmes paraître de très-beaux anneaux dont la grandeur allait croissant à mesure qu'ils s'éloignaient du miroir. Nous les reçûmes sur le carton placé autour du trou même par où s'introduisait la lumière, et nous plaçâmes au-devant de celui-ci en dehors un verre rouge qui ne laissait absolument passer que le rouge extrême du spectre. Notre miroir étant alors uniquement éclairé par cette lumière rouge, les anneaux parurent sur le carton alternativement noirs et rouges; mais ce rouge nous faisait l'effet d'une teinte blanchâtre, soit parce qu'il était vu dans l'absence de toute autre couleur, soit qu'il semblait très-faible à côté de la vive lumière rouge du trou. Quoi qu'il en soit, on mesura avec un compas, le plus exactement qu'il fut possible, les diamètres des trois premiers anneaux noirs, et ceux des deux premiers anneaux lumineux, dans leur partie moyenne, ce qui donna les valeurs suivantes :

Rang et nature des anneaux.	Diamètres en millimètres.	Carrés des diamètres.
1er. noir.....	63	3969
1er. lucide.....	88	7744
2e. noir.....	107	11449
2e. lucide.....	125	15725
3e. noir.....	143	20449

On voit que les carrés des diamètres suivent, pour les anneaux noirs, la série des nombres i, $3i$, $5i$, qui convient à la réflexion; pour les anneaux lucides, la série $2i$, $4i$, qui convient à la transmission, et pour les uns et les autres pris ensemble, la série i, $2i$, $3i$, $4i$, $5i$, conformément aux résultats annoncés par Newton.

Mais allons plus loin, et répétant ici l'épreuve dont Newton nous a donné l'exemple, calculons d'après la théorie les valeurs de ces diamètres, d'après l'épaisseur du miroir et la distance à laquelle nous les avons mesurés.

J'ai pris l'épaisseur du miroir avec le sphéromètre après avoir ôté l'étamage de la seconde surface, et je l'ai trouvée au centre de $2^{mm},337705$. Elle était un peu moindre au bord, comme la forme des courbures l'exige; mais cette différence nous est inutile, l'incidence du rayon ayant toujours été centrale. Le nombre précédent sera donc la valeur de e dans notre formule, en prenant toujours le millimètre pour unité de longueur. Nous connaissons aussi la distance D du miroir au carton; elle est de 2178, et le rapport de réfraction n, qui est $\frac{3}{2}$ ou 1,5 dans le crown français. De là nous déduirons $\frac{105+n}{106}$ ou K, qui sera égal à $\frac{213}{212}$.

Il ne nous reste donc qu'à calculer la longueur i des accès de la lumière rouge employée dans notre expérience, et à l'exprimer en parties du millimètre. Pour cela, partons toujours de la longueur des accès dans l'air pour la lumière jaune; elle est $\frac{1}{178000}$ de pouce anglais. Relativement à notre crown, cette longueur se réduira $\frac{2}{3}$ de sa valeur ou à $\frac{1}{267000}$ de pouce anglais. Or, la toise anglaise, réduite en toise française, vaut $\frac{72}{76,734}$; de sorte que c'est aussi là le rapport du pouce anglais au nôtre, et celui-ci, exprimé en millimètres, vaut $\frac{1000}{720,513074}$. Conséquemment la longueur précédente des accès dans notre crown, deviendra en millimètres, $\frac{1}{267.76,734.0,513074}$ ou $\frac{1}{10511,85}$.

Mais cette valeur appartient à l'espèce de lumière qui est intermédiaire entre l'orangé et le jaune; tandis que, d'après la nature du verre à travers lequel nous avons transmis le rayon solaire, nous avons réellement opéré sur le rouge extrême le

plus foncé du spectre. Il faut donc, d'après les rapports exposés page 48, agrandir la valeur précédente dans le rapport de $\frac{1}{0,8855}$ à l'unité, ce qui donne enfin

$$i = \frac{1}{0,8855 . 10511,85} = \frac{1}{9308,24}.$$

Il ne nous reste plus maintenant qu'à substituer ces diverses valeurs numériques dans la formule générale

$$\frac{4\,D\,n}{K}\sqrt{\frac{i\,x}{e}},$$

qui donne les diamètres des anneaux en regardant l'épaisseur du miroir comme fort petite, comparativement au rayon de sa première surface; ce que nous pouvons adopter ici sans erreur sensible. Appliquons donc cette formule aux deux premiers anneaux lucides, nous aurons en millimètres,

	Par le calcul.	Par l'observation.
1er anneau lucide....	88,173	88
2e.....	124,690	125

On voit que l'erreur est absolument insensible. Ces résultats doivent donc être ajoutés à ceux que Newton a donnés de sa théorie, et si l'on songe à la multitude des réductions par lesquelles il a fallu passer pour les obtenir, on ne pourra guère se refuser à les regarder comme une démonstration suffisante de son exactitude. J'ajoute que les mesures d'anneaux dont je viens de faire usage, avaient été prises et arrêtées avant aucun essai de calcul; seulement on les avait répétés sur divers points de chaque anneau, pour s'assurer de leur justesse, et le diamètre du premier, par exemple, avait varié ainsi entre 87 et 89. Le second a toujours donné 125. Les mesures étaient prises par un des élèves qui m'assistaient, et elles étaient écrites aussitôt.

La formule de la page 194 indiquait que l'on pourrait encore obtenir de pareils anneaux, même avec un verre plan à faces parallèles, pourvu qu'on l'éclairât par des rayons parallèles.

J'ai vérifié cette indication sur un miroir de verre bien plan, dont l'épaisseur, mesurée au sphéromètre, était $2^{mm},54519$. Il a donné des anneaux, qui surtout sont devenus très-nets lorsqu'on a terni la surface antérieure et qu'on a rétréci le faisceau incident par un diaphragme, pour le réduire à son axe. Du reste, la coloration des anneaux et leurs variations par l'obliquité d'incidence étaient, quant aux circonstances générales, les mêmes qu'avec les autres miroirs; ce qui est conforme à la théorie. Ayant, comme tout-à-l'heure, intercepté tous les rayons, à l'exception des rouges, on a eu des anneaux rouges et noirs dont on a mesuré les diamètres sous l'incidence perpendiculaire. Voici les résultats :

Diamètre de la tache rouge centrale.....	21^{mm}
1er anneau noir.....	40
1er anneau lucide.....	52, 25
2e anneau noir.....	65
Distance du miroir au carton.....	1345.

Si l'on calcule ici, au moyen de notre formule, le diamètre du premier anneau lucide comme nous l'avons fait tout-à-l'heure, on le trouve de $52^{mm},178$, au lieu de $52^{mm},25$ qu'a donné l'observation. Ayant ôté le verre rouge, la tache centrale redevint blanche, et son diamètre extérieur étant mesuré, se trouva de $20^{mm},5$, par conséquent moindre de $0^{mm},5$ que celui de la tache rouge centrale. C'est que les accès de la lumière rouge étant plus longs que ceux de toute autre couleur, les molécules de cette nature doivent s'écarter davantage de l'axe central avant que leur transmission cesse. Aussi, dans les anneaux composés, la tache centrale n'est blanche que dans la partie où toutes les couleurs se superposent sensiblement; et autour de ce blanc, il y a un cercle rouge jaunâtre très-étroit, formé par les parties extérieures des taches orangées et rouges qui débordent toutes les autres. C'est précisément le même rouge-jaunâtre que Newton a signalé dans les anneaux transmis, et qu'il dit être si difficile à voir. Nous l'avons considéré comme formant le premier ordre de rouge dans nos mesures d'anneaux composés.

L'expérience que nous venons de rapporter montre qu'il faut modifier notre assertion de la page 168, que l'on n'obtient pas d'anneaux sensibles avec les plaques planes et parallèles. Cela n'est vrai que dans le cas où les rayons incidens divergent, comme nous le supposions alors, parce que les rayons réfléchis régulièrement sont dilatés par la réflexion, de manière à couvrir les anneaux. Mais cet obstacle n'existe pas quand les rayons incidens sont parallèles.

On pourrait se demander pourquoi, dans ces exemples et dans celui que Newton cite, l'on ne cherche à déterminer par le calcul que le diamètre des anneaux lucides, au lieu de faire les mêmes épreuves sur les anneaux noirs : c'est que les premiers sont les seuls pour lesquels on connaisse rigoureusement le nombre d'accès perdus par les molécules qui les forment. Car si l'on compte d'abord un nombre quelconque ν d'accès pour les molécules qui forment le milieu de la tache centrale, en revenant par le même chemin par où elles sont arrivées, on est sûr que celles qui auront $\nu - 2$, $\nu - 4 \ldots \nu - 2x$ dans leur trajet oblique, auront rigoureusement la même disposition que les premières à se transmettre, quand elles seront revenues à la première surface, et par conséquent elles devront former le milieu des anneaux lucides comme les premières formaient le milieu de la tache centrale. Si l'on était sûr que celles-ci, en revenant à la surface, se trouvassent exactement au milieu d'un accès de facile transmission, il est clair que les molécules dont le nombre d'accès obliques serait $\nu - 1$, $\nu - 3$, $\nu - 5$, y arriveraient au milieu d'un accès de facile réflexion; par conséquent elles formeraient le milieu des anneaux noirs; et l'on obtiendrait leurs diamètres en donnant aux nombres d'accès perdus $2x$ les valeurs impaires $1, 3, 5 \ldots$ Mais cela n'aura pas lieu ainsi en général pour toutes les plaques; il se pourrait même que les particules transmises au centre se trouvassent, à leur retour, dans un accès de facile réflexion, quoique assez peu avancées dans cet accès pour pouvoir encore traverser la surface; et alors celles qui n'auraient qu'un accès de moins pourraient fort bien être transmises comme elles. Il faut donc s'attendre que les anneaux noirs répondront à peu de chose près,

mais non pas toujours exactement aux valeurs impaires de $2x$; de sorte que les carrés de leurs diamètres pourront ne pas être tout-à-fait intermédiaires entre les carrés des diamètres des anneaux lucides; ce qui est une raison pour qu'on préfère de calculer ces derniers.

Le duc de Chaulnes s'aperçut que l'on pouvait encore produire des anneaux de ce genre, en plaçant une lame mince de mica ou de verre au-devant d'un miroir concave de métal, fig. 41. Dans ce cas, pour que les couleurs parussent le plus distinctement possible, il fallait placer le miroir de manière que le trou fait au volet de la fenêtre coïncidât avec le centre de sa courbure, et mettre aussi le carton blanc à cette même distance en A B. Alors les anneaux se peignaient toujours nettement sur le carton, quelle que fût la distance de la lame LL à la surface réfléchissante; mais leur grandeur variait avec cette distance, augmentant quand elle diminuait, et diminuant quand elle augmentait.

Toutes ces circonstances peuvent se déduire rigoureusement de la théorie. Pour le faire voir, ne considérons d'abord qu'un seul rayon incident infiniment mince FIR, fig. 42, à la fois perpendiculaire à la lame LL et au miroir. Puis, suivant par la pensée les molécules qui se réfléchissent du point R, suivant des directions diverses, examinons les modifications que leurs accès éprouvent par la réflexion, et cherchons à en conclure les dispositions où elles doivent se trouver pour se réfléchir ou pour se transmettre, lorsqu'elles se présentent de nouveau dans leur retour aux deux surfaces de la lame LL.

Nous pouvons, pour cette recherche, faire abstraction de toute la lumière qui est réfléchie régulièrement sur elle-même, suivant RI'. Car soit que cette portion traverse entièrement la lame LL, ou qu'elle se réfléchisse partiellement sur ses surfaces, elle ne sort point de sa direction primitive d'incidence, et par conséquent elle ne mêle point ses effets à ceux de la réflexion latérale, la seule que nous nous proposions d'examiner.

Il ne nous reste donc à considérer que cette autre lumière

qui se dissémine de toute part en partant du point d'incidence R, comme d'un centre de rayonnement. Or, celle-ci ne formant jamais qu'une portion très-petite de la lumière incidente, il s'ensuit que les forces qui la réfléchissent sont toujours très-faibles, même à la surface des métaux polis. Conséquemment les molécules lumineuses qui reviendront ainsi du point R suivant une direction quelconque, seront, par cela même, à leur départ de ce point, au milieu ou presque au milieu d'un accès de facile réflexion. D'après cela, dans tout le trajet qu'elles ont à faire depuis le point R jusqu'à la surface L′L′ de la lame qui s'offre la première à leur rencontre, nous pouvons leur appliquer tout ce que nous avons dit sur les effets de la réflexion par la seconde surface des plaques épaisses, avec cette seule différence qu'ici l'épaisseur RI′, comprise entre le point de réflexion et la surface L′L′, sera d'air au lieu d'être de verre. Ainsi les molécules qui retourneront vers cette surface, suivant leur direction primitive d'incidence RI′, seront encore, en y arrivant, dans un état de facile transmission ou au moins assez près d'un pareil état pour pouvoir être transmises; et cela aura lieu aussi pour les molécules réfléchies hors de cette direction jusqu'à une certaine distance fort petite; après quoi l'état des molécules, à leur arrivée sur la surface L′L′, étant trop différent de celui où elles se trouvent en I′, elles ne pénétreront point la lame, mais seront réfléchies vers le miroir; et ainsi de suite alternativement chaque espèce de molécule sera réfléchie ou transmise à diverses distances de l'axe RF, ce qui formera, *dans l'intérieur* de la lame, des anneaux colorés ayant leur centre sur cet axe. Nommons r l'angle de réflexion qui détermine ainsi la sortie du n^e anneau d'une certaine espèce de couleur simple. Le diamètre de cet anneau sur la surface L′L′, sera $2e \tang r$, e désignant la distance RI′, à quoi l'on peut substituer $2e \sin r$, en remplaçant la tangente du petit angle r par son sinus. Mettant donc, au lieu de $\sin r$, sa valeur trouvée précédemment pour une plaque quelconque, en fonction du nombre x des accès perdus par les molécules lumineuses que l'on considère, et supposant le rayon de courbure de la surface

L'L' infini pour exprimer qu'elle est plane, cette expression deviendra

$$\frac{4e}{K}\sqrt{\frac{ix}{e}}.$$

K est un coefficient constant dépendant du rapport de réfraction des rayons, quand ils sortent de la matière du miroir pour entrer dans l'air.

Les molécules lumineuses qui forment ces anneaux ayant une fois pénétré la substance de la plaque, s'y propagent par réfraction jusqu'à sa seconde surface LL, laquelle, dans les expériences du duc de Chaulnes, était toujours extrêmement distante de la première, comparativement à la longueur des accès. Car les lames de mica dont il s'est servi, et qu'il enduisait d'une légère couche d'eau et de lait pour y détruire la réflexion régulière, devaient, ainsi préparées, avoir une épaisseur bien plus grande que cinquante millionièmes de pouce anglais, ce qui équivaut environ à un seize centième de ligne. Or, à une épaisseur pareille, l'inégalité des accès des molécules de couleur semblable est déjà assez développée pour que la réflexion à la seconde surface de la lame n'altère plus les couleurs naturelles des pinceaux composés qui la traversent. Conséquemment les anneaux formés à la surface de la lame la plus voisine du miroir, doivent se propager à la plus éloignée, sans éprouver de changemens dans leur coloration; de même que les anneaux formés entre les surfaces contiguës de deux objectifs sont visibles à travers l'épaisseur de ces verres superposés. Il est évident que le diamètre primitif des anneaux sur la surface L'L' sera augmenté par leur trajet oblique dans l'intérieur de la lame, de toute la quantité $2Ni'$, comprise entre le point d'émergence i' et la perpendiculaire menée du point i aux deux surfaces. Soit donc e' l'épaisseur de la lame, n le rapport moyen de réfraction pour les rayons qui y pénètrent, en sortant de l'air, la valeur moyenne de $2Ni'$ sera sensiblement égale à $\frac{2e'\sin r}{n}$, et comme le diamètre primitif

est $2e\sin r$, le diamètre après la réfraction sera

$$2\left(e+\frac{e'}{n}\right)\sin r, \quad \text{ou} \quad \frac{4}{k}\left(e+\frac{e'}{n}\right)\sqrt{\frac{ix}{e}}.$$

Enfin, si les rayons qui forment les anneaux sont conduits après leur émergence jusque sur le carton AB placé à une distance Δ de la lame, il est clair que les anneaux se dilateront encore, avant d'y parvenir, de toute la quantité $2N''i''$, comprise entre leur point d'incidence i'' et la perpendiculaire menée du point d'émergence i' sur le carton. Or, cette quantité est facile à évaluer; car, à cause du parallélisme des deux surfaces de la lame, les rayons émergens reprennent la même direction qu'ils avaient après leur réflexion en R; ainsi l'angle $N''i'i''$ est égal à r. De plus, nous avons appelé Δ la distance IF; la valeur de $2N''i''$ sera donc $2\Delta\tang r$, à quoi l'on peut substituer $2\Delta\sin r$, à cause de la petitesse de l'angle r. Ajoutant cette quantité au diamètre précédent de l'anneau qui était $2Ii'$ ou $2\left(e+\frac{e'}{n}\right)\sin r$, son diamètre sur le carton deviendra

$$2\left(\Delta+e+\frac{e'}{n}\right)\sin r, \quad \text{ou} \quad \frac{4}{k}\left(\Delta+e+\frac{e'}{n}\right)\sqrt{\frac{ix}{e}}.$$

Jusqu'ici nous n'avons considéré qu'un seul rayon incident infiniment mince dirigé suivant l'axe FIR, perpendiculairement au miroir et à la lame interposée. Maintenant si nous en voulons supposer un nombre quelconque, qui diverge coniquement à partir de l'ouverture F, il faudra placer le miroir de manière que son centre de courbure coïncide avec le sommet du cône réfracté que ces rayons forment après avoir traversé la lame, fig. 43. En effet, si le miroir est ainsi disposé, il est clair que tous les rayons tomberont perpendiculairement sur sa surface, comme le premier que nous avons considéré tout-à-l'heure. Chacun d'eux formera donc ses anneaux à part, conformément aux lois que nous venons d'établir, avec les seules modifications dépendantes de l'inégalité des distances comprises entre le miroir et la lame, sur leurs différentes directions. Si donc ces inégalités sont peu considérables, comme cela aura lieu

quand le faisceau incident formera un cône peu ouvert, les cônes réfléchis qui appartiendront à des anneaux de même couleur et de même ordre, auront, de quelque endroit qu'ils émanent, à très-peu près le même diamètre ; et comme leurs axes concourent au centre de courbure du miroir, d'où la réfraction les ramène au centre de l'ouverture, leurs intersections sur le carton placé à cette distance concourront aussi à fort peu près. La démonstration du résultat est pareille à celle que nous avons donnée page 169, pour les cônes du même ordre, sortis d'une plaque concave-convexe d'égale épaisseur.

Il ne reste plus qu'à fixer par le calcul cette distance précise du miroir à l'ouverture, pour que le centre de sa courbure coïncide avec le sommet des rayons réfractés. A cet effet, considérons un rayon incident quelconque FM, émané aussi de l'ouverture F, mais formant avec l'axe central FR un très-petit angle ω. Ce rayon, après avoir traversé la plaque, reprendra une direction nouvelle rc, qui devra former exactement le même angle ω avec l'axe FR. Cela posé, FI étant Δ et l'angle ω étant fort petit, la distance IM du point d'incidence M à l'axe sera exprimé par $\Delta\omega$, et la distance I′M′ du point d'émergence au même axe sera $\Delta\omega + \frac{e'\omega}{n}$, e' étant toujours l'épaisseur de la lame, et n le rapport de réfraction par les rayons qui y pénètrent en sortant de l'air. Conséquemment la distance I′C, depuis la seconde surface de la lame jusqu'à la rencontre du rayon émergent avec l'axe, aura pour valeur $\frac{\text{I'M'}}{\omega}$, ou $\Delta + \frac{e'}{n}$; et comme cette distance, ajoutée à I′R, qui est c, doit égaler le rayon de courbure a du miroir, on aura l'égalité

$$\Delta + c + \frac{e'}{n} = a, \quad \text{d'où} \quad \Delta = a - c - \frac{e'}{n}.$$

Ceci étant substitué dans l'expression générale du diamètre des anneaux, elle devient

$$\frac{4a}{k}\sqrt{\frac{ix}{c}}.$$

Cette expression nous apprend qu'en employant toujours le même miroir, les diamètres des anneaux de même couleur et de même ordre sont réciproques aux racines carrées des distances de la lame à sa surface. Le duc de Chaulnes n'a pas rapporté de mesures propres à constater cette loi ; mais du moins l'influence qu'il attribue à la distance de la lame au miroir est telle que l'indique notre théorie.

On voit aussi que cette distance restant la même, les diamètres des anneaux sont directement proportionnels aux courbures des miroirs. Nous avons vérifié cette indication par l'expérience, comme nous le verrons plus loin.

Quand on voudra calculer numériquement les diamètres des anneaux pour un cas donné, il faudra mettre pour i la longueur des accès dans l'air, pour chaque espèce de molécules lumineuses que l'on voudra considérer ; et si la lumière incidente est composée, il faudra prendre pour i la valeur qui convient aux rayons limités de l'orangé et du jaune, ce qui rendra les résultats comparables aux diamètres des anneaux dans leurs parties les plus brillantes. Ce calcul est exactement le même que nous avons fait page 165.

Tout ceci suppose le miroir placé à une distance de l'ouverture, telle que les rayons réfractés par la lame lui parviennent perpendiculairement. Cette distance a pour expression générale $\Delta + e + e'$; et en mettant, au lieu de Δ, sa valeur ci-dessus déterminée, elle se réduit à

$$a + \frac{(n-1)\,e'}{n}.$$

Elle est donc constante pour toutes les positions de la même lame au-devant du même miroir.

Dans les expériences du duc de Chaulnes, la lame interposée était une simple feuille de mica, dont l'épaisseur e' devait être fort petite comparativement au demi diamètre a, qui avait dix pieds de longueur. Alors le terme $\frac{(n-1)\,e'}{n}$ ne pouvait avoir aucune influence sensible sur l'apparition plus ou moins dis-

tincte des anneaux, et le point de plus grande distinction devait paraître se confondre avec le centre de courbure du miroir. C'est aussi ce qui est arrivé.

La liaison de ces phénomènes avec la théorie des accès, et la manière rigoureuse dont ils s'en déduisent, m'a fait désirer de les observer plus complétement que le duc de Chaulnes n'avait pu le faire. Je me suis associé, dans cette recherche, M. Pouillet, qui ne m'a pas moins été utile par sa sagacité à discerner et à discuter les phénomènes, que par son adresse à les mesurer.

La première condition à remplir, c'était de former un appareil avec lequel on pût approcher les lames à des distances connues du miroir. Nous employâmes, pour cela, celui qui est représenté fig. 44. La lame est fixée par ses bords sur un châssis vertical qui se meut horizontalement le long d'une tige divisée TR. Le zéro de la division est placé de manière que lorsqu'on y amène le châssis, la surface extérieure de la lame est verticale sur l'extrémité de la tige; et par conséquent, pour retirer le châssis en arrière d'une quantité connue, il suffit de le faire marcher dans ce sens sur la division. Quand on l'a fixé, on place le miroir au-devant du trou de la fenêtre, à une distance égale au rayon de sa courbure; on le centre de manière que l'image lumineuse qu'il réfléchit vienne repasser par ce trou. Alors on interpose la petite lame dans le trajet des rayons, perpendiculairement à l'axe du faisceau, et on l'approche du miroir jusqu'à ce que la surface de celui-ci soit touchée par l'extrémité de la tige horizontale. A la vérité, en opérant ainsi, le contact ne se fait pas tout-à-fait au centre du miroir, et ainsi la distance réelle du châssis à ce centre est un peu plus grande que la division ne l'indique; mais, d'un autre côté, la petite lame placée sur le châssis, quelque mince qu'on la choisisse, fait toujours une petite saillie qui diminue tant soit peu sa distance; de sorte qu'on peut regarder ces deux différences comme se compensant. Lorsqu'on a ainsi opéré le contact de la tige et du miroir, on trouve ordinairement que celui-ci a été un peu dérangé par le mouvement qu'on lui a imprimé. Quand

cela a lieu, on le ramène, en se guidant pour cela sur l'image réfléchie, qui doit toujours aller passer par le trou, et l'on vérifie de nouveau le contact de la tige horizontale. Enfin il est bon de ternir avec un peu d'eau et de lait la surface extérieure de la lame mince, afin d'y affaiblir les forces réfléchissantes qui, renvoyant de la lumière blanche au carton, et quelquefois d'une façon irrégulière, rendraient moins sensibles les couleurs que l'on veut observer. Si, à toutes ces précautions, l'on joint celle de fermer exactement les volets pour obtenir une obscurité complète, on voit sur le carton blanc, placé autour du trou de la fenêtre, des anneaux très-beaux, très-réguliers, concentriques à ce trou, et offrant dans l'arrangement de leurs couleurs une identité parfaite avec ceux qui se forment par la réflexion à la seconde surface des miroirs de verre.

Dans nos expériences, le miroir avait environ un mètre de rayon, et ainsi nous le placions à peu près à cette distance du trou, puis nous le reculions ou l'avancions jusqu'à ce que l'image réfléchie fût le plus nette possible, et nous mesurions ensuite exactement la distance de sa surface au trou.

Notre premier soin a été de vérifier l'influence des distances. Pour cela, nous avons successivement mis notre lame à 4 millimètres du miroir, puis à 9 et à 16, et dans chacune de ces positions, on a mesuré les diamètres des cinq premiers anneaux lucides, dans l'endroit où le rouge se discernait le mieux. En voici les valeurs en millimètres. La distance du miroir au carton, exprimée aussi en millimètres, était 1006.

Distances de la lame au mir.	4^{mm}.	9^{mm}.	16^{mm}.
Diam. du 1er anneau rouge..	15,5	11	non observé.
du 2e.....	28	19	14,75
du 3e.....	36	24,25	19
du 4e.....	42,5	29	22
du 5e.....	48,5	33	25

Si l'on fait la somme des nombres contenus dans les deux premières colonnes, où les cinq ordres d'anneaux ont été observés, on trouve $170\frac{1}{2}$ pour la première, et $116\frac{1}{4}$ pour la seconde. Or les épaisseurs sont comme 4 à 9, et leurs racines comme 2 à 3; donc, si l'on multiplie le premier résultat par $\frac{2}{3}$, on doit retrouver le second. En effet, ce calcul donne $113\frac{2}{3}$, au lieu de $116\frac{1}{4}$, ce qui fait une erreur de $\frac{1}{44}$. Si l'on compare de même la première colonne à la troisième, en ne prenant que les quatre premiers anneaux qui ont pu être obervés, on trouve pour sommes $105\frac{1}{4}$ et $80\frac{3}{4}$; les racines carrées des distances sont 3 et 4. Si l'on multiplie le premier résultat par $\frac{3}{4}$, on trouve 79 au lieu de $80\frac{3}{4}$ qu'a donné l'observation, c'est encore une erreur de $\frac{1}{40}$.

Cet accord semble suffisant pour confirmer la loi indiquée par la théorie; car, dans les anneaux composés, la dimension absolue des franges simples fait varier un peu le maximum de chaque couleur dans le même ordre, et c'est probablement à cela qu'il faut attribuer les petits écarts des observations que nous venons de rapporter, surtout quand on y fait entrer le rouge jaunâtre qui entoure la tache centrale, comme nous le faisons ici.

Nous avons ensuite voulu connaître si les anneaux lucides, formés par une lumière simple, suivraient les lois indiquées par la théorie, c'est-à-dire, si les carrés de leurs diamètres formeraient la série des nombres pairs 2, 4, 6, 8, qui répondent aux anneaux transmis entre deux objectifs superposés. Nous avons donc recommencé l'expérience en mettant devant la fenêtre, en dehors le verre rouge qui nous avait servi déjà précédemment, et qui ne laisse absolument passer que des rayons du rouge extrême du spectre. Alors on a pu voir et mesurer un bien plus grand nombre d'anneaux que précédemment. Ils étaient tous rouges, uniquement séparés par des intervalles noirs. A côté de la vive tache rouge qui paraissait au centre de l'ouverture, leur lumière semblait blanchâtre. On les mesura dans deux positions de la lame, et les résultats furent tels qu'on les voit ici :

Distances de la lame au miroir...		4^{mm}.	9^{mm}.
1er anneau noir (1).....		18	13
1er	lucide.....	24	17
2e	noir.....	30	21
2e	lucide.....	34	24
3e	noir.....	39	$26\frac{1}{2}$
3e	lucide.....	42	$29\frac{1}{4}$
4e	noir.....	$45\frac{1}{4}$	$32\frac{3}{4}$
4e	lucide.....	$48\frac{1}{2}$	$33\frac{8}{10}$
5e	noir.....	51	$35\frac{8}{10}$
5e	lucide.....	54	$37\frac{1}{2}$

Si l'on fait les sommes des résultats contenus dans les deux colonnes, on trouve pour leur rapport $\frac{30}{21}$, au lieu de $\frac{3}{2}$ qu'exigeraient les distances supposées. Cela semble indiquer que, dans la première expérience, la lame était d'un demi-millimètre plus loin du miroir que la division ne l'indiquait, probablement par un léger défaut de contact qui se sera introduit en centrant le miroir, et qu'on aura omis de vérifier. Quoi qu'il en soit, ce petit écart n'empêche point la comparaison des termes de chaque série; et en la faisant, nous voyons que les diamètres des anneaux de différens ordres suivent parfaitement les rapports indiqués par la théorie; car si, dans chaque série, l'on part du diamètre observé pour le cinquième anneau lucide, et qu'on cherche à en déduire les quatre diamètres des anneaux lucides précédens, d'après la loi des nombres pairs $2i$, $4i$, $6i$, $8i$, $10i$, en comptant le carré du dernier diamètre pour $10i$, on trouve les résultats suivans, que j'ai rapprochés de l'observation.

(1) Cet anneau est celui qui entoure immédiatement la tache centrale, et le premier lucide devient le deuxième rouge dans les anneaux composés. Cela se voit aussi par la comparaison des diamètres.

	Première Série.		Deuxième Série.	
	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.
1er anneau lucide.....	24,14	24	16,77	17
2e.....	34,16	34	23,72	24
3e.....	41,82	42	29,05	29,25
4e.....	48,29	48,5	33,54	33,8

Cette comparaison ne laisse aucune doute sur la loi dont il s'agit : on voit seulement que le cinquième diamètre pris pour type a peut-être été pris un peu trop faible dans la seconde série. Si l'on effectue la même comparaison sur les diamètres des anneaux noirs, on verra que leurs carrés suivent la loi des nombres impairs i, $3i$, $5i$, $7i$, $9i$, qui sont analogues aux anneaux réfléchis entre deux objectifs. Néanmoins l'accord pourrait bien n'en pas être si exact, à cause des raisons que nous avons déduites, page 205.

Mais allons plus loin, et puisque nous connaissons l'espèce de lumière simple qui a été employée ici à former des anneaux, calculons les valeurs absolues des diamètres que l'on a dû observer sur le carton pour les anneaux lucides, dans les circonstances où les expériences précédentes sont faites. Ce sera une application de la formule

$$\frac{4a}{k}\sqrt{\frac{ix}{e}}.$$

Cela exige que nous calculions la longueur i des accès dans l'air, pour le rouge extrême. Or, nous avons trouvé plus haut que dans le crown-glass, dont le rapport de réfraction est $\frac{3}{2}$, ces mêmes accès exprimés en millimètres, ont pour longueur $\frac{1^{mm}}{9308,24}$. Donc, leur longueur dans l'air sera $\frac{3}{2}$ de la précédente, ou $\frac{1^{mm}}{6205,49}$.

A la rigueur, il nous faudrait aussi connaître la valeur du

coefficient k ou $\frac{105+n}{106}$, dans lequel n représente le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, pour les rayons qui sortent du métal du miroir pour revenir dans l'air. Mais quoique ce rapport doive être certainement plus grand que 1, et probablement même s'élever à plusieurs unités, à cause de la grande densité du métal, néanmoins comme $n-1$ se trouvera divisé par 106, on voit que k devra encore différer très-peu de 1, comme dans nos précédentes expériences. Nous le supposerons donc d'abord égal à 1, et l'on pourra ensuite essayer de déduire sa valeur exacte des observations, si l'on s'aperçoit qu'elle y ait une influence sensible.

Nous savons de plus que la distance e a dû être, dans notre première expérience, 4^{mm}; dans la seconde, 9^{mm}. Mais comme nous avons reconnu plus haut que la première supposition était un peu trop faible, j'y ai ajouté $\frac{1}{2}$ millimètre pour tenir compte du défaut présumé de contact qui produit ici un effet beaucoup plus sensible qu'il ne ferait dans la seconde expérience. Cela porte donc cette distance à $4^{mm},5$. Quant à la distance a du trou au centre du miroir, elle a toujours été constante et égale à 1006. Il ne reste plus qu'à introduire ces nombres dans la formule en donnant à x les valeurs successives 1, 2, 3, 4, 5, qui conviennent aux différens anneaux lucides. On trouve ainsi les résultats suivans, que j'ai rapprochés des observations.

	1re Expérience. $e = 4^{mm},5$.		2e Expérience. $e = 9^{mm}$.	
	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.
Diam. du 1er ann. lucide.	24,08	24	17,02	17
2e.....	34,05	34	24,08	24
3e.....	41,71	42	29,49	29,25
4e.....	48,16	48,5	33,98	33,8
5e.....	53,84	54	38,07	37,5
6e.....	58,98	59	41,71	non observé

J'ai ajouté, dans la première expérience, un sixième anneau lucide qui avait été aussi observé; mais on n'a pas pu le voir nettement dans la seconde. L'accord de ces résultats avec la formule achève de mettre la théorie tout-à-fait hors de doute.

Néanmoins, pour ne négliger aucune épreuve, nous avons voulu vérifier le rapport indiqué par la théorie entre les diamètres des anneaux de même ordre formés avec des miroirs de courbures différentes. Nous en avons employé un fait avec un verre noir, et ayant à peu près 18 décimètres de rayon. Nous l'avons placé à 1758 millimètres du trou de la fenêtre, parce que c'était là le point où son image était la plus nette; et nous avons placé au-devant une lame de mica à $8^{mm}\frac{1}{2}$ de distance. Nous avons obtenu ainsi de très-beaux anneaux, dans lesquels nous avons pu même, à cause de la séparation des couleurs, distinguer l'anneau noirâtre ou gris-obscur qui entoure le premier rouge jaunâtre; nous en avons pris les mesures suivantes, en millimètres :

	Diamètres.
1er anneau rouge jaunâtre.	21^{mm}.
2e rouge.....	33
3e.....	$44\frac{1}{2}$
4e.....	52
3e.....	60

Comparons ces anneaux avec ceux de même ordre formés avec notre premier miroir, et rapportés page 213. Dans ces derniers, choisissons celui pour lequel la distance de la lame au miroir était 9^{mm}, ce qui se rapproche de notre expérience actuelle. Alors le rapport direct des distances sera $\frac{1006}{1758,5}$; en le multipliant par l'inverse des racines carrées des épaisseurs, on aura

$$\frac{1006}{1758,5}\sqrt{\frac{8,5}{9}}.$$

Donc, si l'on multiplie par ce nombre les diamètres rapportés ci-dessus, on devra retrouver ceux de la seconde colonne du tableau de la page 213. C'est en effet ce qui a lieu très-exactement, car on a

	Par l'observat.	Par le calcul.
Diam. de l'ann. rouge jaunâtre.	11mm	11mm675 noirâtre
2e rouge.	19	18,34
3e.	24,25	24,74
4e.	29	28,91
5e.	33	33,35

Jusqu'ici nous avions fait tomber le faisceau lumineux perpendiculairement sur la lame et sur le miroir; alors les rayons régulièrement réfléchis retournaient exactement au trou de la fenêtre, et les anneaux étaient concentriques autour de ce trou. Mais d'après ce qui a été dit, page 182, on conçoit que cette disposition était propre à l'incidence perpendiculaire, et que sous les incidences obliques, les phénomènes devaient varier, précisément comme nous l'avons expliqué alors. C'est aussi ce qui est arrivé. Lorsque nous avons un peu détourné le miroir et la lame en les maintenant toujours à la même distance, les anneaux se sont transportés tous à la fois dans le même sens, de manière que leur centre commun tombait toujours à moitié chemin entre le trou de la fenêtre et le trait régulièrement réfléchi. Ce trait et le trait direct furent d'abord tangens intérieurement à la tache centrale. Puis celle-ci commença à se noircir à son centre et se transforma en un anneau blanc dont les deux traits faisaient toujours partie, et qui était environné par les anneaux extérieurs. A mesure que cet anneau blanc se développait, il sortait de son centre de nouveaux anneaux tels que nous les avons décrits page 185; seulement nous ne les pûmes pas suivre et discerner aussi loin que nous l'avions fait alors, parce que l'intervalle plan-convexe compris entre notre lame et le miroir déterminait plus promptement la confusion des anneaux sous des incidences obliques, que ne le faisaient les plaques de verre convexes-concaves d'inégale épaisseur.

Ces phénomènes, que j'avais tous prévus par la théorie avant de pouvoir les réaliser par l'expérience, montrent donc de la manière la moins douteuse que les molécules de lumière rejetées obliquement de la surface du miroir, prennent en revenant à la lame des accès d'inégales longueurs, suivant leur obliquité; ce qui les dispose à se réfléchir ou à se transmettre, quand elles

sont revenues à la lame : et les longueurs absolues de ces accès, ainsi que leurs variations par l'obliquité, doivent être aussi exactement telles que Newton les a assignées, puisqu'après que ces alternatives se sont répétées jusqu'à trois cent mille fois et davantage dans des intervalles d'air de quarante et cinquante millimètres, elles forment encore après leur passage dans la lame des anneaux, dont la grandeur, la coloration et les changemens sous des incidences diverses sont exactement et numériquement tels que la théorie les donne, comme nous nous en sommes assurés en les suivant et les mesurant même à ces grandes épaisseurs.

Mais voici d'autres résultats bien plus extraordinaires que cette même théorie résout encore. M. Pouillet ayant, dans une de nos expériences, couvert le miroir avec un diaphragme de papier noirci, percé à son centre d'un trou circulaire, remarqua que ce diaphragme, un peu avant de toucher le miroir, produisait sur le carton quelques anneaux réfléchis très-faibles, mais concentriques au trou de la fenêtre, comme ceux que nous avions déjà observés. M'ayant fait remarquer ce phénomène, je crus d'abord que c'était un effet de la diffraction que les rayons lumineux éprouvent quand ils passent près des extrémités des corps, comme nous l'expliquerons plus loin; et je jugeais que ces faibles anneaux étaient ainsi produits par les rayons de lumière qui avaient passé très-près des bords intérieurs du diaphragme de papier noir; mais un examen plus attentif me fit voir que cette idée n'était pas fondée, et me conduisit à penser qu'il existait dans l'ouverture même du diaphragme une force réfléchissante extrêmement faible par la continuation du pouvoir réflecteur des surfaces environnantes. En effet, lorsqu'une molécule lumineuse se trouve à quelque distance d'une surface qui tend à la repousser, la force qui agit sur elle n'émane pas uniquement d'un seul point de la surface, mais de tous ces points, et même d'une petite profondeur dans l'intérieur de la substance du corps. Seulement dans cette action simultanée, les parties les plus efficaces de la surface sont celles qui se trouvent situées perpendiculairement au-devant de la molécule lumineuse; et l'influence des parties environnantes

diminue à mesure qu'elles s'éloignent de la perpendicularité, parce qu'elles agissent sur la molécule lumineuse de plus loin et dans un sens moins directement opposé à sa vitesse d'introduction. Si les forces qui en émanent sont de nature à décroître avec la distance d'une manière infiniment rapide, l'effet de ces composantes latérales sera presque nul comparativement à l'action perpendiculaire, et en enlevant la partie de la surface qui agit dans ce dernier sens, l'effet total devra devenir sensiblement nul. Il paraît que cela est ainsi, par exemple, pour les forces qui produisent les réfractions ordinaires, mais cela n'a plus lieu lorsque la loi de décroissement est un peu moins rapide. Alors en supprimant l'action perpendiculaire, l'effet des parties latérales peut encore rester assez sensible pour être aperçu. Il paraît que la force qui produit la réflexion est dans ce cas, et en effet beaucoup d'indices tendent à montrer que son influence s'étend plus loin que celle des forces réfringentes. Alors quand on place devant le miroir une plaque percée d'un trou qui correspond à son centre, le pouvoir réflecteur qui émane de toute la surface de cette plaque peut n'être pas tout-à-fait nul, même au centre du trou, si la grandeur de celui-ci n'est pas trop considérable; et son énergie doit aller en croissant depuis ce centre jusqu'aux bords, où elle redevient complète. Or, dans ce cas, les molécules lumineuses qui passent par le trou pour aller au miroir, et qui, réfléchies du miroir, reviennent passer par le trou, doivent y éprouver absolument tous les effets que nous avons vus devoir résulter généralement d'une force réfléchissante; c'est-à-dire, que lorsqu'elles y passent elles doivent y prendre de nouveaux accès comme en traversant toute autre surface réfléchissante, et que lorsqu'elles y reviennent elles peuvent être aisément réfléchies ou transmises, selon les états divers qu'elles tiennent de leur nature et de l'obliquité de la réflexion; de sorte que si une force réfléchissante très-énergique les rencontrant alors peut en repousser un grand nombre vers le miroir en laissant passer le reste, il devra également arriver qu'une force réfléchissante même extrêmement faible en repousse un certain nombre très-petit de celles qui seront alors les plus dispo-

sées à la réflexion ; et si l'absence de ce petit nombre de particules réfléchies peut déterminer une coloration sensible dans le reste de la lumière transmise, on conçoit qu'il en devra résulter, à toutes distances, des anneaux colorés exactement pareils, à l'intensité près, à ceux qu'un pouvoir réflecteur plus énergique nous a présentés. D'après cela, les anneaux ainsi formés avec le même miroir devront avoir exactement les grandeurs que nous avons plus haut déterminées pour chaque distance. Ils devront aussi avoir le même ordre de coloration ; et la forme des ouvertures des diaphragmes, ainsi que leur grandeur, ne devra changer en rien les dimensions absolues des anneaux, mais seulement faire varier l'intensité de leur coloration en certaines parties, la rendant plus vive dans les endroits où les bords des ouvertures plus rapprochés déterminent entre elles un pouvoir réflecteur plus énergique, et la rendant plus pâle ou même tout-à-fait inappréciable dans les endroits où l'écart plus considérable produit une force répulsive plus faible ou tout-à-fait incapable de renvoyer en arrière un nombre suffisant de particules, pour produire une coloration appréciable aux yeux. Or, toutes ces conséquences, qui dérivent rigoureusement du principe que les forces réfléchissantes sont sensibles jusqu'à des distances mesurables ; ces conséquences, dis-je, sont entièrement confirmées par les faits, comme on va le voir.

Nous avons substitué aux lames de mica des expériences précédentes une plaque de cuivre noircie des deux côtés, et percée à son centre d'une ouverture circulaire ayant cinq millimètres de diamètre. Cette ouverture a été centrée sur l'axe du trait incident qui était perpendiculaire au miroir ; seulement on l'a successivement amenée à diverses distances de sa surface. Ces distances ont été mesurées comme précédemment sur la tige horizontale divisée. Les choses étant ainsi préparées et le centrage parfaitement établi, on a vu autour du trou de la fenêtre des anneaux concentriques d'une coloration faible, mais pourtant assez sensible pour que l'on en pût mesurer un certain nombre. C'est ce que l'on a fait, et l'on a choisi pour chacun d'eux l'endroit où la teinte rouge paraissait

la mieux marquée, tant parce que cette teinte était la plus distincte de toutes, que parce qu'elle rendait les résultats comparables avec ceux que les lames continues nous avaient donnés. Voici maintenant les valeurs observées pour diverses distances du diaphragme au miroir. Celle du miroir au trou de la fenêtre était toujours 1006^{mm}.

Distance du diaphragme au miroir, mesurée sur la division.	2^{mm}.	4^{mm}.	9^{mm}.	16^{mm}.	25^{mm}.
2e anneau rouge..	41,5	27,5	18,75	14	11
3e.....	53,25	35,5	25	18	15
4e.....	non obs.	42,7	28	21,75	17,75

Le premier rouge jaunâtre qui entoure la tache centrale a toujours été trop peu distinct pour être observé. Il en est de même du quatrième ordre dans la distance la plus petite. Tous les autres, dans les diverses séries, suivent le rapport inverse des racines carrées des distances, conformément à la théorie; et, en les comparant à ceux que nous avons obtenus, page 213, avec des lames continues placées aux mêmes distances, on voit qu'ils ont des grandeurs exactement égales. L'ouverture vide du diaphragme agit donc ici comme une lame placée à pareille distance, ou plutôt cette ouverture n'agit point par elle-même; mais les forces réfléchissantes de la partie matérielle de la plaque agissent de loin sur les molécules lumineuses qui se présentent pour y passer.

Cette expérience faite, nous avons employé un autre diaphragme circulaire percé de même dans une lame de cuivre noircie, d'épaisseur pareille à la précédente; mais son ouverture n'était que de deux millimètres et demi. On l'a placée à une distance de quatre millimètres du miroir; elle a donné les résultats suivans :

1er anneau rouge, 17^{mm}; 2e... $28^{mm}\frac{1}{3}$; 3e... 37^{mm}.

Ces diamètres peuvent être regardés comme les mêmes que dans l'expérience précédente; car les petites différences qu'on

y observe, surtout dans le premier rouge jaunâtre, supposent dans la distance du diaphragme au miroir une erreur trop petite pour que nous puissions en répondre. Ici les anneaux étaient plus distincts et plus colorés, puisque l'on a pu mesurer même le premier rouge. En effet, la force réfléchissante dans l'intérieur du diaphragme avait dû devenir plus énergique, par le rapprochement des surfaces qui la terminaient; et en outre, le rétrécissement du trait solaire, diminuant le nombre des cônes qui empiétaient les uns sur les autres, avait dû donner aux anneaux plus de netteté.

Nous avons essayé aussi un trou circulaire de 1 millimètre de diamètre, percé dans une pareille plaque de cuivre, et un autre, d'un diamètre à peu près égal, percé dans une plaque de carton noirci. Tous les deux ont été placés successivement à 3 millimètres du miroir, et ils ont donné les résultats suivans :

	Diaphragme de cuivre.	Diaphragme de carton.
1er anneau rouge.	17^{mm}	17^{mm}
2e.....	31	29,5
3e.....	39,25	39,5

Ces résultats s'accordent parfaitement entre eux et avec les précédens; ainsi la nature de la substance dont est fait le diaphragme peut influer sur l'intensité des anneaux, mais non sur leur grandeur.

Ayant ainsi terminé l'essai des diaphragmes circulaires, nous en avons essayé un qui était carré, de deux millimètres de côté; il nous a donné de même des anneaux ronds, que l'on n'aurait pu en aucune manière distinguer des précédens. Nous lui en avons substitué un autre, qui était un rectangle allongé, dont le grand côté avait de longueur $6^{mm},75$, et le petit 0,8; en sorte que le premier était au second comme $8\frac{1}{2}$ à 1 : nous avons eu encore des anneaux ronds et concentriques au trou de la fenêtre; mais leur intensité en diverses parties de leur périmètre était très-

inégale. Elle était fort vive parallèlement au grand côté AB du rectangle, fig. 45, et très-faible, même presque insensible parallèlement aux petits côtés. Cela se conçoit très-bien, en considérant que tous les pinceaux de rayons infiniment minces qui arrivaient au miroir par le diaphragme, produisaient à leur retour des anneaux d'égale grandeur, ayant pour axe particulier l'axe même du pinceau à son incidence. Or, de tous les pinceaux ainsi réfléchis, il n'y avait presque que ceux qui se dirigeaient dans l'axe du miroir, dont les anneaux pussent traverser entièrement le diaphragme. Pour les autres, qui tombaient plus haut ou plus bas, la partie de leurs anneaux parallèle aux grands côtés du rectangle était presque aussitôt arrêtée par la matière même de la plaque, et par conséquent ne recouvrait point les premiers; au lieu que ce recouvrement s'opérait dans la partie des anneaux qui était parallèle aux petits côtés du rectangle. En outre, les molécules qui allaient à ces parties des anneaux passaient, pour la plupart, fort loin des extrémités AA, BB du diaphragme, et presque dans la ligne intermédiaire entre les grands côtés AB; deux circonstances qui devaient atténuer l'effet des forces répulsives qui agissaient sur elles, et par conséquent faire qu'un très-petit nombre étaient réfléchies une seconde fois vers le miroir; au lieu que dans les parties des anneaux parallèles aux grands côtés du rectangle, les molécules lumineuses, en retournant au diaphragme, se rapprochaient de ces grands côtés, et par conséquent arrivaient dans les parties de l'ouverture, où la force répulsive des surfaces environnantes devait être le plus sensible; de sorte qu'un plus grand nombre d'entre elles devaient être réfléchies en dedans. Il y avait donc en ces endroits une réflexion plus énergique opérée sur des molécules appartenantes à des anneaux plus rapprochés; deux circonstances qui devaient concourir à produire une plus grande distinction.

Mais, malgré ces différences, les diamètres des anneaux sont toujours restés les mêmes que dans les expériences précédentes. Car, en les mesurant dans le sens où ils étaient le plus lucides, c'est-à-dire perpendiculairement aux grands côtés du rectangle,

et dans la partie rouge de chacun d'eux, le diaphragme étant placé à 4 millimètres du miroir, on a trouvé :

1er anneau rouge (1).....	17^{mm}
2e.....	27
3e.....	36
4e.....	42,75
5e.....	$49\frac{1}{4}$.

Ce qui s'accorde très-bien avec les résultats obtenus sur les diaphragmes circulaires page 218, et avec des lames continues page 213.

Enfin nous avons réduit le diaphragme à n'être plus que le simple bord rectiligne d'un plan de cuivre noirci, et il nous a encore donné des anneaux de même dimension que les précédens, et dont la circularité était évidente, fig. 46; mais l'intensité de ces anneaux n'était vive et bien marquée que parallèlement au bord qui les produisait, et dans les endroits où ils étaient formés par des rayons qui avaient passé près de ce bord; à partir de là, leur lumière allait toujours en se dégradant peu à peu d'un côté et d'un autre, jusqu'à devenir enfin tout-à-fait insensible à quelque distance. Si l'on plaçait la tête près du trou de la fenêtre, de manière à recevoir dans l'œil la partie sensible des franges, leur lumière, arrivant directement à cet organe, faisait voir le plan de cuivre bordé des plus vives couleurs, quoiqu'il fût lui-même parfaitement noir. Tous les autres diaphragmes ont produit sur leurs bords des effets pareils, analogues à ceux que nous avons observés avec les plaques épaisses de verre, et que la théorie apprend de même à calculer.

Ceci nous a expliqué comment le duc de Chaulnes avait observé des anneaux, même en présentant devant le miroir un simple réseau de fils d'argent rectangulaires. Car, qu'est-ce qu'un pareil réseau, sinon un système de diaphragmes placés à côté les uns des autres? Nous avons répété cette expérience avec un

(1) Il faut toujours se rappeler que le premier ordre de rouge est le rouge jaunâtre, qui entoure la tache centrale.

réseau formé aussi de lamelles métalliques noircies, et nous avons, en effet, obtenu des anneaux. Mais ils n'étaient point carrés, comme le duc de Chaulnes les vit ou les crut voir; car, bien que leur intensité suivît, comme elle devait le faire, la direction des lames croisées, néanmoins on pouvait saisir très-aisément la forme circulaire de l'ensemble, et s'assurer par des mesures directes que les diamètres étaient les mêmes que nous avons trouvés dans tous les autres cas. C'est ce que nous avons fait, et l'accord a été pareil à celui des expériences précédentes.

Jusqu'ici nous n'avons considéré l'action des diaphragmes que sous les incidences perpendiculaires; mais, pour achever de constater l'identité de cet effet avec celui des lames continues, il fallait les comparer sous des incidences obliques, et s'assurer qu'ils produisissent des effets pareils. Pour réaliser cette épreuve, nous avons incliné un peu notre miroir, de manière que le rayon réfléchi régulièrement s'écartât un peu du centre de l'ouverture faite dans le volet de la fenêtre. Alors nous avons reconnu que le centre des anneaux déplacés ne suivait pas le trait réfléchi, mais restait à moitié chemin entre lui et le trait direct, comme dans les expériences faites avec les lames continues. Même en employant des diaphragmes circulaires, nous avons poussé l'écart des deux traits assez loin pour que la tache blanche commençât à se changer en un anneau blanc, auquel les deux traits restaient adhérens comme deux parhélies; nous avons vu ainsi cette tache s'obscurcir à son centre; mais la faiblesse de la réflexion ne nous a pas permis d'y voir naître les couleurs des anneaux intérieurs, et la coloration cessait toujours d'être sensible avant qu'on eût atteint l'écart nécessaire pour que ces anneaux intérieurs pussent se développer. Je dois prévenir que ce mode de déplacement des anneaux dans les reflexions obliques, la position de leur centre entre le trait réfléchi et le trait direct, enfin la transformation de la tache blanche en un anneau blanc, auquel ces deux traits restent attachés, sont autant de caractères par lesquels le genre de phénomènes que nous venons d'examiner se distingue essentiellement de ceux que produit

la diffraction. Celle-ci, comme nous le verrons par la suite, donne également des anneaux lumineux concentriques, quand on fait passer la lumière à travers des ouvertures circulaires. Mais d'abord, pour que la séparation de ces anneaux et leur coloration soient sensibles, il faut nécessairement que les ouvertures soient beaucoup plus petites que celles dont nous venons de faire usage; secondement, les cônes qui forment les anneaux divergent à partir des ouvertures mêmes; et si on les reçoit sur un miroir pour les réfléchir obliquement, la tache blanche, qui est originairement placée au centre des anneaux, reste toujours à leur centre, et en est toujours environnée. Enfin, on verra aussi que les lois mêmes des deux phénomènes diffèrent essentiellement dans leurs lois les plus intimes, c'est-à-dire dans les rapports des diamètres des anneaux simples ou composés, de différens ordres, et par conséquent dans l'ordre de coloration. Au contraire, si l'on compare l'effet des diaphragmes vides à celui des lames continues, on y reconnaît une identité parfaite dans la grandeur des anneaux pour les mêmes distances, dans leur coloration, leur relation de grandeur, et leur marche dans les changemens d'incidence, tellement que le phénomène de l'intensité seule, et la différence de vivacité des couleurs, peut faire distinguer les résultats obtenus par l'un ou l'autre procédé. Cette identité absolue d'effet nous découvre donc avec évidence l'identité des forces qui la produisent, et qui ne diffèrent entre elles que par l'intensité de leur action; et par conséquent nous en pouvons conclure que le pouvoir réflecteur des corps matériels s'étend jusqu'à une distance fort sensible de leurs extrémités; de sorte que, si l'on pratique dans leur surface un trou qui les traverse de part en part, les molécules lumineuses qui passeront par ce trou ressentiront encore l'influence répulsive des parties environnantes de la surface, laquelle sera d'autant plus énergique, qu'elles passeront plus près de ses bords; et l'effet en sera le même, à l'intensité près, que celui des forces réfléchissantes directes, c'est-à-dire qu'il s'opérera en ces endroits vides une véritable réflexion des molécules lumineuses, comme sur les lames con-

tinues ; et cette réflexion, quoique infiniment plus faible, s'exercera encore suivant les mêmes lois, c'est-à-dire qu'elle agira de préférence sur les molécules lumineuses qui se présenteront à elle dans les phases les plus énergiques d'un accès de facile réflexion, et que, dans la diversité de son influence sous des incidences diverses, elle se conformera en tous points aux lois numériques que Newton nous a développées.

Explication des Couronnes colorées qui paraissent autour des Astres.

De même que la lumière blanche produit des anneaux colorés en traversant des lentilles de verre, ou de simples intervalles d'air terminés par des surfaces réfléchissantes, elle doit également en produire en traversant des globules sphériques composés, soit d'eau entièrement liquide, soit d'une simple enveloppe aqueuse, renfermant de l'air ou des vapeurs. Or l'une ou l'autre de ces formes, et toutes les deux peut-être, constituent communément les nuages et les brouillards. La première est sans doute celle de la pluie lorsqu'elle tombe, et le phénomène de l'arc-en-ciel en offre une preuve frappante, puisque les réfractions transmises qui le produisent ne peuvent s'effectuer que dans des globules entièrement liquides. Mais la forme d'une simple enveloppe paraît mieux convenir aux élémens de ces légers nuages que nous voyons souvent flotter si haut et si long-temps dans l'atmosphère sans se condenser en pluie. Un physicien fort exact, Saussure, a cru même s'être assuré d'avoir vu des enveloppes semblables et de véritables ballons d'air jaillir de la surface de l'eau bouillante, noircie par une infusion de café, et il dit les avoir vu bondir à plusieurs reprises sur cette surface. Il leur donna le nom de *Vapeur vésiculaire*, qui leur est depuis resté. D'après cela, il est naturel d'examiner si les réflexions successives de la lumière dans de pareils globules sphériques, ne suffiraient pas pour produire les couronnes dont les astres paraissent souvent environnés quand leur disque brille au travers de légères vapeurs, sans recourir

aux formes compliquées de globules qu'Huyghens a imaginés pour y satisfaire.

Newton a indiqué cette application de la théorie des accès, du moins pour les globules entièrement liquides; mais il n'a pas indiqué la marche qu'il avait suivie pour la réaliser, et il s'est borné à donner les valeurs numériques des diamètres apparens des couronnes, en supposant aux globules d'eau une certaine grosseur, laquelle même n'est pas celle qui se trouve indiquée dans le paragraphe de l'optique, où l'exemple est rapporté. Ce paragraphe fut ajouté par Newton, comme il le dit lui-même, long-temps après avoir terminé le reste de l'ouvrage, et il le recueillit de quelques cahiers détachés. On peut croire que la difficulté de rassembler complètement ces anciennes spéculations, et de revenir sur des idées qu'il avait perdu de vue, a empêché Newton de développer cette matière autant que le reste : je vais donc tâcher d'y suppléer pour les deux constitutions de globules sphériques, que j'ai indiquées plus haut.

Nous devons d'abord prendre comme données, les mesures de trois couronnes que Newton observa lui-même dans le mois de juin de l'année 1692. Les couleurs de la couronne intérieure étaient en dedans, près du soleil, du bleu, en dehors du rouge, et au milieu, entre le bleu et le rouge, du blanc. Les couleurs de la seconde couronne étaient du pourpre et du bleu en dedans, un rouge pâle en dehors, et du vert au milieu. Celles de la troisième couronne étaient un bleu pâle en dedans, et un rouge pâle en dehors. Ces teintes s'entouraient l'une l'autre immédiatement, de sorte qu'en les comptant depuis le soleil et du centre vers la circonférence, elles étaient disposées dans cet ordre continu : BLEU, blanc, rouge, pourpre; BLEU, vert, jaune pâle, rouge; BLEU PALE, rouge pâle. Newton mesura le diamètre apparent de la seconde couronne, dans la zone dont la couleur était intermédiaire entre le jaune et le rouge; il le trouva de 9° 20′ environ. Il n'eut pas le temps de mesurer les diamètres de la première et de la troisième couronne, mais celui de la première

paraissait d'environ 5 ou 6 degrés, et celui de la troisième d'environ 12.

Remarquons d'abord que, dans chaque couronne, les rayons les moins réfrangibles, qui sont les rouges, se trouvent les plus déviés ; et que les bleus, qui sont les plus réfrangibles, se trouvent les moins déviés. Cette circonstance, qui se reproduit dans les trois couronnes, nous montre qu'elles ne sont pas produites par une simple réfraction des rayons à travers des globules soit liquides, soit remplis de gaz ; comme sont ceux dont on peut concevoir que les nuages sont formés. Car, si ce ne sont que de simples enveloppes, les rayons traverseront chacune de leurs surfaces sans être dispersés ; et si ce sont des globules liquides, ils ne peuvent pas dévier l'axe des faisceaux lumineux qui les traversent ; ils doivent seulement les condenser derrière eux sous la forme d'un cône fort court, et les concentrer très-près de leur surface en un foyer ; après quoi ces rayons divergeant de nouveau, et les cônes produits par les différens globules se pénétrant les uns les autres, il doit en résulter un mélange de tous les rayons et de toutes les couleurs qui doit produire la sensation du blanc ; c'est en effet ainsi que la chose arrive d'ordinaire, car les couronnes ne paraissent ainsi autour du soleil et de la lune que dans des cas très-peu communs.

Pour concevoir, d'après la théorie des accès, comment elles peuvent se former dans des globules sphériques, soit gazeux, soit liquides, considérons, fig. 47, un pareil globule dont C soit le centre, et qui, étant suspendu dans l'air, soit éclairé par des rayons que nous supposerons tous parallèles entre eux, comme venant d'un astre très-éloigné. Isolons maintenant un faisceau très-mince de ces rayons, qui tombe perpendiculairement sur la première surface du globule, et passe par son centre C. Ce faisceau, à son incidence en I, éprouvera d'abord une réflexion partielle ; la portion qui échappera, traversera le globule, éprouvera une nouvelle réflexion à sa seconde surface ; enfin ce qui aura échappé repassera dans l'air, suivant R T, parallèlement à sa direction primitive. Mais, outre la portion de lumière qui est réfléchie régulièrement en R, et retourne suivant le rayon R C I, il y aura un certain nombre

de molécules qui, subissant la réflexion irrégulière, seront renvoyées dans toutes les directions, comme nous avons vu qu'il arrive à la seconde surface des verres épais. Considérant donc le point R comme un centre rayonnant, duquel toutes ces molécules émanent, on voit que lorsqu'elles sont revenues à la première surface du globule, elles ne peuvent pas toujours en sortir; mais il doit y avoir pour elles des conditions d'émergence analogues à celles que nous avons observées dans les plaques épaisses, et qui dépendront de même de la longueur du trajet des molécules lumineuses, comparée à la longueur de leurs accès obliques. En poursuivant cette analogie tout-à-fait rigoureuse, on conçoit que la lumière ainsi réfléchie de R, devra ici, comme dans les lentilles, former, après son émergence, des anneaux colorés concentriques autour de l'axe SIR, et qui deviendraient sensibles, si on les recevait sur un carton placé entre le globule et le soleil, pourvu qu'on le fixât à une distance convenable, et qu'on y laissât seulement une petite ouverture F, pour laisser passer le faisceau très-mince de rayons incidens.

Ces anneaux ne sont pas ceux qui constituent les couronnes, puisque celles-ci s'observent du côté opposé des globules; mais on peut les en déduire. En effet, soit i le point d'émergence d'où sortent, vers le soleil, les molécules qui forment ainsi, par transmission, le premier anneau d'une certaine couleur simple, par exemple, du violet le plus réfrangible; et soient i', i'' les points d'émergence des autres anneaux de différens ordres formés par cette même couleur. Il se trouvera entre eux d'autres points r, r', correspondans à des épaisseurs à peu près intermédiaires, et tels que les molécules de même nature qui s'y présenteront pour sortir du globule, seront réfléchies en dedans suivant $r\varrho$, $r'\varrho'$. Or, si l'on se borne à considérer des directions de réflexion très-peu éloignées de l'axe central IR, les incidences en r, r', r''... seront presque perpendiculaires, par conséquent les forces réfléchissantes y seront très-faibles, et ainsi les molécules réfléchies de ces points ne pourront l'être qu'autant qu'elles se seront trouvées en y arrivant très-près du milieu d'un accès de facile réflexion.

Si elles étaient alors exactement à ce milieu, comme les cordes Rr, $r\varrho$, avant et après la réflexion, sont égales et également inclinées sur les normales CR, $C\varrho$, il est clair que, dans leur retour en ϱ, les molécules lumineuses se retrouveraient exactement dans le même état où elles étaient en partant de R; et comme elles avaient été réfléchies en R, elles le seraient encore en ϱ. Mais cette réciprocité n'aura plus lieu nécessairement pour les molécules qui, en se réfléchissant des points $r\,r'$, seront un peu avant ou un peu après le milieu d'un accès de facile réflexion. Car le cours des accès se poursuivant après la réflexion, comme si les molécules avaient continué à se mouvoir en ligne droite, la quantité dont elles se trouveront écartées en r du milieu de l'accès, ne fera en ϱ que s'ajouter ou s'ôter à la phase dans laquelle elles se trouvaient lors de leur première réflexion en R. Or, dans la zone lumineuse qui se réfléchit de r et des points environnans, il se trouvera toujours un certain nombre de molécules que cette addition ou cette soustraction jettera en ϱ assez loin d'un accès de réflexion pour que les forces réfléchissantes ne puissent plus les renvoyer en arrière, et alors ces molécules se transmettront. De cette manière, la zone lumineuse réfléchie de r sortira en partie par le point ϱ, et formera, après son émergence, un faisceau lumineux qui pourra être aperçu par un observateur convenablement placé (1).

---

(1) Le raisonnement que nous employons ici, lève une contradiction apparente que Boscovich avait cru découvrir entre la théorie des accès et la formation de l'arc-en-ciel extérieur. On sait que dans ce genre de phénomènes, les rayons efficaces SI, fig. 48, subissent deux réflexions successives dans l'intérieur de la goutte, en R et R′: Or, disait Boscovich, la corde IR étant précisément égale à la corde RR′, et l'une et l'autre étant également inclinées sur la surface réfléchissante, les accès suivant RR′ doivent être exactement les mêmes que suivant RI, et par conséquent les molécules qui sont entrées en I doivent sortir en R′, contradictoirement à ce que l'on observe. Ce raisonnement serait juste pour des molécules qui arriveraient en R exactement au milieu d'un accès de facile réflexion; car alors, à leur retour en R′, elles se trouveraient dans un accès de facile transmission, comme en I, et exactement dans la même phase. Mais il y a bien d'autres molécules que celles-là qui se réfléchissent du point R;

Ce raisonnement est applicable à toutes les zones de couleur simple qui, étant revenues à la première surface du globule, sont renvoyées une seconde fois en dedans par la réflexion régulière qu'elles y éprouvent. La même conclusion s'étend donc aussi aux franges composées qui résultent de l'ensemble de toutes les couleurs. Ainsi ces franges, revenues à la seconde surface du globule, y subiront encore une nouvelle réflexion régulière, qui en renverra une partie intérieurement, et laissera passer le reste vers l'œil. Et pour que ce partage n'altère point les couleurs des franges, il faudra que les diamètres des globules soient au moins quinze ou seize fois plus considérables que les longueurs des accès des particules violettes les plus réfrangibles. Alors les franges réfléchies intérieurement de la première surface seront vues à travers le globule, comme les anneaux colorés formés entre deux verres objectifs sont vus à travers l'épaisseur de ces verres. Car la réfraction que les franges subissent en sortant du globule pour aller vers l'œil, s'opérant sous une incidence presque perpendiculaire, est trop faible pour les dénaturer.

D'après cela, si l'on veut savoir comment les couleurs ainsi renvoyées par un seul globule seront distribuées après leur émergence, il suffit d'examiner comment elles le sont dans l'in-

---

surtout l'incidence en ce point étant aussi considérable qu'elle l'est pour les rayons efficaces, où elle va jusqu'à 45° 27′. Alors parmi celles qui sont réfléchies hors du milieu de leur phase en R, il doit toujours s'en trouver qui, à la fin du second trajet RR′, sont assez éloignées de leur état initial de transmission, pour pouvoir être une seconde fois réfléchies. De là résulte au point R′ une réflexion et une transmission partielle, qui se répètent de nouveau en R″, et ainsi de suite à toutes les autres incidences intérieures. Cette séparation peut même être ici opérée d'autant plus de fois, que sous l'incidence où elle a lieu, les forces réfléchissantes sont déjà considérablement plus énergiques que sous l'incidence perpendiculaire; seulement, afin que les réflexions successives n'altèrent point la dispersion que la première réfraction a produite, il faut que les gouttes d'eau aient une grosseur suffisante pour que leur seconde surface puisse réfléchir toutes les couleurs indifféremment. D'après la table de Newton, cette condition limite la plus petite valeur de leur diamètre à 58 millionièmes de pouce anglais, ou environ $\frac{1}{2000}$ de millimètre, mais elles peuvent être plus grosses indéfiniment.

térieur du globule même, au moment où elles viennent d'être réfléchies de la première surface. Or en partant de la réflexion primitive qui s'opère d'abord en R, nous voyons que toutes les molécules réfléchies directement suivant la ligne d'incidence RI, sortent ensemble par le point I. Ainsi la portion blanche du faisceau lumineux qui, ayant échappé en R à cette réflexion partielle ressort du globule et continue sa route suivant l'axe CRT, ne sera mêlée d'aucune lumière colorée. Cela aura même lieu à une certaine distance autour de cet axe jusqu'à ce que l'obliquité ait allongé les accès de quelques particules, d'une quantité telle qu'en arrivant en r elles aient assez changé de phase pour être réfléchies en arrière. Les premières qui se trouveront dans ce cas seront certainement les molécules violettes les plus réfrangibles, puisque leurs accès étant plus courts que ceux des autres particules, et s'allongeant par l'obliquité dans une proportion exactement pareille, leur nombre, sur une même longueur, doit diminuer plus rapidement d'une ou plusieurs unités. Après ces molécules, les premières qui seront réfléchies seront celles qui donnent l'indigo, puis le bleu, le vert, et enfin le rouge. Mais chaque espèce étant réfléchie entre certaines limites de déviation, les zones qui en résulteront empiéteront les unes sur les autres, et formeront des couleurs composées analogues aux anneaux réfléchis entre deux objectifs. Cette composition ne sera point altérée par la réflexion partielle en ϱ, si le globule est suffisamment épais; et elle ne le sera pas non plus par la réfraction que les molécules éprouvent dans leur émergence presque perpendiculaire. Ainsi les rayons violets sortiront d'abord seuls; mais bientôt les rayons indigo venant s'y mêler, ils formeront ensemble un bleu violacé; puis presque aussitôt les verts, jaunes, orangés, rouges commençant à se réfléchir avec eux en r, formeront un blanc qui se soutiendra pendant un certain intervalle, après quoi les couleurs venant à manquer successivement dans le même ordre qu'elles avaient suivi pour se réfléchir, le blanc se changera successivement en jaune pâle, en jaune, en orangé, en rouge, ce qui formera la

première couronne ; et, en poursuivant ce raisonnement pour les autres ordres, on aura de même les couronnes suivantes dont les couleurs seront disposées comme dans les anneaux réfléchis par des lames minces d'air, conformément à l'observation.

Nous n'avons considéré ici qu'un faisceau incident très mince passant par le centre des globules ; mais dans l'atmosphère, ils sont exposés à l'incidence de la lumière sur toute leur surface. Néanmoins, les résultats auxquels nous venons de parvenir n'en sont point altérés. Car, en vertu d'une propriété que nous constaterons bientôt par l'expérience, tous les globules très-petits, quelle que soit la nature de leur substance, ont la propriété d'écarter à distance la lumière qui tombe obliquement sur leur surface ; et cette expulsion commence à s'opérer d'une manière très-énergique à des grosseurs incomparablement plus considérables que celle où les molécules peuvent paraître colorées par la réflexion. En appliquant ceci aux globules qui forment les légers nuages où s'observent les couronnes, on conçoit qu'ils doivent écarter de même les parties latérales du faisceau incident qui leur arrive, et ne se laisser pénétrer que par ceux des rayons qui arrivent presque perpendiculairement à leur surface ; ce qui produit le même effet que si le faisceau incident eût été primitivement rendu très-mince et dirigé suivant leur centre, conformément à notre supposition.

L'arrangement des couleurs ainsi transmises par un seul globule, sera donc tel que le représente la fig. 49, le violet V′ étant le plus voisin de l'axe central, et le rouge R′ en étant le plus éloigné. Donc si un observateur avait son œil placé quelque part en T sur le prolongement de l'axe ou à une petite distance, il ne recevrait sur cette direction que de la lumière blanche ; mais, en s'écartant un peu plus à droite ou à gauche, il commencerait à recevoir des rayons violets, puis des rayons violets et bleus mêlés ensemble ; enfin, en s'écartant toujours davantage, il découvrirait successivement toutes les couleurs du premier anneau, puis celles du second, du troisième et ainsi de suite, autant que l'intensité de la lumière transmise leur donnerait assez de vivacité pour être aperçues. Or, si le soleil

brille à travers une nuée composée d'une infinité de pareils globules, tous d'égale grosseur, l'observateur n'aura pas besoin de se déplacer pour apercevoir ces diverses nuances; il les recevra en même-temps de différens globules, fig. 50; les plus voisins de l'axe lui envoyant les couleurs les moins déviées; et chaque série de molécules qui se trouvera sur une même surface conique ayant son sommet dans l'œil, ne pourra lui envoyer qu'une seule et même nuance. L'observateur verra donc ainsi tout autour de l'astre autant de couronnes concentriques, dont les nuances seront les mêmes que celles des anneaux réfléchis entre deux verres, et dont la régularité dépendra de l'égalité plus ou moins parfaite des globules dans lesquels ils se formeront.

Il ne reste plus qu'à fixer les angles visuels que doivent sous-tendre les couronnes, selon la grosseur des globules et leur nature. C'est ce que je vais faire en général, d'après la seule supposition que le globule soit sphérique, et sans rien préjuger sur la substance liquide ou aérienne dont il est formé. Pour cela, considérons une espèce quelconque de lumière simple, dont les accès suivant l'axe de globule aient la longueur i. Cherchons, relativement à cette couleur, les points d'émergence i, i', i'', d'où sortent les anneaux qui se formeraient du côté du soleil, fig. 51. Puis concevant, à partir de ces points, un rayon réfléchi idéal tel que ie, conduisons-le par réfraction hors du globule; il indiquera la direction du cercle obscur qui entoure la première ou la seconde, ou en général la xe couronne de la couleur que l'on a considérée, et il sera facile d'en déduire le diamètre de la couronne même.

Supposons donc que l'espèce de lumière simple dont il s'agit soit telle que les molécules réfléchies directement suivant l'axe RI ou $2a$ du globule aient dans cette longueur un nombre ν d'accès. Les molécules de même nature qui formeront le premier anneau transmis suivant Ri, en auront un nombre $\nu - 2$; celles qui formeront le second transmis suivant Ri' en auront un nombre $\nu - 4$, et en général celles qui formeront l'anneau de l'ordre x en auront un nombre $\nu - 2x$. Soit donc r l'angle de réflexion i'RI, iRI, qui répond à ces diverses circonstances;

désignons par e_x la corde Ri ou Ri'... parcourue par les molécules, enfin nommons i' la longueur de leurs accès sur cette corde, on devra avoir, comme dans la page 162,

$$2a = \nu i, \qquad e_x = (\nu - 2x)\, i'.$$

Or, nous avons en général, pour les accès obliques,

$$i' = \frac{i}{\cos u \cos r}, \qquad \sin u = \left(\frac{105 + n}{106}\right) \sin r.$$

Par conséquent, si l'on élimine i' et ν de la valeur de e_x, il viendra

$$e_x = \frac{2a - 2ix}{\cos u \cos r}, \qquad \sin u = \left(\frac{105 + n}{106}\right) \sin r.$$

Les angles RiI, Ri'I étant droits, on a en général

$$e_x = 2a \cos r, \qquad \text{donc} \qquad 2a \cos u \cos^2 r = 2a - 2ix.$$

Comme les angles r et u sont fort petits, on peut substituer $1 - \frac{1}{2}\sin^2 u$ à $\cos u$, $1 - \sin^2 r$ à $\cos r$, et négliger les quatrièmes puissances de ces sinus. Alors le terme constant $2a$ disparaît, et il reste

$$a(\sin^2 u + 2\sin^2 r) = 2ix.$$

Pour plus de simplicité, supposons, comme précédemment,

$$k = \frac{105 + n}{106}, \qquad \text{d'où} \qquad \sin u = k \sin r,$$

cette équation donnera

$$a(k^2 + 2)\sin^2 r = 2ix,$$

d'où

$$\sin r = \pm \sqrt{\frac{2ix}{a(k^2 + 2)}}.$$

Maintenant, l'angle de réflexion oblique I Ri étant r, on aura

$$\text{R}ie = 2r, \qquad ie\text{C} = r, \qquad \text{R C}e = 4r;$$

ieC est l'angle d'incidence intérieure pour le rayon idéal ie, dont nous suivons la direction. Ainsi, en appelant r' l'angle d'émergence oez de ce rayon, n étant le rapport de réfraction pour la substance du globule, on aura

$$\sin r' = n \sin r; \quad \text{donc} \quad \sin r' = \pm n \sqrt{\frac{2ix}{a(k^2 + 2)}}.$$

L'angle r' est compté autour de la normale Ce prolongée. Donc, si on le retranche de eCR qui est $4r$, on aura l'angle etz ou

coS, formé par le rayon émergent avec l'axe IR, lequel sera $4r - r'$. Ce sera donc là le demi-diamètre apparent formé par la couronne obscure de l'ordre x. Ainsi, en le nommant Δ_x, et supposant les arcs rr' assez petits pour qu'on puisse, dans les observations, les remplacer par leurs sinus, on aura

$$\sin \Delta_x = (4 - n) \sqrt{\frac{2\,ix}{a\,(k^2 + 2)}}.$$

Le demi-diamètre de l'anneau obscur de l'ordre précédent sera Δ_{x-1}; par conséquent l'anneau lumineux de l'ordre x réfléchi vers l'œil sera compris entre eux, quoique peut-être il ne tombe pas exactement au milieu de l'intervalle qui les sépare.

On obtiendra donc le diamètre même de cet anneau, sinon avec une rigoureuse exactitude, au moins d'une manière très-approchée, en diminuant seulement de $\frac{1}{2}$ la valeur de x dans l'expression précédente. Car cette diminution placera toujours la molécule lumineuse au milieu ou presque au milieu d'un accès de facile réflexion. Alors en nommant δ_x le demi-diamètre apparent de la couronne lumineuse de l'ordre x, on aura

$$\sin \delta_x = (4 - n) \sqrt{\frac{(2x - 1)\,i}{a\,(k^2 + 2)}}.$$

Voilà les dimensions des couronnes de différens ordres formées par une espèce quelconque de lumière simple. Mais d'après les observations que nous avons rapportées plus haut sur les plaques épaisses de verre ou d'air, on peut reconnaître que, dans ce genre de phénomènes, les diamètres des anneaux rouges composés s'écartent fort peu des lois qui conviennent aux anneaux rouges simples. Cela vient sans doute de ce que les longueurs des accès n'entrent dans l'expression des diamètres que par leurs racines carrées; car cette circonstance rapprochant considérablement de l'unité les petites fractions qui les expriment, doit aussi diminuer les intervalles qui séparent les anneaux simples de couleur diverse, et faire, par exemple, que les anneaux orangés et rouges se confondent sensiblement. D'où l'on voit qu'en mesurant les diamètres des couronnes

dans la partie la plus rouge, qui sera aussi la plus brillante, on y devra trouver des rapports très-peu différens de ceux que la théorie indique pour les anneaux simples. C'est en effet ce que l'expérience confirme, comme on le verra plus loin.

Si le globule est formé d'air ou de vapeur entouré d'une simple enveloppe aqueuse, il faudra prendre n égal à l'unité dans le coefficient du radical, puisqu'en négligeant l'épaisseur de l'enveloppe, comme on peut alors le faire, les rayons sortent de l'intérieur du globule dans l'air sans se dévier. De plus, la réflexion intérieure s'opérant dans cette circonstance sur la seconde surface de l'air environné d'eau, il faudra calculer le coefficient k, en y faisant n égal à $\frac{3}{4}$, ce qui donne à k la valeur $\frac{425}{424}$. Enfin il faudra employer pour i la longueur des accès dans l'air pour la lumière rouge, c'est-à-dire $\frac{1}{170528}$ de pouce anglais. Avec ces données, l'expression générale du demi-diamètre des couronnes pour les globules vides sera

$$\sin \delta_x = 3 \sqrt{\frac{(2x-1)i}{a(k^2+2)}}; \quad k = \frac{425}{424}; \quad i = \frac{1}{170528}.$$

Si le globule est plein et entièrement formé d'eau liquide, il faudra prendre pour n la valeur moyenne du rapport de réfraction qui convient au passage des rayons de l'air dans l'eau, c'est-à-dire $\frac{4}{3}$; et la réflexion intérieure s'opérant alors sur la seconde surface de l'eau environnée d'air, on devra employer aussi la même valeur de n dans k, ce qui rendra ce coefficient égal à $\frac{319}{318}$. Enfin il faudra employer pour i la longueur des accès dans l'eau, qui, pour la lumière rouge, $\frac{1}{227370}$ est avec ces données, l'expression générale du demi-diamètre des couronnes pour les globules liquides, sera

$$\sin \delta_x = (4-n) \sqrt{\frac{(2x-1)i}{a(k^2+2)}}; \quad k = \frac{319}{318}; \quad i = \frac{1}{227370}.$$

Avec ces élémens, on déterminera par la formule les diamètres apparens des couronnes de divers ordres, lorsqu'on connaîtra la grosseur des globules d'eau dans lesquels elles se forment, ou réciproquement si les diamètres apparens des couronnes sont données, on en déduira les grosseurs.

Le carré de sin δ_x est directement proportionnel à $2x - 1$, qui est toujours un nombre impair, et inversement proportionnel à a. Par conséquent, dans chaque série de globules d'une grosseur égale, les carrés des diamètres des couronnes simples de différens ordres suivront la série des nombres impairs; et, dans des séries de grosseur différente, les grandeurs des couronnes de même ordre, simples ou composées, seront réciproques aux racines carrées des diamètres des globules.

En appliquant la première de ces lois aux mesures des trois couronnes rapportées par Newton, on trouve qu'elles y satisfont exactement. Car, suivant lui, le diamètre apparent de la seconde couronne était $9^\circ \frac{1}{3}$, dont le carré fait 87,1111. D'après notre théorie, ce doit être $3y$, en représentant par y le facteur constant et inconnu qui doit exprimer ici le carré du diamètre du premier anneau. Conséquemment y vaudra $\frac{1}{3}$. 87,1111 ou environ 29; et le carré du diamètre de la troisième couronne ou $5y$ vaudra 145. Or, Newton rapport que le diamètre de la première couronne était entre 5° à 6° : prenons la moyenne 5,5, son carré sera 30. Il dit aussi que le diamètre de la troisième était d'environ 12°, ce qui donne le carré 144. On aura donc, en rapprochant les résultats,

	CARRÉS DES DIAMÈTRES	
	par la théorie.	par l'expérience.
1re couronne.....	29	30
2e.....	87	87
3e.....	145	144

Cet accord est aussi satisfaisant qu'on puisse le désirer.

Maintenant si nous voulons connaître la grosseur des globules qui produisaient ces couronnes, en les supposant liquides,

il n'y a qu'à élever la valeur de sin δ_x au carré, et nous en tirerons

$$\frac{a}{i} = \frac{(4-n)^2\,(2x-1)}{(k^2+2)\sin^2\delta_x}.$$

Nous avons trouvé que, pour l'espèce de lumière qui forme les zones les plus brillantes, la valeur de i dans l'eau est $\frac{1}{227370}$ de pouce. Substituant donc cette valeur, on aura le demi-diamètre du globule en pouces, qui sera

$$a = \frac{(4-n)^2\,(2x-1)}{227370\,(k^2+2)\sin^2\delta_x}.$$

Si l'on effectue le calcul numérique avec les valeurs des diamètres que Newton a observés, on trouve les résultats suivans :

	Demi-diamètres des couronnes observées.	Valeurs de $\frac{2a}{i}$ conclues.	Valeurs de $2a$ concl. en pouces anglais.
1re couronne.	2° 40′ (1)	2185	$\frac{1}{104}$
2e.....	4 40	2144	$\frac{1}{106}$
3e.....	6 00	2165	$\frac{1}{105}$

Les mesures des trois couronnes s'accordent ainsi pour

(1) J'ai diminué de dix minutes le diamètre que nous avions adopté d'abord pour la première couronne, parce que le résultat de cette supposition s'accorde mieux avec les deux autres mesures. Elle est d'ailleurs très-permise, puisque Newton s'est borné à dire que le diamètre de cette couronne était entre cinq et six degrés. Du reste, on peut remarquer que les nombres calculés par Newton (page 474 de la traduction de Coste), et donnés par lui comme exemple numérique, ne sont pas conformes à sa théorie ; car les carrés des diamètres qui en résultent suivent la série des nombres pairs 2, 4, 6, au lieu de la série des nombres impairs 1, 3, 5, qui convient aux couronnes réfléchies vers l'œil, comme le prouvent les mesures prises par Newton, et la description qu'il a donnée de la succession de leurs couleurs.

montrer que les globules, étant supposés liquides, devaient avoir, où les couleurs se formaient, environ $\frac{1}{109}$ de pouce ou $\frac{1}{9}$ de ligne de diamètre. Mais si on les suppose vésiculaires, leur diamètre devait être $\frac{1}{62}$ de pouce, ou $\frac{1}{5}$ de ligne; et dans cette étendue de $\frac{1}{5}$ de ligne, les molécules lumineuses qui forment la limite de l'orangé et du rouge subissaient environ 2750 accès tant de facile transmission que de facile réflexion. Donc, celles de ces molécules qui formaient la première couronne réfléchie et transmise vers le soleil, avaient dans l'intérieur du globule 2748 accès, celles de la troisième, 2746, et ainsi de suite indéfiniment. Mais ici, comme dans les anneaux colorés formés entre deux objectifs, la coloration décroît à mesure que le diamètre augmente, à cause de la superposition des couleurs simples, et les premières zones seules paraissent sensiblement colorées.

Je trouve encore quelques mesures de couronnes dans un ouvrage composé par M. Walker-Jordan, contre la théorie que Newton a donnée de ce genre de phénomène. Le 3 octobre 1797, ce physicien mesura, *avec un bon sextant*, les diamètres apparens de deux ordres d'anneaux concentriques qui paraissent autour de la lune. Ces diamètres, pris depuis le rouge extrême d'un côté jusqu'au rouge extrême de l'autre, furent tels qu'on le voit ici :

	1r Couronne.	2e Couronne.
1re observation.....	1° 50′	3° 20′
2e.....	2 0	3 20
3e.....	2 10	
Moyenne.....	2°	3° $\frac{1}{3}$
Carrés.....	4.	11 $\frac{1}{9}$

Ces carrés sont donc, à très peu de chose près, entre eux comme 1 est à 3, c'est-à-dire, dans la proportion indiquée par la théorie pour une lumière simple; cela tient, comme je l'ai

dit tout-à-l'heure, à la loi même du phénomène, et ces rapports en offrent une nouvelle confirmation.

Une autre fois, le 25 octobre 1797, M. Walker observa deux autres ordres de couronnes pareilles, et il en prit les mesures suivantes :

	1re Couronne.	2e Couronne.
1re observation.....	5° 36′	9° 28′
2e.....		10 16
Moyenne.....	5° 36′	9° 52′
Carrés.....	31 $\frac{2}{5}$	97 $\frac{1}{3}$

Ces carrés sont encore, à très-peu de chose près, comme 1 à 3. Ici, les globules étaient beaucoup plus petits que dans les précédentes observations.

L'accord de tous ces résultats avec la théorie, leur analogie avec ceux que Newton a si bien vérifiés dans les plaques épaisses de verre, montrent incontestablement que les couronnes observées autour des astres quand ils brillent à travers des nuages, peuvent être ainsi produites par une double réflexion dans les globules d'eau ou de vapeur vésiculaire dont ces nuages seraient formés. On peut en dire autant des couleurs qui s'observent dans les vapeurs de l'eau bouillante, lorsqu'elles s'élèvent entre l'œil et la lumière d'une bougie. Tous ces phénomènes se laissent ainsi résoudre sans cette construction compliquée des globules, par laquelle Huyghens a cherché à les représenter. Mais je serais loin d'affirmer qu'il ne fallût pas y recourir dans quelques circonstances, ni que les couronnes fussent toujours produites de la même manière; car, par exemple, on ne peut y rapporter celles que Bouguer a observées par réflexion, dans des nuages composés de vapeurs glacées, les diamètres suivant alors des lois différentes. Tout cela prouve qu'il faut faire beaucoup d'attention à ces phénomènes, s'en procurer des mesures exactes, et chercher, dans les apparences qui les

caractérisent, l'indication peut-être variable de la cause qui les produit.

Après tant d'applications si détaillées et si précises de la théorie des accès, il ne peut rester aucune incertitude sur l'existence de cette propriété de la lumière; mais on pourrait encore douter si les longueurs absolues des accès dans les substances diverses, sont, comme Newton le suppose et comme l'analogie l'indique, proportionnelles aux rapports de réfraction. J'ai fait construire un appareil qui met cette importante loi en évidence; c'est une espèce de boîte circulaire dont le fond est un miroir de platine, et le dessus un verre mince de même courbure que ce miroir. Cette disposition est, comme on voit, toute semblable à celle des lames de mica placées au-devant d'un miroir métallique. Aussi la plaque épaisse d'air, située entre deux, fait voir de même des anneaux dans la chambre obscure. Mais en remplissant la boîte avec différens liquides, on a des plaques d'autre nature, et aussi d'autres anneaux, aux mêmes distances. Or, leurs dimensions calculées sont toujours conformes à la loi des accès donnée par Newton.

Enfin, je terminerai ces recherches par une réflexion importante; c'est que tous les phénomènes qui dépendent des accès de facile transmission et de facile réflexion pourraient se représenter avec la fidélité la plus parfaite, en attribuant aux molécules lumineuses deux pôles, l'un attractif, l'autre répulsif, qu'elles présenteraient alternativement aux surfaces des corps, en tournant d'un mouvement uniforme autour de leur centre de gravité. Les molécules lumineuses et les surfaces des corps seraient alors dans le cas de deux aimans qui s'approcheraient l'un de l'autre par leurs pôles amis ou ennemis. Quand la molécule lumineuse, parvenue à une petite distance de la surface, présenterait son pôle ami, l'attraction qui en résulterait s'ajoutant à sa vitesse propre, augmenterait sa tendance à la transmission, sans la rendre toutefois inévitable, si la force réfléchissante était assez vive pour vaincre ces forces réunies. Quand, au contraire, la molécule se présenterait à la surface réfléchissante par son pôle ennemi, la répulsion qui en

résulterait affaiblirait d'autant la tendance à s'introduire que lui donne la direction de sa vitesse, et elle en deviendrait plus propre à être réfléchie. Dans cette manière de voir, l'intervalle des accès ne serait autre chose que le temps écoulé entre deux retours consécutifs des molécules lumineuses à une même phase de leur rotation, et les longueurs des accès seraient les espaces décrits par la molécule entre les époques de deux phases correspondantes. Puis donc que, d'après l'expérience, les longueurs des accès, sous l'incidence perpendiculaire, sont réciproquement proportionnelles aux rapports de réfraction des diverses substances, et par conséquent aux vitesses de la lumière dans ces substances là, il faudra que les temps absolus des rotations de chaque molécule soient réciproques aux carrés des vitesses, étant d'autant plus rapides que les milieux traversés par la lumiere seront plus réfringens; enfin les modifications que nous avons reconnues dans les accès, par suite des variations de réfrangibilité et d'obliquité, devront s'appliquer aux rotations de la même manière. Il paraît que Newton a eu cette idée, car il l'indique formellement dans le second livre de l'Optique, à la proposition 12e de la seconde partie. Mais il ne l'a point développée, sans doute afin de ne pas mêler une idée très-vraisemblable, mais seulement vraisemblable à la certitude qu'il avait obtenue de l'existence des accès. Ayant aujourd'hui plus de faits que n'en avait Newton pour éprouver cette conjecture, nous avons dû la développer davantage, en la donnant toutefois pour ce qu'elle est; et quand nous rencontrerons dans la suite des phénomènes qui s'y rapportent, nous aurons grand soin d'examiner s'ils la contredisent ou s'ils l'appuyent.

Des Couleurs produites par plusieurs réflexions successives.

M. Brewster a découvert récemment que les rayons de lumière blanche réfléchis plusieurs fois de suite entre des plaques de verre séparées par une couche d'air, finissent par se colorer très fortement, et d'une manière différente, selon le nombre et l'obliquité des réflexions. Ce phénomène est surtout sensible,

lorsque les plaques sont disposées parallèlement ou presque parallèlement l'une à l'autre. Alors, si on regarde la lumière des nuées à travers leur système, sous une incidence un peu oblique, on voit paraître sur toute leur surface une multitude de bandes colorées parallèles entre elles. La direction de ces bandes est toujours parallèle à la commune section des deux plaques, et elles se serrent d'autant plus, que les plaques sont plus inclinées l'une sur l'autre. Si, au lieu de la lumière des nuées, on regarde ainsi de près la flamme d'une bougie, les images formées par la réflexion successive paraissent vivement colorées, tant par transmission que par réflexion. On peut faire la même expérience dans la chambre obscure, en introduisant la lumière des nuées par un petit trou fait dans une plaque métallique. Alors, si l'on présente le système au-devant de ce trou, l'on en voit de même, par transmission et par réflexion, plusieurs images qui viennent des divers points du ciel. Or celles de ces images qui ont subi plusieurs réflexions sont colorées ; et, toutes choses égales d'ailleurs, les couleurs deviennent plus sensibles sur celles qui proviennent des réflexions plus nombreuses. M. Brewster dit n'avoir pu produire ce phénomène qu'en employant deux plaques d'égale épaisseur ; mais cette condition est si peu indispensable, que l'on peut obtenir des images colorées seulement avec trois surfaces, c'est-à-dire avec les deux surfaces d'une première plaque, et la première surface d'une seconde. Je me suis assuré positivement de ce fait, en ôtant à la seconde surface de la seconde plaque son pouvoir réflecteur par l'application d'une couche épaisse d'encre de Chine, et j'ai encore obtenu par réflexion des couleurs très-vives au-dessus de cette partie. Mais elles n'étaient pas les mêmes que dans les endroits où les quatre surfaces étaient libres, car elles changeaient subitement quand on ramenait le rayon visuel sur ces endroits-là. Ces phénomènes n'ont point été assez étudiés, pour qu'on puisse encore les ramener à la théorie des accès ; car on ne sait pas même quelle est la marche des rayons lumineux nécessaires pour les produire. Ce serait un sujet de recherches bien digne d'attention.

Sur ce qui fait que les Couleurs réfléchies ou transmises par les lames minces semblent émaner de leur substance.

La connaissance des conditions qui déterminent les molécules lumineuses à se réfléchir ou à se transmettre, quand elles rencontrent des surfaces réfléchissantes, va nous servir pour expliquer un phénomène qu'Euler a présenté comme contraire à la théorie de Newton, quoique dans la réalité, il en soit une conséquence. Lorsqu'on regarde un objet par réflexion sur des surfaces concaves ou convexes, et qu'il ne repose pas sur ces surfaces mêmes, le lieu apparent de son image dépend de leur courbure, de la position de l'œil et de la direction plus ou moins oblique suivant laquelle les rayons sont réfléchis; de façon que si l'un de ces élémens change, le lieu apparent de l'image change aussi, et se porte en-deçà ou au-delà de la surface réfléchissante, à des distances diverses. Rien de tout cela n'arrive aux anneaux colorés que l'on aperçoit entre deux verres objectifs. Quelle que soit la forme de la lame d'air qui les donne, ils semblent toujours exister entre les verres mêmes, comme s'ils étaient peints sur leur surface avec quelque enduit coloré.

Pour montrer la raison de ce fait, concevons d'abord que dans un milieu indéfini tel que l'air, on ait placé une plaque réfringente infiniment mince A B, fig. 52, à laquelle des rayons incidens d'une seule couleur simple S I, S′ I′ viennent se rendre de tous les côtés de l'espace. Lorsque les molécules lumineuses dont ces rayons se composent auront traversé la seconde surface A B de cette plaque, elles continueront leur route en partant de l'état initial où elles se trouveront à leur sortie de la surface, et avec les longueurs d'accès déterminées, tant par la nature du milieu où elles entrent, que par l'obliquité de leur introduction. Supposons maintenant qu'à une très-petite profondeur, de l'ordre de celles où les anneaux colorés sont encore sensibles, on place en R, dans le milieu réfringent, un élément de quelque surface transparente, dont la direction soit parallèle à A B, et qui soit assez peu étendu pour pouvoir être considéré

comme un point; ou, ce qui revient au même, plaçons à cette profondeur une surface diaphane A′ B′ d'une étendue indéfinie, dirigée parallèlement à la première A B, et considérons en particulier un des points R qui la composent. De tous les rayons de même nature qui parviennent en R, suivant des directions diverses, les uns passeront outre sans se réfléchir, les molécules qui les composent se trouvant alors faiblement disposées à la réflexion; les autres, au contraire, y subiront une réflexion partielle. Parmi ces derniers, supposons que S I R soit celui qui donne la réflexion la plus abondante après un certain nombre d'alternatives correspondantes à l'anneau réfléchi de l'ordre *n*: je dis qu'autour de ce rayon, à une petite distance, il y en aura encore d'autres, tels que S′I′, S″I″ qui, se dirigeant vers le point R, y subiront une réflexion du même ordre. Car, pour S′ I′, par exemple, le trajet I′R sera à la vérité moindre que I R; mais aussi, étant plus perpendiculaire que I R sur la surface A′ B′, les accès de ses molécules, après la transmission, seront plus courts, ce qui produira une sorte de compensation; et il y en aura de même une, en sens contraire, pour le rayon I″R situé de l'autre côté de I R. A la vérité, ni l'une ni l'autre de ces compensations ne sera exacte, parce que, d'après les lois des accès, la variation d'obliquité produit en pareil cas plus d'effet que la variation de la distance; mais du moins la dissimilitude d'état que les molécules éprouveront au point R en deviendra moins rapide; et comme il faut qu'elle ait dépassé certaines limites pour que la réflexion cesse de s'opérer, il s'ensuit que les rayons voisins de I R, jusqu'à une certaine distance, devront encore être réfléchis partiellement, quoique non pas si abondamment que ceux qui arrivent suivant I R. Cependant, à force de changer l'inclinaison, il viendra un terme après lequel les rayons de l'espèce que l'on considère cesseront de pouvoir être réfléchis en R; alors ceux qui viendront suivant des directions plus différentes, seront transmis, et cet état se soutiendra jusqu'à d'autres limites où les incidences étant suffisamment changées, la réflexion recommencera à s'opérer

de nouveau, mais dans un ordre d'anneau différent d'une unité en plus ou en moins.

Pour déterminer le lieu général de tous les rayons de même nature qui peuvent être ainsi réfléchis de R dans un ordre donné, il n'y a qu'à marquer sur le profil AB de la surface d'entrée les limites extrêmes de leurs incidences; puis menant du point R la perpendiculaire RN à cette surface, on fera tourner autour d'elle les lignes I′R, I″R; elles engendreront ainsi des surfaces coniques qui comprendront entre elles tous les rayons demandés; et si l'on fait tourner de même les lignes S′I′, S″I″, on aura les rayons incidens dont ils dérivent. Si donc on place au-dessus de A′B′ ou de AB un carton blanc où la lumière réfléchie s'arrête, les différens ordres de réflexion qui peuvent s'opérer en R, produiront sur ce carton des anneaux lumineux séparés par des intervalles obscurs; et si au lieu d'un carton, l'on place l'œil en quelque endroit de l'espace où les anneaux parviennent, l'ensemble des rayons réfléchis qui y arriveront formera un cône dont l'ouverture de la pupille sera la base, et qui, avant son émergence, aura son sommet au point R; de sorte que ce point semblera être un centre de rayonnement d'où les rayons seront émanés. Tout ceci est encore applicable dans le cas où la lumière incidente, au lieu d'être simple, serait composée de toutes les couleurs qui forment le blanc. Car pour chaque espèce de couleur, les conditions de la réflexion et de la transmission seront les mêmes sur une échelle différente, et ainsi chacune formera ses cônes suivant ses propres lois. Si l'on place l'œil dans l'espace où les rayons réfléchis s'étendent, ceux de différentes couleurs et de différens ordres qui pourront lui parvenir, formeront un cône composé d'une certaine nuance dont le sommet semblera encore être au point R.

Il en sera de même si l'on place l'œil au-delà de A′B′, de manière à recevoir les rayons transmis. Car, dans le faisceau entier de lumière blanche qui vient dans la pupille à travers le point R, il manquera le cône coloré qui a subi la réflexion par-

tielle, et les rayons transmis dont ils se sont séparés formeront un autre cône de couleur complémentaire ayant aussi son sommet en R.

Jusqu'ici nous avons supposé que l'élément R de la surface réfléchissante était parallèle à la première surface A B. Mais les résultats seraient aussi sensiblement les mêmes, si cet élément formait avec elle un angle assez petit pour que les longueurs des accès des molécules lumineuses réfléchies n'en fussent pas modifiées d'une manière notable; ce qui, d'après les lois que les accès suivent, permet encore des variations d'obliquité assez étendue. Or, tel est précisément le cas des lames minces formées entre deux verres très-peu courbes, comme sont celles où les anneaux colorés s'observent d'ordinaire; et ainsi quand on les expose à la lumière des nuées qui tombe de toutes parts sur elles, chacun des points de leur seconde surface doit devenir le sommet d'un cône coloré réfléchi et d'un autre cône transmis de couleurs complémentaires. Mais les épaisseurs de la lame en différens points étant inégales, ainsi que l'obliquité sous laquelle on les envisage, les couleurs réfléchies qui parviennent de ces points à l'œil doivent être différentes les unes des autres, et varier conformément aux lois dépendantes de la combinaison de ces deux élémens. Néanmoins, elles doivent toujours paraître rayonner de la seconde surface des verres, soit qu'on les reçoive dans l'œil, ou qu'on les fasse tomber sur des cartons blancs placés à distance.

Maintenant, au lieu de supposer la lame terminée par deux surfaces idéales infiniment minces, considérons le cas où elle serait comprise entre deux verres d'une forme et d'une épaisseur quelconque. Cela ne changera rien à la condition qui détermine les zones réfléchies de couleur constante, puisque la succession de ces zones dépend uniquement de la réflexion opérée dans la lame d'air même et du trajet plus ou moins long que les molécules lumineuses ont à parcourir dans la substance de cette lame avant de rencontrer sa seconde surface. Mais les verres que les rayons traversent avant de parvenir à la lame mince, modifiant leur incidence sur la surface par les réfractions

qu'ils leur font subir, la forme courbe, plane ou prismatique qu'on leur aura donnée, déterminera pour chaque point de la lame la forme du cône lumineux extérieur qui donnera telle ou telle couleur par la réflexion, et de même, après la réflexion, le cône renvoyé vers l'œil étant réfracté une seconde fois par les verres, prendra une nouvelle direction d'émergence avec laquelle il parviendra à l'observateur. Celui-ci ne verra donc point les anneaux à leur lieu véritable entre les deux verres, mais à leur lieu apparent déterminé par la réfraction ; et néanmoins, il les verra toujours comme s'ils rayonnaient à partir de la seconde surface de la lame, ou comme s'ils étaient peints sur cette surface, puisque la lumière qui les forme est réfractée comme serait celle qui émanerait de cette surface même. Telle est l'explication simple et rigoureuse du phénomène que nous avons considéré.

FIN DU LIVRE CINQUIÈME.

LIVRE SIXIÈME.

DE LA POLARISATION DE LA LUMIÈRE.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

Lorsque les molécules lumineuses traversent des corps cristallisés doués de la double réfraction, elles éprouvent autour de leur centre de gravité divers mouvemens dépendant de la nature des forces que les particules du cristal exercent sur elles. Quelquefois l'effet de ces forces se borne à disposer toutes les molécules d'un même rayon parallèlement les unes aux autres, de manière que leurs faces homologues soient tournées vers les mêmes côtés de l'espace. C'est le phénomène que Malus a désigné sous le nom de *Polarisation*, en assimilant l'effet des forces à celui d'un aimant qui tournerait les pôles d'une série d'aiguilles magnétiques, tous dans la même direction. Quand cette disposition a lieu, les molécules lumineuses la conservent dans toute l'étendue du cristal, et n'éprouvent plus de mouvement autour de leur centre de gravité. Mais il existe d'autres cas où les molécules qui traversent le cristal ne se fixent point à une position constante. Pendant tout le temps de leur trajet, elles oscillent autour de leur centre de gravité avec des vitesses et selon des périodes calculables. Quelquefois enfin elles tournent sur elles-mêmes avec un mouvement de rotation continu. Les recherches contenues dans ce Livre ont pour objet d'établir par des expériences directes l'existence des mouvemens divers que je viens d'indiquer, de prouver qu'ils se continuent réellement à des profondeurs très-sensibles dans l'intérieur même des corps, et d'en faire connaître les principales lois.

Ce genre de recherches doit son origine aux travaux de Malus : c'est lui qui a ouvert aux physiciens une carrière nou-

velle si riche et si féconde, qu'une fois qu'on y est entré et qu'on a saisi le fil des phénomènes, les découvertes se présentent d'elles-mêmes à chaque pas. Ainsi, avant tout, j'exposerai les propriétés fondamentales qu'il a reconnues dans les actions des corps sur la lumière; je décrirai les appareils nécessaires pour les observer, pour les mesurer avec exactitude. Je ferai connaître ensuite ce qu'on y a ajouté.

CHAPITRE PREMIER.

Procédés généraux par lesquels on produit la Polarisation fixe.

La principale découverte de Malus consiste à donner aux rayons lumineux une modification telle, que les molécules qui composent un même rayon échappent ensemble à la réflexion lorsqu'on les présente aux surfaces réfléchissantes par de certains côtés et sous de certaines incidences déterminées.

Pour en donner un exemple, supposons qu'un rayon solaire SI, fig. 1, tombe sur la première surface LL d'un plan de verre poli et non étamé, en formant avec ce plan un angle de 35° 25′; ce rayon se réfléchira suivant une ligne droite II′ en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence. Dans un point quelconque de son trajet, recevez-le sur un autre plan de verre L′L′ qui soit pareillement poli et non étamé : il y subira encore en général une seconde réflexion partielle. Mais cette réflexion deviendra nulle, si le second plan de verre forme aussi un angle de 35° 25′ avec la droite II′, et si, de plus, il est tourné de manière que la seconde réflexion se fasse dans un plan II′L′ perpendiculaire au plan SIL dans lequel la première réflexion s'est opérée.

Afin de faire mieux comprendre cette disposition des deux glaces, imaginons que II′ soit une ligne verticale, et que le premier plan de réflexion SIL soit le méridien, alors le second

plan de réflexion II′L′ sera le vertical qui passe par les points d'est et ouest.

Avant d'entrer dans les conséquences de cette remarquable expérience, je vais donner quelques détails sur la manière de la faire commodément et avec exactitude.

On peut imaginer bien des appareils propres à atteindre ce but. Celui que j'ai coutume d'employer est réprésenté dans la fig. 2. Il est très-simple, et suffit à toutes les expériences de la polarisation. Il est composé d'un tuyau T T′ aux deux bouts duquel on ajuste deux tambours qui peuvent y tourner à frottement ferme. Chacun d'eux porte une division circulaire qui marque les degrés. De deux points opposés de leur circonférence partent deux branches de cuivre T V, T′ V′, parallèles à l'axe du tuyau, et entre lesquelles est suspendu un anneau de cuivre A A, qui peut tourner autour d'un axe X X perpendiculaire à la direction commune des deux branches. Le mouvement de cet anneau est également mesuré par une division circulaire, et on peut l'arrêter par des vis de pression. Lorsqu'on veut exposer une lame quelconque aux rayons lumineux, on l'applique sur la surface de l'anneau, et on l'y fixe ; ensuite on peut lui donner toutes les situations imaginables relativement au rayon lumineux qui passe par l'axe du tuyau ; car le tambour, en tournant circulairement autour du tuyau, amène le plan de réflexion dans tous les azimuts possibles ; et le mouvement de l'anneau autour de son axe X X lui permet de présenter la lame au rayon incident sous toutes les inclinaisons. La division qui règle ce mouvement doit marquer zéro quand le plan de l'anneau est perpendiculaire à l'axe de la lunette, et les divisions des tambours doivent avoir leur zéro sur une même ligne droite parallèle à l'axe du tuyau. Il faudra donc, avant d'employer l'appareil, s'assurer que ces conditions sont satisfaites.

Si l'on veut, par exemple, répéter l'expérience de Malus, que nous avons rapportée tout-à-l'heure, on placera une glace sur chaque anneau, et on les disposera de manière qu'elles fassent chacune un angle de 35° 25′ avec l'axe du tuyau. Puis on amènera la division d'un des tambours sur zéro, et l'autre

sur 90°, afin que les plans de réflexions sur les deux glaces soient rectangulaires. Cela fait, on rendra le tuyau fixe, et on placera à quelque distance une bougie allumée dont on variera la position jusqu'à ce qu'un des rayons qui en émanent se réfléchissent suivant l'axe TT'. Cela arrivera lorsqu'en regardant à travers le tuyau, l'on y verra l'image de la bougie par réflexion sur la première glace. Les choses étant ainsi disposées, le rayon réfléchi rencontrera aussi la seconde glace sous le même angle de 35° 25'; alors, selon les diverses positions qu'on donnera au tambour T'T' qui porte cette glace, le rayon provenant de la seconde réflexion aura des degrés différens d'intensité, et il existera deux positions opposées du tambour où cette intensité deviendra tout-à-fait nulle. Il faut avoir soin de placer un corps noir derrière la glace L'L' du côté opposé à la lumière réfléchie, afin d'intercepter les rayons étrangers qui pourraient être envoyés de ce côté par les objets extérieurs, et qui, traversant la glace et arrivant à l'œil, se mêleraient avec les rayons réfléchis que l'on peut observer. Il faut prendre la même précaution pour la première glace réfléchissante LL; et même, comme celle-ci n'est jamais employée que pour la réflexion qui s'opère à sa première surface, on peut noircir pour toujours sa surface postérieure avec de l'encre de Chine, ou en l'exposant à la fumée d'une lampe; mais il ne faut pas recouvrir cette surface d'un enduit métallique : on en verra plus tard la raison.

Au lieu d'employer la flamme d'une bougie pour corps lumineux, on peut employer la lumière des nuées, que l'on reçoit dans le tuyau de la lunette après qu'elle s'est réfléchie sur la première glace LL; mais alors il faut limiter le champ que le tuyau embrasse, en plaçant dans son intérieur quelques diaphragmes d'une très-petite ouverture. Il faut aussi, de même que tout-à-l'heure, placer un drap noir sous la glace réfléchissante, ou mieux encore, recouvrir sa face inférieure avec une couche d'encre de Chine, pour arrêter les rayons qui pourraient venir par réfraction des objets situés au-dessous. De cette manière, lorsqu'on regardera dans le tuyau de la lunette, la glace LL étant tournée vers les nuées, on verra un petit espace parfai-

tement blanc et brillant, sur lequel on pourra faire toutes les expériences. Cette blancheur parfaite est un grand avantage; elle est même indispensable dans un grand nombre de cas où il faut observer et comparer des teintes diverses : on ne peut jamais y réussir aussi bien en se servant de la flamme d'une bougie ou de toute autre substance embrasée, aucune de ces flammes n'étant blanche. Enfin il faut, en général, modérer la vivacité du rayon incident, de manière que la portion irrégulièrement réfléchie sur les deux glaces ne soit pas sensible. Car cette portion se trouvant, après la réflexion, à l'état de lumière rayonnante, ne peut pas être polarisée; l'autre portion, qui a été réfléchie régulièrement, est la seule qui subit la polarisation, et, par conséquent, elle seule échappe a la réflexion sur la seconde glace.

Au reste, quel que soit l'appareil que l'on adopte, le procédé sera toujours le même, et l'on observera les mêmes phénomènes de réflexion sur la seconde glace. Pour les exposer d'une manière méthodique qui permette d'en saisir facilement l'ensemble, je supposerai que le plan d'incidence S I L du rayon sur la première glace coïncide avec le plan du méridien, et que le rayon réfléchi I I′ est vertical. Alors si l'on fait tourner le tambour T′T′ qui porte la seconde glace, cette glace tournera aussi autour du rayon réfléchi, en formant toujours avec lui le même angle; et le plan dans lequel s'opère la seconde réflexion se trouvera nécessairement dirigé vers les divers points de l'horizon, dans les différens *azimuts*. Cela posé, voici les phénomènes que l'on observera.

Lorsque le second plan de réflexion est dirigé dans le méridien, et par conséquent coïncide avec le premier, l'intensité de la lumière réfléchie par la seconde glace est a son maximum.

A mesure que le second plan en tournant s'éloigne d'être parallèle au premier, l'intensité de la lumière réfléchie diminue.

Enfin, lorsque le second plan de réflexion est dirigé dans le vertical d'est et ouest, par conséquent perpendiculaire au premier, l'intensité de la lumière réfléchie est absolument nulle sur

les deux surfaces de la seconde glace : la lumière la traverse en totalité.

Si l'on continue à tourner le tambour au-delà du premier quart de la circonférence, les phénomènes se reproduisent dans un ordre inverse, c'est-à-dire, que l'intensité de la lumière croît précisément comme elle avait diminué, et elle redevient la même à une même distance du vertical d'est et ouest. Par conséquent, lorsque le second plan de réflexion revient de nouveau dans le méridien, on arrive à un second maximum d'intensité pareil au premier. Alors la face réfléchissante de la seconde glace a décrit autour du rayon une demi-circonférence, et il se présente à elle par une face opposée à celle qu'il offrait d'abord. Au-delà de ce terme, si l'on continue à tourner le tambour, l'intensité de la lumière réfléchie varie précisément comme de l'autre côté du méridien. Elle diminue continuellement à mesure que le plan de la seconde réflexion s'éloigne du méridien; elle devient tout-à-fait nulle dans le vertical d'est et ouest, et augmente ensuite de nouveau jusqu'au méridien; où elle atteint son dernier maximum comme la première fois.

On voit ainsi que, dans la rotation complète de la glace, l'intensité de la lumière réfléchie a deux *maxima* correspondant aux azimuts 0 et 180°, et deux *minima* répondant aux azimuts 90° et 270°. De plus, autour de ces diverses limites, les variations sont les mêmes dans les différens cadrans. On satisfait à toutes ces conditions, en supposant que l'intensité est proportionnelle au carré du cosinus de l'angle que le second plan de réflexion forme avec le premier; c'est-à-dire, qu'en représentant par i cet angle, par O l'intensité de la lumière réfléchie dans le méridien, et par F_0 l'intensité correspondante à l'azimut i, on pourra prendre

$$F_0 = O \cos^2 i.$$

Les diverses valeurs de F_0 correspondantes aux diverses valeurs de i dans cette formule, représentent les phénomènes que nous venons d'observer. En effet, quand $i = 0$, ce qui met le plan de réflexion dans le méridien et dans la première position que nous lui avons donnée, on a $\cos i = 1$, et par suite $F_0 = O$.

Au contraire, quand $i = 90^0$, on a $\cos i = 0$ et $F_0 = 0$; c'est-à-dire, que l'intensité de la lumière réfléchie est nulle. Au-delà de ce terme, quand i devient $90 + i'$, $\cos^2 i$ devient égal à $\sin^2 i'$; et à distance égale avant cette limite, quand on avait $i = 90 - i'$, $\cos^2 i'$ était encore égal à $\sin^2 i$. Les variations d'intensité sont donc symétriques autour du vertical d'est et ouest. Il est facile de voir de la même manière qu'elles sont pareillement symétriques autour de chacun des autres points cardinaux. En continuant à faire croître i, l'intensité atteint un second maximum quand $i = 180^0$, ce qui donne encore $\cos^2 i = 1$, et elle devient de nouveau nulle quand $i = 270^0$, ce qui donne encore $\cos^2 i = 0$. Ainsi cette formule satisfait aux dégradations observées dans l'intensité, et à leurs diverses limites. Il est vrai que beaucoup d'autres pourraient remplir les mêmes conditions; car on y satisferait encore en supposant, par exemple, l'intensité proportionnelle à $\cos^4 i$, à $\cos^6 i$, ou à toute autre puissance paire de ce cosinus, ou même, à une combinaison quelconque de ces puissances. Pour décider entre toutes ces formules, il ne suffit plus de considérer les quatre limites dont nous avons principalement fait usage, il faudrait mesurer exactement les intensités intermédiaires, et voir par quelle formule elles seraient le mieux representées; mais de pareilles mesures sont très difficiles à obtenir, et je ne sache pas que personne les ait jusqu'à présent exécutées. Nous nous bornerons donc, comme l'a fait Malus, à la première formule, qui est la plus simple; et la suite des expériences, en multipliant ses applications, nous donnera les moyens de l'apprécier.

Les résultats de cette belle observation étant ainsi rassemblés sous un seul aspect, nous en tirons cette conséquence générale, que le rayon réfléchi par la première glace n'est point réfléchi par la seconde, sous cette incidence, quand il se présente à elle par ses pans est et ouest; mais qu'il l'est, au moins en partie, quand il se présente à elle par deux autres quelconques de ses pans opposés. Or, en considérant le rayon comme la succession infiniment rapide d'une série de molécules lumineuses, ses pans ne sont que la suite des pans des molécules. Il faut

donc nécessairement conclure que celles-ci ont des faces douées de propriétés physiques différentes, et que dans la circonstance présente, la première réflexion a tourné vers les mêmes côtés de l'espace des faces, sinon semblables, du moins également douées de la propriété dont il s'agit. C'est cet arrangement des molécules que Malus a nommé *Polarisation de la lumière*, assimilant l'effet de la première glace à celui d'un aimant qui tournerait les pôles d'une série d'aiguilles magnétiques, tous dans la même direction.

Jusqu'ici, nous avons supposé que le rayon, soit incident, soit réfléchi, faisait avec les deux glaces un angle de 35° 25′ : c'est en effet seulement sous cet angle que le phénomène a lieu complétement. Si, sans changer l'inclinaison du rayon sur la première glace, on fait d'abord varier tant soit peu l'inclinaison de la seconde, l'intensité de la lumière réfléchie n'est plus nulle dans aucun azimut, mais elle devient la plus faible possible dans le vertical d'est et ouest où elle était nulle auparavant. Si au contraire, sans changer l'inclinaison du rayon réfléchi sur la seconde glace, on fait seulement varier son incidence sur la première, on trouvera encore que ce rayon, en tombant sur la seconde glace, ne la traverse pas totalement; il éprouve à sa première et à sa seconde surface une réflexion partielle, qui, si l'on a peu dérangé la première glace, atteindra son minimum dans le vertical d'est et ouest.

La *polarisation* complète de la lumière par la réflexion s'opère donc seulement sous un angle d'incidence déterminé, qui pour le verre est de 35° 25′ à partir de la surface réfléchissante, selon les expériences de Malus. Ceci s'entend seulement de la première surface que le rayon rencontre en passant de l'air dans le verre; car, dans la réflexion qui a lieu à la seconde surface, la polarisation s'opère sous un autre angle dont le sinus est au premier comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction. Pour découvrir ce rapport, Malus a suivi la route du rayon dans une masse de crown, à surfaces parallèles, assez épaisse pour que les deux réflexions produites par ses deux surfaces pussent être observées séparément, fig. 3, et dont l'une

des extrémités BB′ était taillée en biseau sous un angle de 32° 54′. Il fit tomber un rayon SI sur la première surface de cette masse sous une inclinaison SIA de 35° 25′; il obtint un premier rayon réfléchi IO qui était complétement polarisé; le reste de la lumière incidente pénétrant la substance du verre, et s'y réfractant suivant II′ rencontra la seconde surface sous une inclinaison II′A′, qui devait être de 57° 6′, en supposant le rapport de réfraction 1,5. Là, une partie du rayon s'étant réfléchie de nouveau, suivant I′ I″, vint sortir par la face latérale BB′, qui, d'après l'inclinaison qu'on lui avait donnée, dut le recevoir sous l'incidence perpendiculaire, et par conséquent ne put porter aucune atteinte aux modifications que la réflexion en I′ lui avait imprimées. Or, en analysant le rayon émergent I″ O″, au moyen d'une seconde glace inclinée de 35° 25′, sur sa direction d'émergence, Malus trouva qu'il était complétement polarisé dans le plan de la seconde réflexion qu'il avait subie. Il conclut de là que la polarisation qui s'opérait sous l'angle SIA à la première surface avait lieu à la seconde sous l'angle II′A′. Maintenant, si par les points d'incidence I, I′, on mène des perpendiculaires IN, I′N′ aux deux surfaces, l'angle d'incidence II′N′ du rayon sur la seconde, étant compté de la perpendiculaire, sera égal à l'angle de réfraction I′IN : ainsi, en nommant i et r les angles d'incidence auxquels s'opère la polarisation sur les deux surfaces, et désignant par n le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction, on aura

$$\sin i = n \sin r,$$

comme Malus l'a observé. On peut aussi, à l'aide du même appareil, étudier les effets de la seconde réflexion sur les rayons déjà polarisés. Pour cela, il faut présenter au rayon émergent I″ O″ une autre masse de verre CDE, taillée en prisme isocèle, dont les angles à la base C, E soient de 32° 54′. Plaçant alors la première face CD perpendiculairement au rayon, il parviendra à la seconde surface sans aucune altération quelconque, précisément sous l'incidence où elle le polariserait, s'il ne l'était déjà; et la réflexion le renverra perpendiculairement à la seconde face DE. On pourra donc l'observer après son émergence, et suivre toutes les phases de la réflexion en faisant tour-

ner la face CD sur elle-même dans son propre plan. On y reconnaîtra ainsi les mêmes périodes qu'à la première surface, et l'on verra que l'intensité devient nulle de même lorsque le plan où elle s'opère est perpendiculaire à celui de la première reflexion en I'. Par une conséquence de ce résultat, lorsqu'un rayon polarisé tombe sur la première surface d'une glace parallèle, dans la direction et sous l'incidence convenable pour ne point s'y réfléchir, la réfraction l'amène sur la seconde surface dans des circonstances exactement analogues, de sorte qu'il la traverse également.

On produit encore des phénomènes pareils, en substituant aux glaces des lames polies formées avec la plupart des substances diaphanes. Pour cela, les deux plans de réflexion successifs doivent toujours rester rectangulaires, mais il faut présenter les lames aux rayons lumineux sous des angles divers, selon leur nature. Généralement toutes les surfaces polies ont la propriété de polariser ainsi plus ou moins complétement la lumière qu'elles réfléchissent sous des incidences quelconques, mais il y a pour chacune d'elles une incidence particulière, où la polarisation qu'elle imprime est la plus complète, et pour un grand nombre, elle s'étend alors à toute la lumière réfléchie. L'eau, l'huile, et la plupart des liquides sont dans ce cas. Nous donnerons plus loin les incidences précises auxquelles se produit ce phénomène, parce que nous aurons alors des moyens plus simples pour les déterminer; mais déjà, par le mode d'observation que nous avons employé pour les glaces, on peut s'assurer que la polarisation, lorsqu'elle est complète, est toujours une modification parfaitement identique, sur quelque substance qu'elle ait été déterminée. Car, lorsqu'on a disposé deux lames d'une substance de manière que le rayon réfléchi par la première échappe à la réflexion sur la seconde, auquel cas cette substance polarise complétement la lumière, on peut substituer à la seconde lame une glace polie, et en la plaçant, par rapport au rayon réfléchi, comme dans nos premières expériences, ce rayon la traversera encore. Réciproquement on peut remplacer la première lame par une glace polie qui reçoive les rayons incidens sous un angle de 35° 25' avec sa surface, et le

rayon réfléchi qu'elle produira échappera encore à la réflexion de la seconde lame, dans les circonstances propres à la substance dont cette lame est faite. Enfin les variations d'intensité du rayon réfléchi aux divers azimuts de la seconde lame sont toujours assujéties aux mêmes lois.

Lorsqu'un rayon lumineux a reçu la polarisation dans un certain sens, par les procédés que nous venons de décrire, il transporte avec lui cette propriété dans l'espace, et la conserve sans altération sensible, quand on lui fait traverser perpendiculairement des épaisseurs, même considérables, d'air, d'eau ou de toute autre substance qui exerce la réfraction simple. Mais les substances qui exercent la double réfraction altèrent en général la polarisation du rayon, et d'une manière en apparence subite, pour lui en communiquer une nouvelle de même nature dans un autre sens. Ce n'est que dans certaines directions de la section principale que le rayon peut échapper à cette influence perturbatrice. Cherchons à comparer de plus près ces deux genres d'actions.

Lorsqu'un rayon naturellement émané d'un corps lumineux tombe perpendiculairement sur un rhomboïde de spath d'Islande, il se divise toujours en deux rayons émergens, d'une intensité à peu près égale, dont l'un est soumis à la réfraction ordinaire, l'autre à la réfraction extraordinaire. Ces deux rayons, après leur sortie, se trouvent jouir d'une propriété qui les distingue essentiellement de la lumière directe. S'ils tombent perpendiculairement sur la surface d'un autre rhomboïde dont toutes les surfaces, et par conséquent les sections principales, soient parallèles à celles du premier, ils ne sont plus susceptibles de se diviser. Le rayon qui provient de la réfraction ordinaire du premier cristal se réfracte ordinairement dans le second, et de même celui qui provient de la réfraction extraordinaire du premier cristal, se réfracte dans le second extraordinairement; de sorte qu'il n'y a en tout que deux rayons émergens à la sortie du second cristal.

Lorsque les sections principales, au lieu d'être parallèles, comme nous le supposions tout-à-l'heure, sont à angles droits, le rayon qui provient de la réfraction ordinaire du premier

cristal est réfracté extraordinairement par le second, et réciproquement. Dans ce cas, comme dans le précédent, il n'y a encore que deux rayons émergens, mais ils ont changé de rôle relativement à l'espèce de réfraction à laquelle ils sont soumis dans le second cristal.

Dans toutes les positions intermédiaires entre la perpendicularité et le parallélisme, chacun des rayons émergens du premier cristal se divise en deux, en traversant le second. De là résultent quatre rayons émergens, deux ordinaires, deux extraordinaires, dont les intensités varient avec la position du second cristal dans toutes les limites que nous venons d'assigner, et dépendent par conséquent de l'angle compris entre les sections principales. Pour analyser ces variations, appelons F_o le rayon ordinaire émergent du premier cristal, F_e le rayon émergent extraordinaire, et considérons les périodes de leur séparation dans le second cristal, en faisant abstraction de la lumière perdue par la réflexion partielle qui s'opère aux deux surfaces de chaque cristal. Le rayon F_o se divisera généralement en deux, l'un F_{oo} soumis à la réfraction ordinaire du second cristal, l'autre F_{oe} soumis à la réfraction extraordinaire. Le premier F_{oo} sera égal à F_o, quand l'angle des sections principales sera nul, et alors il contiendra à lui seul toute la lumière transmise. En partant de ce terme, son intensité diminuera à mesure que l'angle des deux sections principales augmentera, et enfin elle deviendra nulle quand cet angle sera droit. Au contraire, le rayon F_{oe} sera nul quand les deux sections principales seront parallèles : de là il ira en augmentant à mesure que les deux sections s'écarteront l'une de l'autre ; enfin il atteindra son maximum lorsqu'elles seront perpendiculaires, et alors l'autre rayon F_{oo} étant nul, il deviendra égal à F_o : enfin les mêmes phénomènes se reproduiront suivant le même ordre dans les différens cadrans. Si l'on nomme i l'angle formé en général par les deux sections principales dans une position quelconque des deux rhomboïdes, toutes les périodes de ces variations seront représentées par les deux formules

$$F_{oo} = F_o \cos^2 i \qquad F_{oe} = F_o \sin^2 i.$$

Considérons maintenant le rayon F_e. En pénétrant dans le

second cristal, il se divisera en général en deux autres, l'un F_{eo}, soumis à la réfraction ordinaire du second cristal ; l'autre F_{ee}, soumis à la réfraction extraordinaire. Le premier sera nul quand i sera nul ; alors F_{ee} sera à son maximum, et se trouvera égal à F_e. A mesure que i augmentera, F_{eo} ira en croissant, et F_{ee} diminuera de la même quantité : enfin, lorsque les sections principales seront perpendiculaires, F_{eo} se trouvera à son maximum et égal à F_e, tandis que F_{ee} sera nul. On voit donc que les variations de F_{eo} sont les mêmes que celles de F_{oe}, et celles de F_{ee} les mêmes que celles de F_{oo} : on pourra donc les représenter de la même manière, et alors on aura

$$F_{eo} = F_e \sin^2 i \qquad F_{ee} = F_e \cos^2 i.$$

Mais nous avons dit que dans le premier cristal l'intensité du rayon F_o était sensiblement égale à celle du rayon F_e, au moins sous l'incidence perpendiculaire. Ainsi, en représentant par 2 Q l'intensité totale de la lumière qui traverse le second cristal, F_o et F_e seront chacun égaux à Q, ce qui donnera pour nos quatre rayons émergens du second cristal les valeurs suivantes :

$$F_{oo} = Q \cos^2 i \qquad F_{oe} = Q \sin^2 i$$
$$F_{ee} = Q \cos^2 i \qquad F_{eo} = Q \sin^2 i.$$

Nous avons fait abstraction de la lumière perdue par la réflexion partielle qui s'opère nécessairement aux quatre surfaces des deux rhomboïbes. Si l'on veut corriger l'effet de cette supposition, il n'y a qu'à considérer Q comme représentant non pas la lumière incidente, mais la quantité totale de lumière émergente après toutes les réflexions. Au reste, nous devons remarquer que ces formules sont seulement appropriées aux limites des phénomènes ; que beaucoup d'autres pourraient y satisfaire également, mais qu'on peut les adopter comme les plus simples jusqu'à ce que des expériences directes aient fourni des mesures précises des intensités pour les positions intermédiaires entre le maximum et le minimum. Malus a donné pareillement des formules empiriques pour représenter les intensités des rayons ordinaires et extraordinaires, lorsque les rayons incidens ne sont pas perpendiculaires aux surfaces des rhomboïdes ; mais comme ces formules, quoique très-ingénieuses, sont unique-

ment déduites des circonstances où les intensités atteignent leur maximum et leur minimum, et que d'ailleurs elles sont assez compliquées, je ne les exposerai point ici. On pourra au besoin les consulter dans son ouvrage : pour tout ce qui va suivre, il nous suffira d'avoir donné les formules qui s'appliquent aux incidences perpendiculaires.

Si l'on voulait vérifier les expériences sur lesquelles nous avons appuyé ces formules, cela serait très-facile. Il suffit d'avoir deux rhomboïdes de spath d'Islande, assez purs pour que la marche des rayons qui les traversent puisse se faire régulièrement, et assez polis pour que l'intensité de la lumière ne soit pas trop affaiblie par leurs surfaces. On forme sur un papier blanc un point rond avec de l'encre bien noire, et quand ce point est sec, on pose dessus l'un des deux rhomboïdes. Alors, en plaçant l'œil verticalement, on voit deux images du point noir dirigées sur une même ligne droite parallèle à la grande diagonale du rhomboïde, comme on le démontre dans la théorie de la double réfraction. Ces deux images sont sensiblement d'égale intensité, et la ligne qui les joint tourne à mesure qu'on fait tourner le cristal. Maintenant sur celui-ci posez l'autre rhomboïde de façon que toutes ses surfaces soient parallèles à celles du premier, vous n'observerez encore que deux images du point noir, seulement elles seront plus écartées qu'auparavant. Mais si vous tournez lentement le rhomboïde supérieur afin d'écarter les deux sections principales l'une de l'autre, chacune de ces deux images se divisera en deux autres, et s'affaiblira par cette division. Cet affaiblissement deviendra plus sensible à mesure que vous augmenterez l'angle des deux sections principales; et enfin, lorsqu'elles seront perpendiculaires, les premières images seront complétement éteintes. En continuant à tourner le rhomboïde supérieur, à partir de la position perpendiculaire, les mêmes phénomènes se reproduiront dans tous les cadrans, conformément aux indications des formules de Malus que nous avons rapportées.

Si l'on compare ces formules à celles que nous avons données précédemment pour exprimer les intensités des rayons qui

ont subi deux réflexions par des glaces sous une inclinaison de 35° 25′, on voit que le rayon réfléchi par la seconde glace est analogue au rayon F_{oo}, car ces deux rayons varient précisément par les mêmes périodes, l'angle dièdre des deux plans de réflexion successifs produisant absolument le même effet que celui des deux sections principales. L'analogie est même encore bien plus intime qu'elle ne le paraît par ces formules; elle ne consiste pas seulement dans les périodes des variations d'intensité; la nature même des modifications imprimées aux rayons par ces deux opérations diverses, est tout-à-fait identique. Cette belle découverte, également due à Malus, se prouve par les expériences que nous allons rapporter.

Lorsqu'un rayon de lumière a été polarisé par la réflexion en tombant sur une glace polie, sous une inclinaison de 35° 25′, si on lui fait traverser perpendiculairement un rhomboïde de spath d'Islande, il se comporte précisément comme s'il avait subi la réfraction ordinaire à travers un premier rhomboïde dont la section principale serait parallèle au plan de réflexion. Si la section principale du rhomboïde qu'on lui présente est parallèle à ce plan, le rayon ne se divise point; et toutes les molécules qui le composent subissent dans ce rhomboïde la réfraction ordinaire. Si la section principale s'écarte du plan de réflexion, le rayon se divise en deux, analogues à F_{oo} et à F_{oe}, car l'un subit la réfraction ordinaire, l'autre la réfraction extraordinaire. Ce dernier, d'abord très faible, augmente d'intensité à mesure que la section principale du rhomboïde fait un plus grand angle avec le plan de réflexion : en même temps l'intensité du rayon ordinaire diminue; enfin elle devient nulle quand la section principale du rhomboïde devient perpendiculaire au plan de réflexion. Alors le rayon extraordinaire contient toutes les molécules transmises. En un mot, lorsqu'un rayon lumineux a été ainsi modifié par une première réflexion sur une glace, il a tous les caractères d'un rayon ordinaire formé par transmission à travers un premier rhomboïde, dont la section principale serait parallèle au plan de réflexion, et il est impossible de l'en distinguer. Les deux intensités des faisceaux

dans lesquels il se divise en traversant le second rhomboïde qu'on lui présente, seront donc exprimées par les mêmes formules que celles des rayons F_{oo} F_{oe}, c'est-à-dire, qu'en nommant i l'azimut de la section principale du rhomboïde, ou l'angle que cette section forme avec le plan de réflexion du rayon, et désignant par Q l'intensité de la lumière réfléchie, on aura, comme tout-à-l'heure

$$F_{oo} = Q \cos^2 i \qquad F_{oe} = Q \sin^2 i.$$

Nous faisons ici abstraction de la perte de lumière qui s'opère dans les deux réflexions partielles du rayon sur les deux surfaces du rhomboïde : si l'on voulait corriger cette omission, il faudrait supposer que Q représente l'intensité totale de la lumière qui compose les deux rayons émergens.

Si l'on voulait répéter les expériences que nous venons de décrire, il faudrait avoir soin d'employer un rhomboïde assez épais pour que les deux faisceaux dans lesquels le rayon polarisé se divise, fussent bien distincts, et pussent être observés séparément; ou, ce qui revient au même, il faudrait diminuer le diamètre du faisceau réfléchi jusqu'à ce que cette séparation eût lieu dans le rhomboïde dont on pourrait disposer. Mais, comme un pareil amincissement diminue la vivacité du rayon réfléchi, et que, d'un autre côté, il est fort difficile de trouver de gros rhomboïdes bien purs, on évite tous ces inconvéniens en employant un prisme de spath calcaire d'un petit nombre de degrés, dont la face antérieure est une des faces naturelles d'un rhomboïde. Par ce moyen, l'écartement des deux faisceaux émergens devient plus considérable ; et, à cause de la petitesse de l'angle réfringent du prisme, leurs intensités sont à-peu-près les mêmes que si l'on eût employé un rhomboïde parfait. Pour faire les expériences de la manière la plus exacte et la plus commode, j'achromatise ce prisme en appliquant derrière lui un autre prisme de crown-glass d'un angle convenable, et opposé de la base au sommet ; je fixe le tout au centre d'un anneau circulaire adapté à une alidade qui tourne sur un cercle de cuivre gradué, et je place cet appareil perpendiculairement à la direction du rayon réfléchi, dont je veux observer la dé-

composition, par exemple, perpendiculairement au tuyau TT de la figure 2. Alors, si l'on reçoit la lumière blanche des nuées sur la première glace AA, supposée inclinée de 35° 25′ à l'axe du tube, et qu'on supprime la seconde glace, il suffit de faire tourner l'alidade qui porte le prisme cristallisé pour observer de la manière la plus nette et la plus commode la division du rayon réfléchi, ainsi que les diverses périodes de l'intensité des faisceaux dans lesquels il se résout en traversant le prisme. Ces périodes sont les mêmes, si l'on substitue à la première glace toute autre lame capable de polariser complétement la lumière, pourvu qu'on la dispose sous l'angle où elle produit ce phénomène ; et ce résultat est une conséquence évidente de ce que les propriétés imprimées aux rayons réfléchis sont les mêmes dans tous ces cas.

Nous venons d'analyser par la réfraction d'un cristal la lumière que la réflexion avait polarisée : réciproquement on peut analyser la lumière modifiée par un cristal, en la soumettant à la réflexion ; c'est encore ce qu'a fait Malus. Il a disposé verticalement la section principale d'un rhomboïde de spath calcaire (1) ; et après avoir divisé un rayon lumineux à l'aide de la double réfraction dans ce rhomboïde, il a fait tomber les deux faisceaux qui en provenaient sur une glace polie, de manière qu'ils formassent un angle de 35° 25′ avec sa surface, et que le plan d'incidence fût parallèle à la section principale du rhomboïde. Le rayon ordinaire a subi la réflexion partielle, comme l'eût fait un faisceau de lumière directe ; mais le rayon extraordinaire a pénétré tout entier dans la glace et l'a traversée, comme il eût fait s'il eût été préalablement polarisé par la réflexion, dans un plan perpendiculaire à la section principale du rhomboïde.

---

(1) Comme j'ai souvent employé l'expression de section principale, je crois devoir rappeler que, dans la théorie de la double réfraction, l'on appelle ainsi le plan mené par l'axe d'un cristal perpendiculairement à la face naturelle ou artificielle par laquelle le rayon entre, ou par laquelle il sort. Dans les rhomboïdes de spath d'Islande, ce plan coupe les faces naturelles suivant une ligne droite qui divise les angles obtus de ces faces en deux parties égales.

Ces expériences prouvent qu'un rayon de lumière polarisé par la réflexion sur une glace est modifié précisément comme il le serait s'il avait été réfracté *ordinairement* dans un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale serait *parallèle* au plan de réflexion; ou encore comme s'il avait été réfracté *extraordinairement* dans un rhomboïde dont la section principale serait *perpendiculaire* à ce même plan : de sorte que l'on ne peut reconnaître aucune différence entre les dispositions imprimées aux molécules lumineuses par l'un ou l'autre de ces procédés.

Il y a plus : ces mêmes dispositions peuvent également être produites par tous les cristaux doués de la double réfraction. Tous ces corps, quelle que soit leur nature chimique, peuvent ainsi donner à la lumière la faculté de se réfracter dans un autre cristal en deux faisceaux ou en un seul, suivant la position de sa section principale. Il n'est pas même nécessaire, pour cela, que les cristaux soient de même espèce : l'un d'eux pourrait être, par exemple, de carbonate de plomb ou de sulfate de baryte, et l'autre de spath d'Islande; le premier pourrait être un cristal de roche, et le second un cristal de soufre. Toutes ces substances se comportent entre elles, relativement à la division ou à la non-division des rayons, comme le feraient deux rhomboïdes de spath d'Islande; et la condition qui détermine chaque rayon à se réfracter, dans le second cristal, en deux faisceaux ou en un seul, ne dépend que des positions respectives des axes des cristaux qu'on emploie, quels que soient d'ailleurs leurs principes chimiques et les faces naturelles ou artificielles sur lesquelles s'opère la réfraction. Tous ces beaux résultats sont des découvertes de Malus, quoique, à la vérité, il n'ait pu les annoncer que par induction, puisque, ne connaissant pas la distinction des deux sortes de double réfraction, attractive et répulsive, il ne pouvait pas assigner avec certitude quel faisceau était ordinaire et quel extraordinaire.

Pour rendre sensibles ces conditions de divisibilité, Malus faisait observer la flamme d'une bougie à travers deux prismes d'un petit nombre de degrés formés de matières différentes donnant la double réfraction, et posés l'un sur l'autre. On

a ainsi, en général, quatre images de la flamme; mais si l'on fait tourner lentement un des prismes autour du rayon visuel comme axe, les quatre images se réduisent à deux toutes les fois que les sections principales des deux faces contiguës sont parallèles ou rectangulaires. Les deux images qui disparaissent ne viennent pas se confondre avec les autres; on les voit s'éteindre peu à peu, tandis que les autres augmentent d'intensité. Lorsque les deux sections principales sont parallèles, une des images est formée par des rayons réfractés ordinairement dans les deux prismes, et la seconde par des rayons réfractés extraordinairement. Lorsque les deux sections principales sont rectangulaires, une des images est formée par des rayons réfractés ordinairement dans le premier cristal, et extraordinairement dans le second; tandis que l'autre image, au contraire, est formée par des rayons réfractés extraordinairement par le premier cristal, et ordinairement dans le second. Je me suis assuré que ces propriétés avaient toujours lieu, soit que la double réfraction des cristaux combinés fût de même, ou de différente nature.

Les phénomènes nous conduisent donc à reconnaître une identité parfaite entre la modification que la réflexion imprime aux rayons sous une certaine incidence, et celle que leur donnent les corps cristallisés doués de la double réfraction. Essayons maintenant de nous représenter l'effet de cette modification sur les molécules lumineuses, et de voir comment elle peut être produite par l'action des corps.

Quelle que soit la cause qui opère la réflexion à la surface extérieure des corps polis, on peut l'assimiler à une force répulsive qui s'exercerait dans le plan d'incidence perpendiculairement à leur surface. L'influence de cette force sur les diverses molécules lumineuses peut être inégale selon les côtés par lesquels elles se présentent, et selon les autres circonstances qui peuvent être propres à ces particules; mais l'intensité seule de la réflexion est changée par ces circonstances, sa direction ne l'est jamais. Les phénomènes de la réflexion sur une glace polie restent les mêmes quand on la tourne

dans son plan, et, ce qui est bien remarquable, les corps cristallisés ne se comportent pas à cet égard différemment des autres; ce qui prouve qu'à la distance où cette première réflexion s'opère, l'influence de la figure des molécules du corps réfléchissant est insensible.

D'un autre côté, en cherchant par le calcul quelle doit être la force qui agit sur les molécules lumineuses pour produire les phénomènes de la réfraction extraordinaire, on trouve encore que c'est une force attractive ou répulsive qui émane de l'axe du cristal.

Voyons maintenant quels rapports existent entre les directions de ces forces et les faces du rayon lumineux polarisé, lorsqu'il cède ou qu'il échappe à leur action.

Soit IM, fig. 4, un rayon vertical, polarisé par réflexion sur une glace LL; et représentons par SIC le plan de réflexion que nous supposerons être le méridien. Pour distinguer les divers côtés du rayon, rapportons-le à trois axes rectangulaires Z, Y, X, fixes dans son intérieur, dont le premier CZ soit dirigé dans le sens de son mouvement de translation, du nadir au zénit; le second CY, horizontalement de l'est à l'ouest; le troisième, aussi horizontalement, mais du nord au sud, par conséquent dans le plan de réflexion. Alors toute section, telle que RCZ, faite dans le rayon suivant l'axe de translation, pourra être définie par l'azimut RCX ou i, suivant lequel elle est dirigée. Cela posé, d'après les épreuves faites plus haut sur le rayon, tant avec des cristaux qu'avec des glaces inclinées, nous voyons que ses propriétés sont les mêmes dans tous les azimuts pour lesquels cos i est le même, abstraction faite du signe, c'est-à-dire, pour lesquels le carré $\cos^2 i$ est constant. Voilà un premier caractère de symétrie, auquel le système des molécules devra satisfaire; mais comme il ne s'applique qu'à leur somme, il n'a rien d'individuel. Une molécule transmise dans l'azimut $+i$ peut être réfléchie dans l'azimut $-i$, ou $180 \pm i$, pourvu que l'inverse arrive pour une autre, de sorte qu'il y ait compensation dans leur ensemble.

La quantité absolue de lumière ainsi réfléchie ou transmise

dans chaque azimut, est inégale sous une même incidence. Elle devient tout-à-fait nulle à l'est du rayon et à l'ouest, lorsque la seconde glace L'L' forme avec lui un angle de 35° 25', comme la première, et a son plan de réflexion perpendiculaire au premier SIC. Voilà un second caractère; mais celui-ci ne s'applique pas seulement à la somme des molécules lumineuses; il est individuel pour chacune d'elles, puisqu'aucune n'échappe à la condition qu'il exprime.

Le premier mode qui se présente pour y satisfaire, est celui qu'avait choisi Malus. Il supposait toutes les molécules tournées d'une manière exactement semblable, et présentant leurs faces de même nature aux mêmes côtés de l'espace. Alors les axes CX, CY, CZ peuvent être censés appartenir à chacune d'elles, et sont semblablement situés dans toutes. Or, quand la réflexion devient nulle sur la seconde glace, sa force répulsive est dirigée suivant le plan de réflexion CI'L', par conséquent elle est perpendiculaire à l'axe X des molécules lumineuses. Ainsi, caractérisant cet axe par la propriété que nous lui découvrons ici, nous pouvons dire, avec Malus, que *les molécules lumineuses échappent à la réflexion de la seconde glace, sous cette incidence, lorsque la force répulsive que cette glace exerce sur elles est perpendiculaire à leur axe* X.

Au contraire, si nous considérons la molécule lumineuse relativement au premier plan de réflexion SIC, nous voyons que l'axe X se trouve dans ce plan; et puisque, par hypothèse, cela a lieu de même pour toutes les molécules qui composent le rayon réfléchi, nous pouvons regarder cette disposition commune de l'axe X comme *une condition* qui doit nécessairement se trouver satisfaite lorsque la réflexion a eu lieu *sous cette incidence;* et si la polarisation consiste simplement dans une certaine direction d'axes, comme nous venons de le supposer, cette condition devra être applicable aux rayons déjà polarisés aussi-bien qu'aux rayons naturels; ce qui est en effet conforme à l'expérience, comme on le verra plus bas. D'après cela, nous pouvons aisément comprendre pourquoi la réflexion n'a pas lieu sur la seconde glace : car, quelle que soit la nature de la force qui,

dans le phénomène de la réflexion, polarise les particules lumineuses, et les tourne autour de leur centre, que ce soit la force réfléchissante elle-même, ou une autre, ou une modification de celle-là, toujours est-il certain qu'elle doit s'exercer comme elle dans le plan d'incidence des rayons, et perpendiculairement à la surface réfléchissante, puisqu'elle n'éprouve aucune altération quand on fait tourner cette surface dans son plan. Or, dans la position où se trouve actuellement la seconde glace, sa force polarisante étant perpendiculaire à l'axe X, agit également sur ses deux moitiés, ou plutôt sur les parties de la molécule qui y répondent; et, à cause de cette symétrie, elle ne pourrait que repousser cet axe parallèlement à lui-même, mais non pas le tourner de manière à le ramener dans le plan de réflexion S′ I′ M. Or c'est là une condition nécessaire de la réflexion *sous cette incidence :* ainsi, puisqu'elle ne peut être remplie dans cette position de la glace, la réflexion est impossible; par conséquent elle n'aura pas lieu. La force polarisante se trouve alors précisément dans le même cas que la pesanteur terrestre, qui ne peut faire tourner un levier horizontal dont les deux branches sont égales et chargées de poids égaux. Ici le point d'appui du levier est la vitesse de translation des molécules lumineuses, qui peut être considérée comme infinie, relativement à l'action des forces polarisantes.

Maintenant, sans changer l'angle d'incidence sur la seconde glace, faisons-la tourner autour du rayon polarisé. Alors la force polarisante qu'elle exerce sur ce rayon n'étant plus perpendiculaire à l'axe X, la réflexion ne sera plus rigoureusement impossible; et l'expérience prouve, en effet, qu'elle a lieu sur un certain nombre de molécules lumineuses, proportionnel au carré du cosinus de l'angle que le second plan de réflexion forme avec l'axe X. Dans l'hypothèse de similitude admise par Malus, ce partage serait tout-à-fait impraticable; car alors, les conditions d'incidences et de positions étant absolument les mêmes pour toutes les molécules lumineuses, leurs autres propriétés physiques, qui vraisemblablement dépendent de ces deux circonstances, seraient les mêmes aussi; de sorte qu'à leur arrivée sur la seconde glace, elles devraient, ou se

transmettre toutes, ou se réfléchir toutes à la fois. La séparation qui s'opère entre elles, dans tout azimut qui n'est pas + 90° ou — 90°, exige donc que nous limitions le moins possible la liberté de leurs mouvemens sur elles-mêmes, afin que les états où elles se présentent soient plus indépendans les uns des autres. Or, pour représenter les phénomènes que nous avons jusqu'ici observés, il suffit d'admettre le parallélisme des axes X, en laissant d'ailleurs à chaque molécule toute liberté d'osciller autour de cet axe par l'influence successive des particules matérielles entre lesquelles elle se meut, et dans l'action desquelles elle tombe. Si les accès des molécules lumineuses sont produits par des pôles contraires, comme nous avons vu que cela est présumable, ces mouvemens leur permettront de venir se présenter alternativement aux surfaces réfléchissantes; et en général, ils établiront entre les molécules des différences de position qui comportent des différences de propriétés. Seulement il faudra admettre que ces différences cessent d'être efficaces dans le vertical d'est et ouest, lorsque l'incidence est la même qui produirait la polarisation complète sur un rayon naturel, de sorte que la réflexion devient alors constamment nulle, malgré la diversité d'état ou de faces par lesquelles les molécules peuvent s'y présenter. Cette condition, qu'il faut ajouter aux autres caractères des accès que Newton a découverts, ne leur est opposée en aucune manière; car nous avons soigneusement remarqué que les accès ne produisent point une nécessité absolue, mais seulement une faculté conditionnelle, qui, selon l'intensité plus ou moins vive des vitesses et des forces réfléchissantes, peut avoir ou n'avoir pas d'effet.

Revenons donc à cette position où la réflexion devient nulle, et tournons un peu la seconde glace autour du rayon polarisé, sans changer son inclinaison sur lui. Alors la force polarisante n'agissant plus symétriquement sur les deux moitiés de l'axe, peut, en s'appuyant sur la vitesse, exercer un effort pour le faire tourner et l'amener dans le plan d'incidence, condition alors essentielle de la réflexion. Mais cette action, d'abord très-faible, trouve les molécules lumineuses inégalement disposées à lui obéir, pro-

bablement à cause des diverses phases de leurs accès où elles se trouvent. Elle doit donc s'exercer d'abord sur celles qui sont dans les phases les plus favorables, par exemple, vers le milieu de leurs accès; ce qui ne peut convenir qu'à un très-petit nombre de molécules dont l'ensemble doit former de la lumière blanche, en supposant, comme c'est l'ordinaire que les deux points de réflexion de l'une à l'autre glace soient suffisamment éloignés. Si l'on tourne davantage la seconde glace, l'effort qui tend à faire tourner l'axe X augmente, et peut se faire sentir à des molécules moins éloignées des extrémités de leurs accès; enfin si le plan d'incidence du rayon sur la seconde glace coïncide avec l'axe X, la force polarisante s'emploie toute entière pour y maintenir cet axe, et elle lui permet seulement de tourner dans ce plan de manière à devenir perpendiculaire à la nouvelle direction de translation du rayon réfléchi. Cette force agissant alors de la manière qui lui est la plus favorable, la réflexion partielle s'opère avec autant d'énergie que sur un rayon naturel, et la glace recouvre la propriété qu'elle avait perdue. On voit que, sans la considération des accès, tous ces phénomènes seraient inexplicables.

L'espèce de choix que fait ainsi la seconde glace entre les molécules lumineuses se répéterait encore de la même manière, si le rayon qu'elle réfléchit était reçu sur une troisième glace, formant de même avec lui un angle de 35° 25′, et dont le point d'incidence serait sensiblement éloigné. Car les molécules qui composent ce rayon, en allant vers la troisième glace à travers l'air, continueraient à parcourir les périodes de leurs accès, dont les inégalités développées dans cet intervalle détermineraient encore un rayon réfléchi de couleur blanche, mais d'une intensité variable, selon le sens où s'opérerait la réflexion. Ainsi, en tournant la troisième glace autour du rayon sans changer son incidence, il se produirait de nouveaux phénomènes semblables à ceux que nous venons d'examiner.

Dans tous ces cas, l'angle d'incidence étant de 35° 25′, les faisceaux réfléchis sont polarisés par chacune des réflexions suc-

cessives, comme ils le sont par la première ; c'est-à-dire que l'axe X de toutes les molécules lumineuses se trouve toujours dans le plan de la dernière réflexion. Ainsi, dans tous ces cas, la condition du rayon polarisé est la même ; et cela montre bien que la modification qu'il a subie consiste essentiellement dans une certaine direction d'axes, comme nous l'avons annoncé plus haut. Mais il y a deux sens dans lesquels le rayon polarisé se réfléchit encore polarisé, *sous toutes les incidences :* ce sont les azimuts nord et sud, est-ouest. Dans le premier, le plan de la seconde réflexion coïncide avec le plan de la première, fig. 5. Les forces réfléchissantes de la seconde glace, s'exerçant suivant ce plan, ne peuvent, sous aucune incidence, en écarter l'axe X. Aussi elles ne font que le renverser par la réflexion suivant les mêmes regles que son image, et le faisceau réfléchi est polarisé comme s'il sortait de derrière la seconde glace, et qu'il fût l'image du rayon incident. Cela a lieu de même pour une troisième réflexion, une quatrième et ainsi de suite, tant que le plan de ces réflexions coïncide avec celui de la polarisation primitive.

Au contraire, quand la seconde réflexion s'opère dans l'azimut est-ouest, les forces qui la produisent sont perpendiculaires à l'axe X des molécules lumineuses ; elles ne peuvent donc au plus que le repousser parallèlement à lui-même, sans lui imprimer aucun mouvement de rotation pour l'amener dans leur plan. Mais cette dernière condition n'est indispensable que dans le cas où l'incidence est de 35° 25′. Aussi, sous toute autre incidence, dans cet azimut, la réflexion commence à renaître ; et si l'on analyse le faisceau réfléchi, on trouve que tous les axes X sont restés parallèles entre eux et à la direction que la première réflexion leur avait donnée ; de sorte que le faisceau se trouve encore polarisé ; mais cette fois il l'est *perpendiculairement* au plan de la seconde réflexion. Ce résultat et le précédent peuvent se réunir dans un même énoncé, en disant qu'un rayon polarisé par une première réflexion demeure polarisé après une seconde, lorsque les axes X des molécules réfléchies restent parallèles au premier plan de réflexion. Mais tout autre sens de réflexion qui détruit ce parallélisme dépolarise le rayon partiellement ou en totalité.

D'après ce que nous venons de dire, on conçoit aisément pourquoi la réflexion d'un rayon naturel par des glaces polies n'est jamais nulle sous aucune incidence : c'est que dans ces rayons, les axes analogues des molécules lumineuses sont très-probablement situés dans toutes les directions possibles ; de sorte que le plan de réflexion, dans quelque position qu'il puisse être, ne saurait être perpendiculaire à tous leurs axes X, ce qui est la position unique où la réflexion soit impossible sous une inclinaison déterminée. Le seul résultat commun qui puisse avoir lieu dans cette disposition arbitraire des molécules, c'est l'alignement uniforme et le parallélisme que la réflexion donne, sous une certaine incidence, à tous les axes X du faisceau réfléchi ; et c'est en cela que consiste le phénomène de la polarisation fixe, que nous étudions ici particulièrement.

Ce que nous venons de dire des glaces polies s'applique également à tous les corps polis, qui polarisent complètement la lumière sous une incidence déterminée. Il n'y a de différence que dans l'inclinaison sous laquelle la polarisation est opérée par chaque substance ; mais une fois que cette modification est imprimée aux molécules lumineuses, nous avons vu qu'elle est la même, de quelque substance qu'elle provienne ; car les conditions qui déterminent ensuite la réflexion ou la transmission du rayon polarisé, lorsqu'il rencontre d'autres surfaces réfléchissantes, sont aussi les mêmes dans tous les cas. La règle générale est donc toujours *qu'après la réflexion du rayon, sous l'incidence qui produit la polarisation complète, l'axe* X *des molécules lumineuses réfléchies doit se trouver dans le plan de réflexion.* Mais la nécessité de cette coïncidence n'a lieu de même que sous l'incidence fixe où la polarisation est complète.

Pour raisonner sur les phénomènes de la manière la plus générale, nous avons dû considérer la force polarisante et la force réfléchissante comme distinctes et séparées l'une de l'autre, quoique ayant toutes deux une même direction. Cependant les variations simultanées que leurs effets éprouvent quand on tourne la seconde glace autour du rayon polarisé, tendent à faire penser qu'il existe entre elles une liaison très-intime. C'est

ce que confirment tous les phénomènes, sans que l'on puisse jusqu'à présent assigner en quoi cette dépendance consiste. Remarquons d'ailleurs que nos expériences nous font seulement connaître les directions définitives suivant lesquelles se tournent les axes des particules lumineuses, lorsqu'elles ont subi tout l'effet des surfaces réfléchissantes ; et qu'on n'en peut rien conclure sur le mode par lequel cet axe passe d'une position à une autre ; de même que, dans la réfraction de la lumière, nous observons seulement la marche définitive du rayon quand les forces réfringentes ont cessé d'agir sur lui. Ici, il est extrêmement vraisemblable que le changement de direction de l'axe X ne se fait pas d'une manière subite, mais graduelle, et peut-être par une suite d'oscillations dont l'amplitude va toujours en diminuant jusqu'à ce que l'axe s'arrête ; comme ferait une aiguille aimantée qui, sortant de la sphère d'attraction d'un aimant, entrerait dans celle d'un autre aimant dont la force, d'abord variable et croissante, deviendrait ensuite constante à une certaine profondeur, l'accroissement de la force produisant sur les amplitudes le même effet que la résistance d'un milieu. Nous aurons bientôt occasion d'observer ce mode progressif de polarisation dans des cristaux dont les forces polarisantes sont très-faibles.

Nous avons vu plus haut que, lorsqu'un faisceau de lumière naturelle a traversé un rhomboïde de spath d'Islande perpendiculairement à ses faces, celui des deux rayons émergens qui a subi la réfraction ordinaire, étant reçu sur une glace polie, se comporte précisément comme il le ferait s'il eût été polarisé par réflexion dans un plan parallèle à la section principale du rhomboïde, sans que rien puisse faire distinguer s'il a réellement été modifié par l'un ou l'autre de ces procédés. De là nous devons conclure que toutes les molécules qui composent ce rayon ordinaire ont aussi leurs axes X parallèles, et que cet axe se trouve dans le plan de la section principale, en sorte que c'est là le caractère essentiel de ce rayon.

Au contraire, le rayon extraordinaire se comporte précisément comme il le ferait s'il eût été polarisé par réflexion dans un plan perpendiculaire à la section principale. Ainsi les molé-

cules qui le composent ont leur axe X perpendiculaire à cette section principale. Cette perpendicularité sera donc le caractère du rayon extraordinaire.

Ce résultat n'est qu'un cas particulier d'une propriété beaucoup plus générale, découverte également par Malus, et qui s'étend à toutes les incidences possibles et à toutes les faces naturelles ou artificielles des cristaux de spath d'Islande. Concevez un plan qui passe par la direction du rayon réfracté ordinaire, et qui soit parallèle à l'axe du cristal; ce plan contiendra toujours l'axe X des molécules lumineuses qui sont réfractées ordinairement. Concevez un autre plan analogue, mené de même parallèlement à l'axe du cristal par la direction du rayon extraordinaire; ce plan sera perpendiculaire à l'axe X des molécules lumineuses qui sont réfractées extraordinairement. Lorsque l'incidence s'opère dans le plan de la section principale du cristal, ces deux plans se confondent avec elle, et l'on retombe sur la propriété que nous avons observée d'abord; mais le dernier énoncé, outre qu'il est plus général, a encore l'avantage de lier plus étroitement la polarisation opérée par le cristal avec la force, soit répulsive, soit attractive, qui produit la réfraction extraordinaire, car cette force émane aussi de l'axe du cristal.

Pour abréger, désignons par φ_o, φ_e les deux forces inconnues qui produisent dans chaque cristal les deux genres de polarisation fixe, ordinaire, extraordinaire. Quelle que soit la nature de ces forces, on pourra toujours les regarder comme s'exerçant dans les deux plans que nous venons de définir, et qui sont menés parallèlement à l'axe du cristal par chacun des deux rayons réfractés. Car, si l'on fait tourner les rayons autour de l'axe du cristal, comme on peut le faire en tournant celui-ci sur sa base, l'œil restant fixe, les plans dont il s'agit tournent également avec eux, et le sens de la polarisation les suit toujours : par conséquent tout l'effet des forces polarisantes se réduit à rendre l'axe X des axes des molécules lumineuses parallèle ou perpendiculaire à ces plans. Si cette condition ne peut être remplie pour l'un ou pour l'autre rayon, d'après la direction que la théorie de la double réfraction lui assigne, ce rayon ne se formera point.

D'après cette manière de les envisager, on conçoit aisément pourquoi un rayon déjà polarisé par la réflexion ne se divise point quand on lui fait traverser perpendiculairement un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est parallèle au plan de réflexion : c'est que toutes les molécules qui composent ce rayon sont déjà disposées par la réflexion comme elles doivent l'être pour composer le rayon ordinaire dans l'intérieur du rhomboïde. En effet, pour cette incidence on sait que les deux rayons réfractés doivent rester dans le plan de la section principale. Or l'axe X se trouve déjà dans ce plan. La force φ_e ne pourra donc pas l'en écarter, puisqu'elle-même s'y trouve comprise, et, par une raison semblable, la force φ_o agira toute entière pour l'y retenir. C'est ce que représente la figure 6, où C désigne le centre d'une des molécules lumineuses, dont CZ, CY, CX sont les trois axes, RR étant la section principale du rhomboïde supposée dans le plan ZCX, mené par les axes Z et X.

Si la section principale du rhomboïde est perpendiculaire au plan de réflexion, l'incidence restant toujours perpendiculaire, le rayon ne se divisera pas davantage; car, dans ce cas comme dans le précédent, les deux rayons réfractés doivent rester dans le plan de la section principale. Or leur axe X se trouve déjà dirigé par la réflexion perpendiculairement à ce plan, comme il doit l'être dans le rayon extraordinaire. Ainsi la force ϕ_e agira toute entière pour le maintenir dans cette position, et la force ϕ_o lui étant perpendiculaire, ne pourra pas l'en détourner. Ce second cas est représenté fig. 7, où les dénominations sont les mêmes que dans la fig. 6, avec cette seule différence, que le plan RR de la section principale du rhomboïde coïncide avec le plan ZCY mené par les axes Z et Y.

Mais dans toutes les positions du cristal intermédiaires entre ces deux limites, comme le représente la fig. 8, le rayon se divisera nécessairement. En effet, la section principale, qui doit encore contenir les deux faisceaux réfractés, ne sera plus ni parallèle ni perpendiculaire à l'axe X des molécules lumineuses. Les forces ϕ_o, φ_e étant dirigées dans le plan de cette section, tendront ainsi à faire tourner l'axe X chacune dans le

sens qui leur est propre, la première pour l'attirer dans le plan de la section principale, la seconde pour l'en écarter. Si le plan de la section principale fait un très-petit angle i avec le plan de réflexion du rayon, l'influence de ϕ_e sera très-faible, parce qu'alors sa direction coïncide presque avec celle de l'axe X des molécules lumineuses ; de sorte qu'elle a très-peu de tendance à le faire tourner perpendiculairement à ce plan, comme il doit l'être dans le rayon extraordinaire. Au contraire, l'influence de φ_0 sera alors presque totale. Mais à mesure que l'angle i augmente, l'influence de φ_e augmente aussi, tandis que celle de φ_0 diminue ; enfin celle-ci devient nulle quand l'angle i est droit, et alors l'action de ϕ_e est totale. Au-delà de ce terme, si l'on continue à tourner le rhomboïde, les forces φ_0, φ_e reprennent successivement les mêmes valeurs qu'elles avaient dans le premier cadran. Nous avons vu plus haut que les intensités F_0, F_e des deux rayons, ordinaire, extraordinaire, se conforment aussi à ces périodes. Or, si toutes les molécules lumineuses qui ont pénétré le cristal se trouvaient après leur entrée dans des dispositions exactement pareilles, il est évident qu'elles ne se partageraient jamais ainsi entre les deux forces ; mais elles céderaient toutes ensemble à celle dont l'effort serait le plus énergique. Leur séparation progressive à mesure que i augmente, est donc une preuve de quelque inégalité primitive dans les dispositions qu'elles apportent à l'une et à l'autre réfraction. Il est naturel d'attribuer cette inégalité aux diverses natures d'accès dans lesquels les molécules se trouvent au moment de leur incidence sur le cristal, et par suite aux diverses phases de transmission dans lesquelles la réfraction les amène après leur entrée. En effet, on verra par la suite qu'il existe les plus grands rapports entre les longueurs de ces accès et les périodes que les rayons suivent en se partageant entre ces deux forces, lorsqu'elles sont assez affaiblies pour que l'on puisse observer le mode progressif suivant lequel ce partage s'établit.

D'après cette discussion, on voit que tous les phénomènes de la polarisation fixe, tant ceux qui sont produits par les cristaux que par les surfaces réfléchissantes, se rapportent aux

mouvemens de l'axe X des molécules lumineuses. Pour fixer les idées, nous appellerons cet axe, *Axe de polarisation*, et nous nommerons *Axe de translation* celui qui est tourné dans le sens des mouvemens de translation des molécules lumineuses. Mais, d'après ce que nous avons dit page 275, le premier seul sera fixe dans les particules, et répondra à des points déterminés de leur surface. En adoptant cette définition, tous les résultats que nous avons jusqu'à présent obtenus, peuvent s'énoncer très-simplement et très-clairement de la manière suivante :

Lorsqu'un rayon de lumière est réfléchi par une surface polie, sous l'incidence qui produit la polarisation complète, l'axe de polarisation de toutes les molécules réfléchies est situé dans le plan de réflexion, et perpendiculaire à l'axe actuel de translation de ces particules.

Si les molécules incidentes sont tournées de manière que cette condition soit impossible à remplir, elles ne se réfléchiront point, *du moins sous l'incidence qui détermine la polarisation complète.* Cela arrive quand l'axe de polarisation des molécules incidentes est perpendiculaire au plan d'incidence, l'angle d'incidence étant d'ailleurs convenablement déterminé.

Généralement, lorsqu'une surface polie reçoit un rayon polarisé, sous l'incidence où elle produirait elle-même la polarisation complète, et qu'on la fait tourner ainsi autour de ce rayon sans changer son inclinaison sur lui, la quantité de lumière qu'elle réfléchit dans les diverses positions est proportionnelle au carré du cosinus de l'angle que le plan d'incidence forme avec l'axe de polarisation.

Lorsque la lumière traverse des rhomboïdes de spath d'Islande qui la divisent, les molécules lumineuses sont polarisées diversement. Celles qui composent le rayon extraordinaire ont leur axe de polarisation dans un plan mené par l'axe de translation de ce rayon, et par une droite parallèle à l'axe du cristal. Celles qui composent le rayon extraordinaire ont leur axe de polarisation perpendiculaire au plan mené de la même manière par leur axe de translation et par une droite parallèle à l'axe du cristal.

D'après cela, quand nous dirons qu'un rayon de lumière se trouve *polarisé ordinairement par rapport à un plan*, cela voudra dire que les molécules qui le composent ont leur axe de polarisation situé dans ce plan ; ou bien, pour abréger, nous pourrons dire encore que ce plan est le *plan de polarisation :* et au contraire, quand nous dirons que le rayon se trouve polarisé *extraordinairement par rapport à un plan*, cela voudra dire que les molécules lumineuses qui le composent ont leur axe de polarisation perpendiculaire à ce plan.

Lorsqu'un rayon de lumière déjà polarisé traverse perpendiculairement un rhomboïde de spath d'Islande, la quantité de lumière qui passe à l'état de rayon ordinaire est proportionnelle au cosinus de l'angle formé par la section principale du rhomboïde avec l'axe de polarisation du rayon, et la quantité de lumière qui passe à l'état de rayon extraordinaire est proportionnelle au carré du sinus du même angle. L'un et l'autre genre de polarisation se rapportent au plan de la section principale.

Dans ces définitions, nous avons assujetti les molécules qui composent un rayon polarisé à avoir leurs axes de polarisation exactement parallèles et perpendiculaires à la vitesse de translation. C'était la manière la plus simple de représenter les phénomènes ; mais on pourrait encore y satisfaire en donnant aux axes de polarisation un mouvement d'oscillation conique, semblable à la nutation terrestre, autour de la position moyenne que nous leur avions ici supposée. Alors la possibilité ou l'impossibilité de la réflexion sous l'incidence de la polarisation complète ne serait plus rigoureusement bornée au parallélisme ou à la perpendicularité des forces réfléchissantes, mais à certaines limites extrêmes d'obliquité sur l'axe de polarisation ; limites dont l'étendue pourrait même varier avec la nature ou l'intensité des impressions physiques communiquées aux molécules lumineuses. Cette manière de voir, plus générale, paraît nécessitée par une classe de phénomènes que nous décrirons dans la suite, où les molécules lumineuses, convenablement préparées, subissent à travers des cristaux la réfraction ordinaire, non-seulement dans une position déterminée de la section principale, mais dans une amplitude, quelquefois fort considérable, à droite et à gauche de cette position.

Après avoir fixé les caractères généraux de la polarisation, déterminons les angles sous lesquels les diverses substances impriment cette modification à la lumière qu'elles réfléchissent, et voyons si l'on y découvre quelque analogie avec leur pouvoir réfringent.

On peut obtenir ces angles d'une manière fort simple pour tous les corps solides, quelque petits qu'ils puissent être, au moyen du goniomètre de M. Wollaston, que nous avons décrit tome III, page 164. La seule addition qu'il faille y faire consiste à appliquer sur le plan du cercle de cuivre une des faces d'un prisme rectangulaire de verre, que l'on y fait adhérer solidement au moyen de quelque lut. Alors l'autre face du prisme devient perpendiculaire à ce plan, fig. 9. On pose l'instrument sur un support horizontal immobile, par exemple, sur le chambranle d'une cheminée, et on l'y fixe de même avec un lut solide. Cela rend le limbe vertical. On place sur son prolongement deux bougies allumées, l'une plus élevée, l'autre plus basse; et toutes deux assez éloignées pour que les dimensions du prisme et des pièces mobiles de l'axe soient très-petites comparativement à leur distance. Puis, faisant tourner le limbe avec le prisme qu'il porte, on tâche de faire coïncider l'image réfléchie d'une des bougies avec l'image directe de l'autre. Cela doit être possible, si la surface du prisme a été exactement appliquée contre le limbe. Mais, comme on peut n'avoir pas du premier coup placé tout-à-fait les bougies comme elles doivent l'être, on fera mouvoir l'une d'elles jusqu'à ce que cette condition soit remplie. Cette coïncidence étant obtenue, on applique sur l'axe central mobile, avec de la cire molle, et tout auprès du prisme, le corps dont on veut étudier la polarisation, et l'on tourne les pièces qui le portent jusqu'à ce que la coïncidence des deux images ait lieu aussi sur sa surface, comme sur le prisme fixe. Alors la surface de la substance est, comme celle du prisme, perpendiculaire au limbe. Pour s'en assurer davantage, on fait tourner le limbe d'une certaine quantité, de 90°, par exemple, et l'on essaie de rétablir la coïncidence des images sur la substance par le seul mouvement de l'axe mobile; cela doit

être toujours possible, si toutes les parties de l'appareil sont bien disposées. Cette épreuve faite, on rétablit de nouveau la coïncidence des images sur le prisme, en faisant tourner le limbe, et sur la substance, en faisant tourner l'axe mobile. Alors les deux surfaces réfléchissantes deviennent exactement parallèles, et elles doivent continuer de l'être dans tout le reste de l'opération.

C'est là que l'observation commence. On tourne le limbe de manière que le plan des deux surfaces passe par le centre d'une des deux bougies. On y parvient en amenant la moitié supérieure de la flamme à coïncider sur le verre avec son image. Alors, si l'on n'a pas dérangé la substance, la même coïncidence doit avoir lieu sur sa surface, et il convient de s'en assurer. Cette position sert de point de départ, et on lit sur le vernier fixe le numéro de la division auquel elle répond. Ensuite on fait tourner le limbe jusqu'à ce que l'image réfléchie de cette même flamme, vue sur la surface de la substance, soit entièrement polarisée ; ce dont on s'assure en l'étudiant avec un prisme achromatique de spath d'Islande, auquel on adapte un verre concave, si l'on a la vue trop courte. Quand on est arrivé à la polarisation parfaite, ou au moins la plus complète que la substance puisse opérer, on lit de nouveau sur le vernier fixe le numéro de la division du limbe, d'où, retranchant la première lecture, on a l'arc parcouru, c'est-à-dire l'angle formé par les rayons incidens avec la surface de la substance au moment de l'observation. Par exemple, en opérant ainsi sur un morceau de baryte sulfatée, poli par l'art, et partant successivement de l'une et de l'autre bougie, j'ai eu les résultats suivans :

	1re bougie.	2e bougie.
Départ.....	48° 35′	196°
Polarisation complète.	16 10	164
	32 25	32

On ne peut guère espérer une plus grande conformité, parce que, même dans les substances qui polarisent le mieux la lumière, la disparition de l'image extraordinaire, dans le prisme

rhomboïdal, n'est pas fixée à une valeur mathématique de l'inclinaison ; elle a lieu encore dans une petite étendue avant et après, avec une perfection à peu près égale, du moins en employant le degré de lumière que j'ai supposé. Il faut donc que les observations comparées, faites sur chaque bougie, s'accordent aussi entre elles dans les limites d'écarts que ce genre d'expériences comporte, et l'on prendra la moyenne des deux résultats.

M. Arago emploie un moyen analogue. Il commence par marquer sur les murs d'une grande salle des divisions verticales qui, vues d'un centre assigné, répondent à des intervalles d'un degré ou au-dessous. Cela se fait en plaçant à ce centre un cercle répétiteur horizontal, dont on dirige successivement la lunette dans différens azimuts. Alors, quand on veut observer la polarisation sur une substance solide, on la place à ce centre, en la fixant avec de la cire sur un pied qui permette de la faire tourner horizontalement ; puis on place une bougie à l'une des divisions, et l'on incline la surface de la substance jusqu'à ce que l'image réfléchie de la bougie reste à la même hauteur que l'image directe. Quand on y est parvenu, la surface réfléchissante est verticale. Alors on fait tourner cette surface autour de son axe vertical, en suivant l'image réfléchie avec un prisme de spath d'Islande achromatique, jusqu'à ce qu'elle paraisse entièrement polarisée. Lorsqu'elle l'est, on regarde à quelle division de la salle le rayon réfléchi prolongé va aboutir, et l'on connaît ainsi l'angle qu'il forme avec le rayon incident. Cette méthode, comme la précédente, a l'avantage de pouvoir s'appliquer aux plus petits fragmens des substances, sans cesser d'avoir une grande distinction dans l'image, parce que l'œil en est placé tout près. Au reste, leurs résultats sont parfaitement d'accord, comme on le verra plus bas.

Ces procédés ne sont plus applicables, quand on veut observer la polarisation sur des liquides dont la surface supérieure est nécessairement horizontale. J'emploie alors l'appareil représenté fig. 10. AB, AC sont deux tiges de fer divisées, l'une verticale, l'autre horizontale. La première peut se transporter horizontalement, et son pied A est muni d'un vernier

qui sert à déterminer la division de AC, où on l'arrête ; de plus, elle porte un disque circulaire V, percé à son centre, pour laisser passer la lumière d'une bougie que l'on place derrière. Ce disque se fixe par des vis, et sa hauteur se mesure par le moyen d'un vernier. Enfin la tige AC porte un support mobile S qui peut se fixer de même, et sur lequel on lute avec de la cire molle un petit vase V rempli du liquide que l'on veut observer. La largeur de ce vase doit être assez grande pour que la surface du liquide au centre soit sensiblement plane. Quand il est placé sur le support, on promène celui-ci dans les diverses parties de la tige horizontale, jusqu'à ce que l'image réfléchie soit complètement polarisée. Alors on lit la hauteur AV sur la division verticale, la longueur AC sur la division horizontale, puis les dimensions de l'appareil étant connues, ainsi que la hauteur du vase, on en déduit aisément HV et IH. Le rapport de ces deux lignes, ou $\frac{VH}{IH}$, est la tangente de l'angle de polarisation, compté de la surface du liquide. Si l'on place ainsi deux couches liquides, l'une au-dessus de l'autre, de l'huile sur de l'eau, par exemple, on peut déterminer les angles où la lumière est polarisée, soit à la première, soit à la seconde surface du liquide supérieur.

Voici quelques nombres obtenus par ces divers procédés : leur accord en démontre l'exactitude, et ils nous serviront d'élémens précis pour aller plus loin.

NOMS des substances.	Angles de polarisation observés		MOYENNES.	
	par moi.	par M. Arago.		
Eau.....	36° 55′ 30″	37° 0′	36° 58′	
Huile de poisson rectifiée.	34 29 40		34 30	
Ambre.....	33 25 0		33 25	
Baryte sulfat..	32 12 30	32 0	32 6	
Topaze.....		31 0	31 0	
Soufre natif..	30 7 0	29 25	29 46	incomplète
Diamant.....	23 0 0	22 47	22 54	incomplète

Sur les deux dernières substances, on ne trouve aucun angle d'incidence où le rayon réfléchi soit complètement polarisé ; ainsi, on s'est arrêté à ceux qui donnaient la polarisation la plus parfaite. On trouve à cet égard des différences très-considérables entre les divers morceaux de diamant, substance qui semble pourtant bien devoir être considérée comme toujours la même.

Les résultats que nous venons de rapporter montrent que l'angle de polarisation, compté de la surface, diminue à mesure que les substances réfractent davantage; de sorte qu'il semble devoir devenir tout-à-fait nul pour une substance dont le rapport de réfraction serait infini. Cette propriété n'a pas lieu seulement quand les substances sont environnées d'air, mais de tout autre milieu plus réfringent. Alors tous les angles de polarisation comptés de la surface augmentent. Néanmoins, dans leur accroissement général, les plus petits appartiennent toujours aux substances qui réfractent davantage. Mais, ce qui est bien digne de remarque, ces angles ne paraissent pas augmenter indéfiniment quand la force réfléchissante diminue. Pour vous en assurer, versez une couche d'huile de poisson bien pure sur de l'eau que vous aurez noircie avec un peu d'encre; ces deux liquides exerceront sur la lumière des actions presque égales : ainsi la force réfléchissante à leur surface commune sera très-faible. Si vous y observez l'angle de polarisation par le procédé que j'ai expliqué tout-à-l'heure, vous trouverez qu'elle a lieu complètement, lorsque le rayon incident forme avec la surface supérieure de l'huile un angle d'environ 18° 57′ 20″; ce qui suppose qu'après sa réfraction, il forme un angle de 49° 50′ 40″ avec la surface inférieure de l'huile, ou, ce qui revient au même, avec la surface supérieure de l'eau noircie qui est au-dessous. En général, quand les forces réfléchissantes sont, comme ici, extrêmement atténuées, l'angle de polarisation, compté de la surface, semble s'approcher de plus en plus de 45° ; et ce qui confirme bien cette indication, c'est que M. Arago a trouvé 45° pour l'angle sous lequel la lumière est polarisée par sa réflexion succes-

sive dans les couches de l'atmosphère. Nommons donc généralement n' le rapport de réfraction pour la substance dont on veut observer la polarisation, n le rapport analogue pour le milieu qui la touche, ou plus généralement pour la substance que la lumière traverse avant de parvenir à sa surface; nommons θ l'angle de polarisation compté de la normale à la surface commune, tous les cas seront renfermés entre ces deux limites :

$$\frac{n'}{n} = 1; \qquad \theta = 45^\circ; \qquad \text{tang}\,\theta = 1:$$

$$\frac{n'}{n} = \infty; \qquad \theta = 90^\circ; \qquad \text{tang}\,\theta = \infty.$$

L'égalité qu'on observe ici entre les valeurs de $\frac{n'}{n}$ et les tangentes de l'angle θ porte à examiner si la même chose n'aurait pas lieu en général, ce qui donnerait

$$\text{tang}\,\theta = \frac{n'}{n}.$$

En effet, cette loi représente fort bien les observations, comme on va le voir. Elle a été remarquée, pour la première fois, par M. Brewster, qui l'a présentée sous une forme un peu différente.

Elle satisfait d'abord à l'observation de Malus sur les rapports des angles de polarisation à la première et à la seconde surface d'un corps environné d'air, ou plus généralement d'un même milieu homogène. En effet, nommons θ, θ' ces deux angles : le premier sera tel que nous venons de le déterminer tout-à-l'heure. Pour le second, la lumière traverse d'abord la substance, et se polarise sur l'air de dessous. On aura donc

$$\text{tang}\,\theta = \frac{n'}{n}; \qquad \text{tang}\,\theta' = \frac{n}{n'}.$$

Or, en prenant le sinus de chacun de ces angles, en fonction de sa tangente, on trouve

$$\sin\theta = \frac{n'}{\sqrt{n^2 + n'^2}}; \qquad \sin\theta' = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n'^2}}:$$

donc $$\sin\theta = \frac{n'}{n}\sin\theta';$$

ce qui donne précisément la loi de Malus, en faisant n égal à 1.

Voici maintenant, comme vérification générale, la comparaison des angles donnés par la formule, avec ceux que nous avons rapportés plus haut, d'après l'observation.

Noms des Substances.	Rapports de réfraction.	Angles de polarisation dans l'air,	
		calculés.	observés.
Eau.....	1,3359	36° 49′	36° 58′
Huile de poisson...	1,4666	34 29	34 30
Ambre.....	1,5555	32 44	33 25
Baryte sulfatée....	1,6428	31 19	32 6
Topaze.....	1,652	31 11	31 0
Soufre natif.....	2,0278	26 15	29 46
Diamant.....	2,43905	22 18	22 54

Enfin nous pouvons appliquer la formule à l'observation que j'ai rapportée plus haut, de la polarisation sur l'eau couverte d'huile ; nous aurons alors

$$\text{tang}\,\theta = \frac{1,3359}{1,4666}, \quad \text{d'où} \quad \theta = 42°\ 19'\ 40''.$$

Cette valeur de θ donne 47° 40′ 20″, comptée de la surface, et l'on a vu que l'expérience m'a donné 49° 50′ 40″.

Dans ces comparaisons, les écarts du calcul sont assez petits pour qu'on puisse les attribuer à l'indétermination nécessaire que ce genre d'expérience comporte, ou à quelque particularité de la surface, dont l'influence modifie l'application rigoureuse de la loi. Mais, quant à l'effet général de celle-ci, il est impossible de le méconnaître. M. Brewster l'avait déjà confirmé par des expériences qui lui étaient propres ; celles que je viens de

rapporter étant toutes différentes, et faites par d'autres observateurs, sont propres à lui donner encore plus de poids. Néanmoins il ne faut la regarder que comme une approximation commode, et non comme une loi tout-à-fait rigoureuse; car si elle l'était, elle devrait donner sur toutes les substances des angles de polarisation différens pour les diverses couleurs, et croissans avec la réfrangibilité; de sorte qu'à parler rigoureusement, la polarisation ne devrait jamais être complète. On observe en effet quelque chose de pareil sur diverses substances, comme M. Arago l'a remarqué le premier. Alors, si l'on analyse la lumière réfléchie en se servant d'un prisme de spath d'Islande achromatisé, dont la section principale soit parallèle au plan de réflexion, il arrive une incidence où presque tout le faisceau réfléchi est polarisé dans ce plan, sauf une très-faible portion, dont la teinte est très-sensiblement bleue. Mais, en se rapprochant davantage de la surface réfléchissante, cette teinte passe au rouge-jaunâtre. L'alternative est surtout frappante sur le foie d'antimoine et le fer spéculaire de l'île d'Elbe. Mais on ne voit rien de pareil sur l'ambre, ni même sur le diamant, qui sont pourtant des substances très-dispersives. De là, et de quelques autres épreuves, je conclus que les teintes ainsi observées ne dépendent point des forces dispersives, mais d'un mode particulier de polarisation qui s'opère en général sur la surface des métaux, et qui peut avoir lieu aussi sur d'autres corps.

Nous venons de voir que, pour les corps environnés de tous côtés d'un même milieu, l'angle de polarisation à la seconde surface est donné par la formule

$$\text{tang}\ \theta' = \frac{n}{n'},$$

dans laquelle n' est le rapport de réfraction de la substance, et n celui du milieu qui l'environne. L'angle θ' étant ainsi donné par sa tangente, aura toujours une valeur réelle, soit que n surpasse n' ou en soit surpassé. Or, dans ce dernier cas, il y a une incidence intérieure θ'', au-delà de laquelle le rayon ne peut plus sortir de la substance, étant ramené en dedans par la

réfraction. D'après ce qu'on a vu dans le troisième volume, cela arrive quand on a

$$\sin\theta'' = \frac{n}{n'}, \qquad \text{d'où} \qquad \operatorname{tang}\theta' = \sin\theta'' = \operatorname{tang}\theta''\cos\theta''.$$

On voit par-là que l'angle θ' sera toujours moindre que θ'', en les comptant l'un et l'autre de la normale à la seconde surface. Par conséquent la polarisation complète s'opérera toujours entre les limites d'incidence, où la réflexion partielle a lieu.

Il y a néanmoins une disposition dans laquelle son existence, quoique toujours réelle, pourrait cesser d'être observable; ce serait le cas où l'on voudrait la produire à la seconde surface d'une plaque à faces parallèles. Car alors la nature des milieux environnans pourrait être telle, que le rayon s'introduisît toujours dans la plaque trop perpendiculairement pour subir la polarisation complète à sa seconde surface. En effet, le plus grand angle de réfraction θ_1 que le rayon puisse faire avec la normale en entrant dans la couche répond à une incidence extérieure de 90°; et si l'on nomme toujours n' le rapport de réfraction pour la substance, et n pour le premier milieu par lequel la lumière lui arrive, on aura

$$\sin\theta_1 = \frac{n}{n'}.$$

Ce même angle θ_1 est encore celui sous lequel le rayon parvient à la seconde surface de la couche. Mais si cette surface est en contact avec un autre milieu dont le rapport de réfraction soit n'', l'angle de polarisation θ' y sera donné par la formule

$$\operatorname{tang}\theta' = \frac{n''}{n'}.$$

Conséquemment, pour que le rayon réfracté puisse y éprouver cette modification, il faudra que θ' ne surpasse point le plus grand angle de réfraction θ_1. La limite aura lieu dans la supposition d'égalité, qui donne

$$\operatorname{tang}\theta' = \operatorname{tang}\theta_1, \qquad \text{ou} \qquad \frac{n''}{n'} = \frac{n}{\sqrt{n'^2 - n^2}}.$$

Supposons, par exemple, que le premier milieu soit de l'air,

pour lequel on peut supposer sensiblement $n = 1$; que la plaque parallèle soit une couche d'eau liquide, pour laquelle $n' = 1,336$. Ces valeurs, substituées dans la formule, donneront $n'' = 1,508$; ce qui est le rapport de réfraction d'un grand nombre de crowns. M. Brewster a vérifié ce résultat par l'expérience, en étendant une couche d'eau sur un verre de cette espèce, et il a en effet trouvé que l'image réfléchie sur le verre allait de plus en plus en approchant de la polarisation complète, à mesure que le rayon incident s'inclinait sur la surface supérieure de la couche d'eau.

M. Brewster a présenté sa loi sous une forme géométrique trop élégante pour la passer sous silence. Nous la déduirons de notre formule. Lorsque la lumière passe du milieu n dans la substance n', nous avons vu que la polarisation s'opère à la première surface de cette substance, sous l'incidence θ, telle qu'on ait

$$\text{tang}\,\theta = \frac{n'}{n}, \qquad \text{ou} \qquad \cos\theta = \frac{n}{n'}\sin\theta.$$

Or, dans ce cas, la portion du rayon qui pénètre la substance s'y réfracte sous un angle θ_1, tel qu'on ait

$$\sin\theta_1 = \frac{n}{n'}\sin\theta, \quad \text{donc} \quad \sin\theta_1 = \cos\theta \quad \text{et} \quad \theta_1 + \theta = 90^\circ.$$

Pour voir ce que ce résultat signifie, soit, fig. 11, AB la surface réfléchissante, N N′ sa normale, S C le rayon incident, C R le rayon réfracté, et C S′ le rayon réfléchi, formant aussi l'angle θ avec la normale N N′. D'après notre formule, les angles S′C N, R C N′, pris ensemble, valent un droit ; donc l'angle supplémentaire S′C R est aussi droit ; c'est-à-dire que, *sur toute surface réfléchissante, l'angle de la polarisation complète est celui sous lequel le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon réfracté.* Dans le cas où la substance est infiniment réfringente, le rayon incident, même celui qui vient parallèlement à la surface d'incidence, est plié suivant la normale I N′ ; alors l'angle de polarisation n'a lieu que quand le rayon réfléchi est aussi parallèle à cette même surface. Au contraire, quand

la force réfringente est insensible, le rayon passe sans se plier, et la condition de la perpendicularité est remplie quand l'incidence θ est de 45°. Ce sont là, en effet, les deux limites extrêmes de polarisation, comme nous l'avons trouvé plus haut.

Je viens maintenant à un autre genre de phénomènes qui a été découvert et décrit dans le même temps par Malus et par moi, mais dont l'analyse et la loi appartiennent à lui seul (1). En exposant ces phénomènes, je commencerai par les expériences que j'ai faites, parce qu'elles les rendent extrêmement apparens et faciles à observer. Je rapporterai ensuite celles de Malus, qui en donnent une analyse rigoureuse et directe. J'en déduirai la loi à laquelle il était parvenu, et qu'il a indiquée dans la seule note imprimée qui nous reste de lui sur cette matière. Enfin je montrerai, d'après des expériences nouvelles, les modifications que cette loi exige, et j'essaierai de fixer le véritable point de vue sous lequel il me paraît qu'on doit l'envisager.

Voici d'abord en quoi consiste le phénomène principal, tel que je l'ai observé. Si l'on forme une pile de plusieurs lames de verre parallèles, séparées les unes des autres par des intervalles d'air, et que l'on présente obliquement cette pile à un rayon de lumière naturelle, la lumière transmise se trouve modifiée en tout ou en partie comme si elle avait traversé un corps cristallisé; car, si on l'analyse à sa sortie en lui faisant traverser un rhomboïde de spath d'Islande, elle se divise généralement en deux faisceaux d'inégale intensité; et même, si l'on augmente suffisamment le nombre des glaces superposées, il y a quatre positions rectangulaires du rhomboïde dans lesquelles elle ne se divise point, et alors la lumière transmise se comporte comme si elle était complètement polarisée.

Ce phénomène n'a pas lieu seulement pour une incidence

(1) Les expériences de Malus et les miennes ont été lues à l'Institut le 11 mars 1811, et publiées peu de jours après dans le Moniteur. Il paraît que les mêmes phénomènes se sont aussi présentés à M. Brewster; mais son travail est presque de trois ans postérieur au nôtre, ayant été lu à la Société royale le 27 janvier 1814.

particulière du rayon sur les lames de verre ; il commence dès que l'incidence cesse d'être perpendiculaire : la portion de lumière transmise, qui conserve les caractères de la lumière directe, diminue à mesure que le rayon incident devient plus oblique sur les lames : enfin, si celles-ci sont suffisamment nombreuses, comparativement à l'intensité du rayon incident, il arrive un terme où, comme nous l'avons dit, toute la lumière transmise est polarisée dans un seul sens ; et ce terme une fois atteint, la même propriété subsiste ensuite pour toutes les autres obliquités, à mesure que le rayon incident s'approche davantage d'être parallèle aux glaces.

La quantité de lames nécessaires pour obtenir ainsi la polarisation complète dépend de l'intensité de la lumière incidente et de la nature de la substance dont les lames sont formées. Dix lames de verre suffisent pour polariser complètement la lumière du soleil couchant ; mais deux feuilles d'or battu suffisent pour produire le même effet à toutes les hauteurs du soleil. Il faut avoir soin que ces feuilles et ces lames soient placées à distance et parallèlement l'une à l'autre. On polarise aussi la lumière de cette manière avec des lames fluides, telles que celles que l'on peut former avec de l'eau savonneuse en y plongeant un carton découpé intérieurement ; mais il est assez difficile d'en produire simultanément un assez grand nombre pour que la polarisation soit totale.

Quand on emploie un grand nombre de lames de verre, par exemple, quarante ou cinquante, et qu'on les fait agir sur la lumière produite par la flamme d'une bougie, on remarque de très-grandes différences dans l'intensité de la lumière transmise sous diverses obliquités. Cette intensité, d'abord très-faible sous l'incidence perpendiculaire, augmente à mesure que le rayon incident devient plus oblique aux lames. Elle est à son maximum lorsqu'il fait un angle de 35° 25′ avec leur surface. C'est l'angle où la réflexion sur le verre polarise complètement la lumière. Au-delà de ce terme, si l'obliquité augmente toujours, l'intensité diminue de nouveau, et même plus rapidement qu'elle n'avait d'abord augmenté.

Arrêtons-nous un moment à ce maximum. Alors toute la lumière réfléchie par les lames successives est entièrement polarisée ; et d'après ce que nous avons vu plus haut, en analysant le phénomène de la réflexion, elle est polarisée de manière que l'axe de polarisation des molécules lumineuses se trouve dans le plan de réflexion. Or, sous cette incidence, si l'on double ou triple le nombre des lames dont la pile se compose, une fois que la lumière transmise se trouve complètement polarisée, son intensité ne varie plus du tout; elle conserve absolument le même éclat, quel que soit ce nombre : il faut donc qu'alors elle se trouve polarisée de manière à échapper à la réflexion continuelle et successive que les lames tendent à exercer sur elle. En effet, si on écarte la dernière lame à une distance assez grande pour pouvoir observer la réflexion qu'elle produit, on voit qu'elle est absolument nulle. Ceci nous découvre le sens dans lequel la lumière transmise se trouve alors polarisée. Puisqu'elle se transmet librement à travers les lames suivantes, il faut qu'elle soit polarisée perpendiculairement au plan dans lequel s'opère la réfraction. Quoique cette conséquence se présente d'elle-même, après ce qui précède, je ne l'avais pas déduite alors des phénomènes, et elle appartient à Malus, qui l'a découverte par une autre méthode que je vais expliquer.

Pour cela, considérons d'abord l'action d'une seule glace ; et afin de mieux reconnaître la modification qu'elle imprime aux molécules lumineuses, faisons-la agir sur un rayon déjà polarisé par la réflexion. Supposons, pour fixer les idées, que ce rayon soit vertical, et que l'axe de polarisation de ses molécules soit dirigé dans le plan du méridien. Inclinons la glace de manière qu'elle forme avec lui un angle de 35° 25′. Sous cette inclinaison, qui est celle de la polarisation totale, si nous faisons tourner la glace autour du rayon polarisé, elle réfléchira des quantités inégales de lumière, suivant l'angle i que le plan d'incidence formera avec l'axe de polarisation du rayon ; et si nous nommons E l'intensité de cette lumière réfléchie lorsque l'angle i est nul, sa valeur sera en général $E \cos^2 i$. Considérons maintenant la lumière transmise par la glace, et

d'abord désignons par O celle qui passe quand i est nul, c'est-à-dire, lorsque le plan d'incidence est dans le méridien même; alors cette lumière conserve sa polarisation primitive, comme on peut s'en assurer en la recevant sur une seconde glace, ou en lui faisant traverser un rhomboïde de spath d'Islande. Maintenant, si l'on tourne la glace autour du rayon polarisé, la quantité de lumière réfléchie n'est plus E comme dans le méridien, mais $E \cos^2 i$. La différence $E - E \cos^2 i$ ou $E \sin^2 i$ va donc s'ajouter à la lumière transmise. Mais cette nouvelle portion n'est plus polarisée suivant le plan du méridien; l'expérience montre qu'elle l'est, au contraire, perpendiculairement au plan de réfraction du rayon dans la glace. Malus s'est assuré de ce fait par des expériences très-délicates; mais cela se voit encore plus simplement par la libre transmission du rayon à travers la pile, comme nous l'avons remarqué. Ainsi la lumière transmise se trouve alors composée de deux parties O et $E \sin^2 i$, qui sont polarisées diversement, la première suivant OM, fig. 12; la seconde suivant OR. Si on lui fait traverser perpendiculairement un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale soit parallèle au méridien OM, la portion O ne se divisera point, puisqu'elle est déjà polarisée suivant ce plan; mais la portion $E \sin^2 i$, polarisée suivant OR, se divisera en deux faisceaux, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire. Le premier sera proportionnel au carré du cosinus de l'angle ROM formé par l'axe de polarisation OR avec la section principale du rhomboïde. Cet angle est évidemment égal à $90 + i$, puisque l'axe de polarisation du rayon est perpendiculaire au plan de réfraction de la glace, lequel forme lui-même un angle i avec le méridien, ou, ce qui est la même chose, avec la section principale du rhomboïde. Ainsi l'intensité de ce rayon ordinaire sera $E \sin^2 i \cos^2 (90 + i)$, ou $E \sin^4 i$, et l'intensité du rayon extraordinaire correspondant sera $E \sin^2 i \sin^2 (90 + i)$, ou $E \sin^2 i \cos^2 i$.

Si donc nous désignons, comme à l'ordinaire, par F_o et par F_e les intensités totales des faisceaux lumineux ordinaires et extraordinaires transmis par le rhomboïde, nous aurons

$$F_o = O + E \sin^4 i$$
$$F_e = E \sin^2 i \cos^2 i.$$

La valeur de F_e peut se mettre sous la forme $\frac{1}{4} E \sin^2 2i$. On voit alors qu'elle est nulle quand i est nul ou égal à 90°, et qu'elle atteint son maximum entre ces limites, quand $i = 45°$. Telles sont donc les périodes du rayon extraordinaire produit par l'action de la glace sur la lumière qui la traverse ; l'expérience confirme parfaitement ce résultat, quand on analyse la totalité de la lumière transmise par le moyen d'un rhomboïde placé comme le suppose notre calcul.

Quant au rayon ordinaire F_o, on voit qu'il s'accroît sans cesse de tout ce que perd F_e. Dans le méridien où i est nul, il est d'abord égal à O. Il augmente ensuite continuellement d'intensité à mesure que i augmente, et enfin il atteint son maximum lorsque $i = 90°$. Alors, la glace ayant perdu son pouvoir réflecteur, toute la lumière incidente $O + E$ est transmise en conservant sa polarisation primitive, et par conséquent elle ne donne plus qu'un seul rayon ordinaire dans le rhomboïde qui sert à l'analyser.

Nous avons supposé que la section principale de ce rhomboïde était dirigée dans le plan primitif de polarisation du rayon incident, que nous avons supposé être le méridien. Mais si nous voulions placer cette section principale dans toute autre position, le calcul des rayons F_o et F_e ne serait pas plus difficile ; tout se réduirait également à trouver les faisceaux ordinaires et extraordinaires donnés par deux rayons O et $E \sin^2 i$, dont le sens de polaritation est connu : ce n'est qu'une application très-simple des formules données page 268.

En effet, représentons généralement par α l'angle formé par la section principale du cristal avec le plan primitif OM de polarisation du rayon ; alors la portion O de lumière transmise, sur laquelle n'agit point la glace, conservera cette polarisation. Par conséquent, lorsqu'elle traversera le rhomboïde, elle se divisera en deux faisceaux, l'un ordinaire, exprimé par $O \cos^2 \alpha$; l'autre extraordinaire, exprimé par $O \sin^2 \alpha$. Venons maintenant au rayon OR ou $E \sin^2 i$, polarisé par réfrac-

tion dans la glace ; l'axe de polarisation de ses molécules fait avec O M un angle égal à $i + 90^\circ$. Mais la section principale du rhomboïde forme aussi avec O M un angle α que nous supposerons compté dans le même sens, car il faut toujours être fidèle à cette condition, quand on introduit des angles dans les formules algébriques. Ainsi l'angle que l'axe de polarisation de ce rayon fait avec la section principale du rhomboïde est égal à $\alpha - (i + 90^\circ)$, et par conséquent il se résoudra en deux autres, l'un ordinaire $E \sin^2 i \cos^2(\alpha - i - 90^\circ)$, ou simplement $E \sin^2 i \sin^2(\alpha - i)$; l'autre extraordinaire $E \sin^2 i \sin^2(\alpha - i - 90^\circ)$, ou simplement $E \sin^2 i \cos^2(\alpha - i)$. Nous avons donc en tout quatre rayons transmis à travers le rhomboïde, dont deux ordinaires et deux extraordinaires, les uns et les autres polarisés relativement au plan de la section principale. Comme les deux faces de la glace sont supposées parallèles, tous ces rayons restent parallèles entre eux en tombant sur le rhomboïde, et ils rencontreront sa surface dans les mêmes points ; de sorte qu'ils se confondront dans leur incidence. Alors ceux qui sont polarisés de la même manière se réuniront aussi dans leur émergence, et l'on aura en les ajoutant

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \sin^2 i \sin^2(\alpha - i)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 i \cos^2(\alpha - i).$$

Ces formules, plus générales que les précédentes, s'accordent avec elles quand on y suppose α nul, c'est-à-dire, quand on place la section principale du rhomboïde dans le plan primitif de la polarisation du rayon.

On peut également les appliquer au cas où le rayon polarisé traverserait une pile de glaces parallèles, du moins en supposant que ces glaces reçoivent le rayon sous l'incidence de la polarisation totale : car, en vertu de leur parallélisme, le plan d'incidence du rayon sur leur surface serait le même pour toutes ; et quelle que soit la quantité absolue de lumière qui parviendra à chacune d'elles, celle qu'elle réfléchira dans les différens azimuts sera toujours proportionnelle au carré du cosinus de l'angle i. En effet, considérons d'abord toutes les glaces dans le cas de i nul, lorsque le plan d'incidence coïncide

avec le plan de polarisation du rayon. Cette lumière est polarisée suivant le plan d'incidence : il s'en réfléchit une partie que nous nommerons e', et il s'en transmet une autre o' qui conserve sa polarisation primitive. Dans ce cas, chaque glace reçoit une certaine quantité de lumière qui dépend de sa position dans la pile. Faisons maintenant tourner le plan d'incidence autour du rayon polarisé : la quantité de lumière incidente sur chaque glace augmentera, parce que les précédentes lui transmettront la portion de la lumière qu'elles ont cessé de réfléchir ; mais cette nouvelle portion n'est point réfléchie par les glaces sur lesquelles elle tombe, parce qu'elle se trouve polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Elle les traverse librement sous cette inclinaison ; et ainsi, pour chaque glace, la quantité de lumière réfléchie dans les différens azimuts est encore $e' \cos^2 i$; comme si elle se trouvait exposée directement et isolément à la lumière incidente $o' + e'$ polarisée toute entière dans le sens primitif du rayon. D'après cela, on voit que l'intensité du faisceau polarisé par réfraction dans chaque glace, perpendiculairement au plan d'incidence, sera aussi égale à $e' - e' \cos^2 i$ ou $e' \sin^2 i$; et ce faisceau, traversant librement toutes les glaces suivantes, parviendra tout entier sans altération jusqu'au rhomboïde qui sert à l'analyser. L'ensemble de tous ces faisceaux formera donc un rayon total, dont l'intensité sera égale à leur somme, et pourra être représentée par $E \sin^2 i$, puisque l'angle i est le même pour toutes les glaces. Par conséquent, si l'on nomme O la quantité de lumière transmise par la pile lorsque i est nul, la quantité totale qui sera transmise dans un azimut quelconque sera $O + E \sin^2 i$; et, de même que cela avait lieu dans le cas d'une seule glace, elle se trouvera composée de deux parties polarisées diversement, dont l'une O conservera sa polarisation primitive, et l'autre $E \sin^2 i$ se trouvera polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Si donc cette lumière est transmise perpendiculairement à travers un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale fasse un angle quelconque α avec le plan de polarisation primitive, elle se décomposera en le traversant précisé-

ment par les mêmes lois que dans le cas d'une seule glace, et elle donnera deux rayons F_o F_e, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, dont les intensités seront exprimées par les mêmes formules que précédemment.

Les intensités O et E dépendent du nombre des glaces, de leur faculté réfléchissante, et aussi de leur transparence. Si ces glaces sont minces et bien diaphanes, la quantité de lumière qu'elles absorbent sera extrêmement petite comparativement à celle qu'elles réfléchissent; car, si l'on regarde les images d'un même point lumineux à travers des glaces de même nature, mais dont l'une soit épaisse d'un millimètre, et l'autre d'un décimètre, on n'y aperçoit aucune différence d'intensité appréciable; mais si l'on superpose cent de ces glaces minces, et qu'on les présente à un rayon polarisé dans l'azimut où i est nul, elles affaibliront tellement la lumière transmise, qu'elle deviendra tout-à-fait insensible, si la lumière incidente n'est pas de la plus haute intensité.

Maintenant que nous connaissons les lois de ces phénomènes, et que nous les avons réduites en formules, voyons s'il serait possible de les rapporter à l'action de forces attractives et répulsives, comme nous y sommes parvenus pour les autres phénomènes de la polarisation.

Pour cela, considérons l'effet qu'une pile de glaces produit sur un rayon de lumière naturelle, lorsqu'on le reçoit sous l'incidence convenable pour que la lumière réfléchie soit entièrement polarisée. Dans ce cas, si le nombre des glaces est assez considérable, toute la lumière transmise se trouve polarisée perpendiculairement au plan de réfraction; c'est-à-dire, que l'axe de polarisation des molécules lumineuses est perpendiculaire à ce plan. Dès-lors on peut ajouter à la pile un nombre quelconque de glaces, les propriétés du rayon transmis ne sont plus altérées. Ainsi, quelle que soit l'espèce d'action exercée par les glaces sur les molécules de lumière qui les traversent, nous voyons qu'elles ne leur impriment plus aucun mouvement sous cette incidence, quand elles sont ainsi disposées. Nous pouvons donc regarder ces effets comme produits par

une force qui s'exerce parallèlement au plan d'incidence, et qui tend à tourner l'axe de polarisation des molécules lumineuses perpendiculairement à ce plan.

Mais, d'un autre côté, nous avons reconnu que la force qui polarise la lumière à la surface des corps tend, sous la même incidence, à tourner l'axe de polarisation des molécules lumineuses, de manière qu'après la réflexion il se trouve dans le plan d'incidence. Ainsi, lorsqu'un rayon de lumière traverse *sous cette incidence* la surface d'une glace, et pénètre dans son intérieur, il y éprouve, soit à la fois, soit tour à tour, ces deux genres d'action dans des sens rectangulaires. L'une tend à rendre l'axe de polarisation des molécules lumineuses parallèle au plan d'incidence; l'autre tend à le rendre perpendiculaire à ce plan.

Remarquons toutefois que ces considérations s'appliquent uniquement aux lames non cristallisées, dont les deux faces sont parallèles. Car si les lames étaient cristallisées, les molécules lumineuses qui les traverseraient éprouveraient dans leur intérieur des actions dont ici nous ne tenons pas compte, et qui changeraient la direction de leurs axes de polarisation, de sorte qu'elles se présenteraient d'une autre manière à la surface d'émergence, ce qui devrait modifier le phénomène de la polarisation par réfraction, et peut-être même, dans certains cas, l'empêcher tout-à-fait de se produire. En outre, si la lame, sans être cristallisée, n'avait pas ses deux faces parallèles, la seconde surface agirait autrement sur les axes des molécules lumineuses, et il serait possible qu'alors il s'opérât des déviations qui seraient insensibles dans les lames à faces parallèles, parce qu'elles s'y compenseraient comme la réfraction s'y compense. On verra, dans la suite de mes recherches, des phénomènes qui rendent ceci très-probable. Mais en se bornant aux lames non cristallisées, dont les deux surfaces sont parallèles, les déviations définitives que les molécules lumineuses éprouvent peuvent se rapporter seulement aux deux forces que nous venons de considérer.

Pour savoir comment les molécules se partagent entre ces deux forces, il faut considérer ce qui arrive lorsque le rayon incident est polarisé ; en sorte que les molécules qui le composent soient tournées de la même manière. Dans ce cas, nous voyons que l'effet de la polarisation par réflexion et celui de la polarisation par réfraction sont, en quelque sorte, complémentaires l'un de l'autre. Car, si la quantité de lumière qui éprouve la première espèce de modification est $E \cos^2 i$, celle qui éprouve la seconde sera $E \sin^2 i$, i étant l'angle que le plan d'incidence sur la glace forme avec le plan de polarisation du rayon ; ainsi la quantité totale de lumière qui obéit à ces deux forces, sous cette incidence, est constante et égale à E, c'est à dire à la quantité absolue de lumière qui se réfléchit lorsque le plan d'incidence et le plan de polarisation coïncident.

Maintenant nous pouvons concevoir un rayon naturel comme composé d'une infinité de rayons très-peu intenses, et polarisés dans toutes les directions possibles. Alors chacun d'eux fournira aux deux genres de polarisation des quantités de lumière inégales, selon sa disposition relativement au plan d'incidence ; mais la somme totale des molécules qui se partageront entre ces deux effets sera encore constante, comme tout-à-l'heure, dans chaque rayon élémentaire ; elle le sera donc aussi dans la lumière incidente totale, composée de tous ces rayons.

Représentons par K cette somme constante, qui seule contribue à former le faisceau réfléchi par la glace sous l'incidence supposée, et considérons-la dans le rayon incident avant qu'il soit entré dans la sphère d'activité de la glace ; alors les axes des molécules lumineuses étant répartis indifféremment dans tous les azimuts, la petite portion di de la circonférence en contiendra une quantité exprimée par $\frac{K\,di}{2\pi}$, π représentant la demi-circonférence dont le rayon égale l'unité. Cette portion de lumière ayant, par hypothèse, ses axes dirigés dans l'azimut i, il s'en réfléchit une portion égale à $\frac{K\,di}{2\pi} \cos^2 i$, qui sera polarisée ordinairement

dans le plan de réflexion, et il s'en transmettra une autre $\frac{K\,di}{2\pi}\sin^2 i$, qui sera polarisée par réfraction perpendiculairement à ce plan. En intégrant ces expressions depuis $i = 0$ jusqu'à $i = 2\pi$, on aura la quantité totale de lumière qui est polarisée dans un sens ou l'autre; or on a entre ces limites

$$\int \frac{K\,di\cos^2 i}{2\pi} = \frac{K}{2}; \qquad \int \frac{K\,di\sin^2 i}{2\pi} = \frac{K}{2}.$$

Ces deux quantités sont donc égales entre elles. Ainsi, quand un rayon lumineux direct tombe sur une glace polie sous l'incidence de 35° 25′, qui produit par réflexion la polarisation complète, la quantité de lumière réfléchie qui est ainsi polarisée est égale à la portion de lumière transmise qui est polarisée par réfraction perpendiculairement au plan d'incidence. Le reste du rayon transmis est formé par la portion de chaque faisceau, qui passe directement sans perdre sa polarisation primitive. Ce résultat est conforme à l'expérience, car M. Arago l'avait observé par des moyens qu'il n'a pas encore publiés, et il me l'avait communiqué avant que je l'eusse tiré de la théorie.

Quant à la cause qui détermine le partage des molécules lumineuses entre ces deux forces, qui fait, par exemple, que quelques-unes subissent la polarisation par réflexion dans le plan d'incidence, tandis que d'autres sont polarisées perpendiculairement à ce plan, et que le reste conserve sa polarisation primitive, même lorsque toutes ces molécules se présentent d'une manière semblable à la surface réfléchissante et réfringente, on peut concevoir que ces inégalités dépendent des phases diverses où les molécules se trouvent dans leurs accès de facile réflexion et de facile transmission; car nous avons déjà expliqué l'influence que cette circonstance devait avoir sur le partage des rayons polarisés entre les forces qui les sollicitent.

Nous avons vu plus haut qu'en transmettant un rayon naturel à travers une pile de plaques parallèles suffisamment nombreuses, on finit toujours, quelle que soit l'incidence, par

amener la portion transmise à l'état de polarisation complète perpendiculairement au plan de réflexion. De même, en faisant subir à un pareil rayon une suite de réflexions successives entre deux glaces parallèles, la portion définitivement réfléchie peut être toujours amenée à l'état de polarisation complète dans le sens du plan de réflexion. Ceci prouve que la réflexion et la réfraction polarisent toujours, dans le sens qui leur est propre, une partie de la lumière incidente. Cet effet est d'abord nul sous l'incidence perpendiculaire, il est encore très-faible sous les incidences voisines; mais ensuite il augmente continuellement à mesure que les rayons deviennent plus obliques sur la surface réfringente et réfléchissante. Pour le prouver, reprenons l'appareil décrit page 255, dans lequel un rayon polarisé par réflexion sur une glace est transmis à travers un prisme rhomboïdal dont la section principale est parallèle au plan de réflexion. Alors ce rayon n'est point divisé par le prisme, et il y subit tout entier la réfraction ordinaire. Sans rien changer à cette disposition, interposez dans le trajet du rayon polarisé une glace polie à faces parallèles, qu'il soit forcé de traverser avant de parvenir au prisme : tant que cette glace s'écartera peu de l'incidence perpendiculaire, l'effet de son interposition sera absolument insensible; mais si vous la rendez fort oblique au rayon, vous verrez qu'elle dévie les axes d'un certain nombre de ses particules, car il naîtra aussitôt une image extraordinaire, surtout si vous inclinez la glace de manière que le plan d'incidence sur sa surface forme un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation du rayon. Une fois que cette image aura paru, son intensité croîtra continuellement à mesure que l'incidence deviendra plus oblique. La polarisation par réflexion suit des lois exactement pareilles, car M. Arago s'est assuré que, sous chaque incidence, la quantité de lumière naturelle ainsi polarisée qui se trouve dans le rayon réfléchi est exactement égale à celle qui se trouve polarisée perpendiculairement dans le rayon transmis. Tout le reste est ou paraît de part et d'autre à l'état neutre.

En observant la réflexion produite par les corps diaphanes

sous diverses incidences, nous avons vu que son intensité, communément très-faible sous l'incidence perpendiculaire, augmente aussi à mesure que les rayons deviennent plus obliques aux surfaces. De là nous avons dû conclure que, sous l'incidence perpendiculaire, les forces réfléchissantes repoussent seulement les particules lumineuses qui se présentent à elles dans les phases les plus voisines du milieu d'un accès de facile réflexion, jusqu'à une certaine amplitude de part et d'autre de ce milieu, laquelle amplitude augmente avec l'obliquité de sorte que, sous les dernières incidences, la réflexion peut souvent s'étendre même à des molécules qui ont commencé un accès de facile transmission. Or, puisque l'effet de la polarisation par réflexion est tout-à-fait insensible sous les incidences voisines de la perpendiculaire, où les particules réfléchies sont cependant les plus voisines du milieu de leurs accès, ne serait-ce pas un indice que la force par laquelle cette polarisation est produite s'exerce de préférence sur des particules lumineuses éloignées du milieu des accès; mais que son énergie, croissant avec l'incidence, elle devient capable d'atteindre des molécules plus voisines de ce milieu; en sorte que son influence dans le rayon réfléchi commence à être sensible, lorsqu'elle arrive ainsi à des phases d'accès qui sont aussi devenues efficaces pour la réflexion. Dès-lors l'incidence augmentant toujours, l'influence de la polarisation dans le rayon réfléchi deviendra de plus en plus sensible, et si la nature du corps est telle, que cette force, sous une certaine incidence, puisse s'étendre jusqu'aux molécules qui sont au milieu de leur accès même, il arrivera qu'alors la polarisation du rayon réfléchi sera complète. Mais au-delà de ce terme, la force polarisante devra, d'après les phénomènes, perdre de son énergie, puisque le rayon réfléchi n'est plus alors complétement polarisé, et ce seront les molécules les plus voisines du milieu de l'accès qui devront lui échapper les premières. Cela n'empêchera pas que la quantité totale de lumière polarisée contenue dans le rayon réfléchi ne puisse continuer à augmenter encore, si les nouvelles phases d'accès

auquel la réflexion commence à s'étendre, et que la polarisation embrasse comme plus favorables, suffisent pour compenser avec avantage les molécules qu'elle ne peut plus alors atteindre.

Dans cette manière d'envisager les phénomènes, il se pourrait que la polarisation par réflexion s'exerçât réellement à chaque incidence sur un nombre de molécules lumineuses beaucoup plus considérable que celles qui subissent actuellement la réflexion. Alors les molécules, ainsi modifiées, rentrant dans le rayon transmis, y neutraliseraient un égal nombre de molécules amenées par la réfraction à l'état contraire, c'est-à-dire qu'en se mêlant avec elles, elles formeraient un système que l'on ne pourrait plus distinguer d'avec un rayon naturel. Ainsi, en supposant toujours que les quantités totales de lumière réellement polarisées dans un sens et dans l'autre fussent égales entre elles, leurs restes, après ce mélange, seraient égaux encore, conformément à ce que M. Arago a observé.

Ceci rendrait raison d'un autre fait que le même physicien a découvert en étudiant les anneaux colorés formés par réflexion sur des lames minces d'air comprises entre deux objectifs. Lorsque l'inclinaison de la lumière incidente sur la lame mince est telle, que les anneaux colorés réfléchis soient complètement polarisés dans le plan de réflexion, la lumière colorée qui forme les anneaux transmis est aussi polarisée dans le même sens. On peut vérifier cette observation de la manière la plus facile sur les lames minces d'eau, formées à la jonction de deux bulles, comme je l'ai expliqué page 34. Le phénomène est même alors plus pur, à cause de l'isolement parfait de la lame mince. Pour le bien observer, il faut regarder les anneaux réfléchis à travers une pile de glaces, inclinée dans le plan de réflexion de manière à renvoyer toute la lumière qui peut être polarisée dans ce sens, fig. 13. Puis, en haussant et baissant l'œil pour trouver l'incidence qui produit sur l'eau la polarisation complète, on arrive à une position telle, que les anneaux réfléchis disparaissent complètement; de sorte que la lame, vue de cette ma-

nière, paraît noire. Alors, si l'on prolonge par la pensée le rayon incident par-dessous la lame, et qu'on place l'œil exactement ou presque exactement sur sa direction, l'on peut de même faire évanouir les anneaux transmis par l'interposition de la pile de la glace, en l'inclinant de même dans le plan de réfraction. Mais cette fois les anneaux seuls semblent disparaître, parce que l'on reçoit encore à travers la pile une portion de la lumière blanche des nuées qui, ayant échappé à la polarisation par réflexion, a pris la polarisation contraire, ou même a traversé la lame dans l'état neutre.

Pour concevoir ce fait, employons d'abord le moyen de simplification qui nous a déjà servi page 63; séparons, par la pensée, de la lumière incidente tout ce qui échappe à la réflexion dans le maximum d'intensité de chaque anneau simple; nous avons vu que cette portion doit être blanche, et ne contribue en rien à former des anneaux. Maintenant, puisque toute la lumière réfléchie, sous l'incidence que l'on considère, est complètement polarisée, les forces polarisantes atteignent nécessairement toutes les phases d'accès que la réflexion embrasse, depuis le milieu de l'accès jusqu'à l'amplitude à laquelle la réflexion se termine. Mais il est fort possible qu'elles s'étendent aussi à des amplitudes plus grandes; et même cela devient extrêmement vraisemblable, puisque, d'après la manière d'agir de ce genre de forces, elles paraissent s'exercer avec plus de facilité sur les molécules qui sont les plus éloignées du milieu de ces accès. Or, si l'on suppose, par exemple, que leur influence s'étende alors jusqu'aux extrémités de l'accès même, il est clair qu'elles devront polariser suivant le plan de réflexion, non-seulement les molécules réellement réfléchies, mais encore beaucoup d'autres qui, étant dans des états peu différens, échappent cependant à la réflexion dans les diverses parties de chaque anneau simple, et vont ainsi former les couleurs des anneaux transmis. A la vérité, la réfraction polarise aussi, dans un sens rectangulaire, une portion égale de la lumière transmise; mais cet effet devant s'exercer sur des molécules dont l'état est le plus opposé qu'il est possible aux

précédentes, il ne peut pas les atteindre, et c'est pourquoi le genre de polarisation que celles-ci prennent peut être aperçu; au lieu qu'il ne le serait pas, si la lame était épaisse, parce qu'alors les anneaux étant blancs, la lumière qui en proviendrait, par transmission, ne se distinguerait plus par sa couleur du reste de la lumière qui subit la polarisation rectangulaire; et le mélange de ces deux portions en quantité égale présenterait dans les expériences toutes les apparences d'un rayon naturel.

Pour confirmer ceci, j'ai observé de nouveau les anneaux transmis, en les regardant à travers la pile de glaces; mais au lieu d'incliner celle-ci dans le plan de réflexion primitif, je l'ai placée dans le plan d'incidence perpendiculaire. Alors elle laissait passer librement la lumière colorée des anneaux, que précédemment elle faisait disparaître, et au contraire, elle réfléchissait toutes les particules qui pouvaient avoir été polarisées par réfraction dans un sens rectangulaire. Or, de cette manière, les anneaux transmis sont devenus incomparablement plus sensibles qu'à la vue simple. Ainsi la pile qui transmettait librement leurs couleurs, réfléchissait une grande partie de la lumière blanche avec laquelle ils étaient mêlés; et par conséquent c'était uniquement cette portion de lumière qui avait fourni à la polarisation par réfraction.

M. Arago a également observé que, si une lame assez mince pour former des anneaux est présentée à un rayon polarisé dans la position convenable pour que le rayon échappe à la réflexion sur sa surface, il ne s'y forme plus d'anneaux. Ce résultat était de vérité nécessaire; car, puisque les couleurs des anneaux proviennent du partage des rayons simples entre la réflexion et la transmission, il faut bien, si toute la lumière est transmise, que les anneaux cessent d'exister.

Jusqu'ici, en cherchant les phénomènes de polarisation qui peuvent être produits par la réfraction soit ordinaire, soit extraordinaire, nous n'avons agi sur les molécules lumineuses qu'avec des corps homogènes et diaphanes, ou du moins qui pouvaient être sensiblement considérés comme tels. Mais lors-

qu'on emploie des corps composés de couches distinctes, ou dont la limpidité n'est pas parfaite, ces conditions développent quelquefois de nouvelles forces, indépendantes de la cristallisation élémentaire, et qui en modifient les effets.

Par exemple, tout le monde sait que la pierre appelée agate est formée de couches quartzeuses successivement déposées par infiltration. Si l'on taille une plaque de cette substance perpendiculairement à ses couches, on trouve qu'elle polarise parallèlement à leur surface une grande partie de la lumière qui la traverse, et même la totalité, si elle est suffisamment épaisse, ou si le rayon à laquelle on l'expose n'est pas trop intense. Cette observation est due à M. Brewster. De là il résulte que, si l'on expose la plaque à un rayon polarisé perpendiculairement à la direction de ses veines, elle ne peut tourner aucune des molécules lumineuses dans le sens nécessaire pour le transmettre, et par conséquent elle l'arrête en totalité. Au contraire, si le plan de polarisation est parallèle aux veines de l'agate, les molécules lumineuses se trouvent naturellement disposées comme l'action de l'agate les rangerait, et par conséquent le rayon se transmet, en s'affaiblissant toutefois par suite de la transparence imparfaite. Si l'on tourne l'agate de manière à passer d'une de ces positions à l'autre, l'intensité de la lumière transmise diminue graduellement; mais je me suis assuré que ces phénomènes n'ont lieu qu'au delà de certaines limites d'épaisseur. Quand l'agate est suffisamment amincie, elle admet, avec une facilité sensiblement égale, toutes les molécules lumineuses, quel que soit leur sens de polarisation, et elle reprend toutes les propriétés des cristaux doués de la double réfraction. Je donnerai plus loin les preuves de ce fait. En l'admettant, on voit qu'il faut distinguer dans l'agate deux sortes de forces polarisantes distinctes, l'une dépendante du mode de cristallisation de ses particules, l'autre de l'arrangement et de l'hétérogénéité des couches dont elle est formée.

J'ai découvert des propriétés analogues dans la tourmaline; et même elles y sont beaucoup plus singulières; car, lorsque la tourmaline est pure, l'œil n'y découvre aucune apparence de

couches hétérogènes ; elle est même alors fort limpide, et sa couleur seule, qui est le plus souvent un vert sombre, paraît mettre obstacle à sa diaphanéité. Or, si vous taillez une telle aiguille de tourmaline, de manière à en former un prisme dont les arêtes soient parallèles à son axe, et si vous regardez un objet mince, une aiguille, par exemple, à travers ce prisme, en l'achromatisant avec un prisme de verre pour plus de facilité, vous trouverez que la partie la plus mince de la tourmaline transmet deux images réfractées de l'aiguille, lesquelles peuvent même, en tournant convenablement la surface d'incidence, être amenées à une intensité à peu près égale ; mais si l'on déplace peu à peu l'œil pour amener le rayon visuel vers la partie la plus épaisse, on voit l'une des deux images graduellement s'affaiblir, et enfin s'évanouir entièrement. L'autre image continue à se transmettre avec la seule diminution d'intensité qui doit résulter du défaut de transparence ; et si l'on étudie les molécules lumineuses qui la composent, on les trouve polarisées perpendiculairement aux arêtes de l'aiguille, qui sont elles-mêmes parallèles à l'axe de cristallisation. Ainsi la tourmaline, taillée dans ce sens, exerce la réfraction double, quand elle est mince, et la réfraction simple, quand elle est épaisse ; mais celle qu'elle conserve est la réfraction extraordinaire, comme le sens de la polarisation l'indique, puisqu'elle est perpendiculaire à son axe de cristallisation.

Cette propriété donne lieu à plusieurs autres phénomènes, qu'il est facile de prévoir quand on les connaît, mais qui sembleraient très-bizarres, s'ils étaient isolés.

Supposons que l'on ait poli les deux faces opposées d'une aiguille de tourmaline de manière à en former une plaque à faces parallèles, dont l'épaisseur excède quelques centièmes de millimètre : si l'on expose perpendiculairement une pareille plaque à des rayons naturellement émanés d'un corps lumineux, sans polarisation préalable, à la flamme d'une bougie, par exemple, toute la lumière transmise se trouve polarisée en un seul sens, perpendiculairement à l'axe de l'aiguille. La plaque de tourmaline agit donc sur les molécules lumineuses

qui la traversent, de manière à les tourner dans cette direction. Aussi, lorsqu'on présente ces plaques à un rayon polarisé, dont le plan de polarisation est perpendiculaire à leur axe, elles le transmettent; mais si ce plan est parallèle à leur axe, elles arrêtent le rayon en totalité. En allant de la première position à la seconde, la transmission s'affaiblit graduellement à mesure qu'on tourne la plaque, l'incidence restant toujours perpendiculaire. De là il résulte que, si l'on superpose deux de ces plaques de manière que leurs axes soient croisés à angles droits, le point de croisement est toujours opaque, quelle que soit l'espèce de la lumière incidente et les modifications qu'on lui ait préalablement imprimées; car la seconde plaque arrête nécessairement les rayons que la première a transmis.

Ces phénomènes n'ont lieu qu'autant que l'épaisseur des plaques excède certaines limites d'épaisseur, qui diffèrent selon leur limpidité et l'intensité de la lumière à laquelle on les expose. En les amincissant davantage, elles commencent à transmettre quelques rayons polarisés suivant leur axe; enfin, à des épaisseurs moindres encore, elles transmettent ces rayons presque aussi bien que les autres, et elles rentrent alors dans les lois ordinaires des autres cristaux doués de la double réfraction.

En reprenant le prisme de tourmaline achromatisé qui nous a servi dans nos premières expériences, on y découvre une autre propriété fort remarquable; c'est que les deux images d'un objet blanc, vues à travers sa partie la plus mince, ne sont pas de même couleur. L'ordinaire, celle qui doit disparaître à de plus grandes épaisseurs, est vert jaunâtre, et l'extraordinaire, qui doit persister, est sensiblement blanche. On peut faire cette expérience sur la lumière blanche des nuées polarisée par réflexion sur un verre noir, ou sur la lumière rayonnante d'une épingle blanche : l'effet est toujours le même. La blancheur de l'image persistante, quand l'autre est déjà colorée, montre que ce phénomène ne provient pas d'une inégale répartition des molécules lumineuses entre les deux réfractions, ordinaire, extraordinaire, comme on pourrait être tenté de le

croire au premier coup d'œil, car alors l'image persistante devrait avoir une couleur complémentaire de l'autre. L'altération de celle-ci est donc postérieure au partage de la lumière entre les deux réfractions, et il en résulte que les molécules violettes et bleues, qui marquent les premières dans cette image, sont bien plus aisément absorbées par la substance de la tourmaline, lorsqu'elles sont polarisées parallèlement à son axe, que lorsqu'elles le sont perpendiculairement.

En général, le mode d'action que les plaques de tourmaline exercent sur la lumière les rend extrêmement commodes pour déterminer facilement et sans équivoque dans quel sens un rayon est polarisé ; car il n'y a qu'à chercher le sens dans lequel elles le rejettent, et l'axe de la plaque sera alors parallèle à l'axe de polarisation. On peut aisément faire cette épreuve sur un rayon que l'on aura exprès polarisé par réflexion dans un sens connu.

Si l'on analyse ainsi les deux images d'un objet vu à travers un prisme de spath d'Islande, taillé parallèlement à l'axe de cristallisation, l'image la plus déviée se trouve polarisée parallèlement à cet axe, et l'image la moins déviée l'est perpendiculairement. On observe précisément le contraire avec un prisme de cristal de roche taillé dans le même sens. L'image la plus déviée est polarisée perpendiculairement à l'axe, et la moins déviée parallèlement. C'est que la double réfraction du spath d'Islande est répulsive, et celle du cristal de roche attractive. En vertu de cette circonstance, l'image ordinaire subit dans le prisme de spath la plus forte des deux réfractions, et dans le prisme de cristal de roche, la plus faible. Nous voyons donc que, dans l'un comme dans l'autre, cette image se trouve polarisée parallèlement à l'axe du cristal, et l'image extraordinaire l'est toujours perpendiculairement. Il en est de même jusqu'ici dans tous les cristaux, quelle que soit la nature attractive ou répulsive de la double réfraction qu'ils exercent. Nous pouvons donc en faire un caractère pour reconnaître quelle image est ordinaire, et quelle autre extraordinaire, d'après le seul examen de sa polarisation; et ce caractère pourra aussi nous servir à décider si un cristal donné est

attractif ou répulsif, sans qu'il soit besoin d'en construire un micromètre à double image. Car il suffira de couper un prisme parallèle à l'axe, et d'observer le sens de polarisation des images vues à travers. Si la plus déviée est polarisée parallèlement à l'axe du prisme, la réfraction ordinaire est la plus forte, et le cristal est répulsif; si cette même image est polarisée perpendiculairement à l'axe, le cristal est attractif. La plaque de tourmaline sera très-commode pour cet objet.

Au moyen d'une pareille plaque, on peut aisément constater un fait que M. Arago a découvert par d'autres procédés : c'est que, dans le phénomène de la réflexion, la portion de lumière qui est renvoyée irrégulièrement dans tous les sens, se trouve en grande partie polarisée perpendiculairement au plan d'émergence. Pour s'en assurer, il n'y a qu'à introduire un rayon solaire dans la chambre obscure, le faire tomber sur la surface d'un corps quelconque, opaque ou diaphane; puis, se plaçant arbitrairement, mais hors de la direction de la réflexion régulière, on regardera le point d'incidence à travers une plaque de tourmaline. Alors, en tournant peu à peu cette plaque autour des rayons irrégulièrement réfléchis, on apercevra dans l'intensité de l'image une variation d'intensité extrêmement sensible. Elle sera la plus brillante, quand la tourmaline laissera passer les rayons polarisés parallèlement à la surface d'incidence; et la plus sombre, quand ces rayons seront rejetés. La chose aura lieu aussi de quelque endroit qu'on regarde le point d'incidence, par conséquent dans quelque plan d'émergence que l'on se place. D'où l'on voit que la lumière irrégulièrement réfléchie dans chacun de ces plans, contient une proportion dominante de particules polarisées dans le sens qui leur est perpendiculaire, de même que si la dissémination de cette lumière était produite par une réfraction très-oblique exercée suivant chaque plan d'émergence.

J'ai répété cette expérience sur plusieurs rhomboïdes de spath d'Islande, en plaçant le plan d'incidence du rayon dans différens sens relativement à la section principale; ce qui se

faisait en tournant le cristal sur lui-même. La proportion de lumière polarisée dans le sens de la surface, en vertu de la réflexion irrégulière, est toujours restée la même. D'où je conclus que ce genre de réflexion, quoique s'opérant dans l'intérieur même du cristal, se fait cependant à des profondeurs où les forces résultantes de la cristallisation ne sont pas encore sensibles. Nous avons déjà vu qu'il en est de même de la réflexion régulière; mais comme celle-ci s'opère en dehors du cristal, on avait moins lieu d'en être surpris.

CHAPITRE II.

Des périodes par lesquelles la Polarisation s'opère et s'achève dans les Corps cristallisés doués de la double réfraction.

Dans toutes les expériences de double réfraction que nous avons jusqu'à présent rapportées, les deux rayons, ordinaire, extraordinaire, se sont toujours trouvés polarisés suivant deux directions rectangulaires que Malus nous a appris à déterminer. Ce sont là, en effet, les dispositions définitives que les axes des molécules lumineuses prennent dans l'intérieur des cristaux; et lorsqu'elles les possèdent, elles les conservent à toute autre profondeur plus considérable. Mais j'ai découvert depuis qu'elles ne s'y rangent pas subitement dès leur entrée dans le cristal : elles y parviennent progressivement à des profondeurs d'autant plus grandes, que la force attractive ou répulsive qui les sollicite est moindre; de sorte qu'en variant convenablement la direction du rayon incident, par rapport à l'axe dont la force émane, on peut toujours rendre cette profondeur sensible et appréciable à nos mesures. Jusque-là, le sens de polarisation, quoique régulier, n'est point fixe. Les molécules lumineuses, à mesure qu'elles avancent, tournent alternativement leurs axes comme par une sorte d'oscillation de part et d'autre des plans, où elles doivent définitivement se diriger. Je désignerai cet état par le nom de *polarisation mobile*, et j'appliquerai celui de *polarisation fixe* à l'état définitif des particules.

J'ai été conduit à cette découverte par une observation de M. Arago sur les lames minces de mica et de chaux sulfatée. Ce physicien, ayant exposé de telles lames à un rayon polarisé, et ayant regardé, à travers un prisme de spath d'Islande, l'image

transmise qui en résultait, s'aperçut qu'elle se résolvait en deux faisceaux diversement colorés, dont les teintes, quelquefois régulièrement, quelquefois bizarrement changeantes, variaient avec l'épaisseur des lames, et avec leur situation relativement aux axes des molécules lumineuses qui les traversaient. C'étaient les effets de la polarisation mobile, comme on le verra plus loin. M. Arago trouva aussi qu'il se produisait des couleurs analogues, quand la lumière polarisée avait traversé certaines plaques épaisses de cristal de roche, et même de flint-glass. C'étaient encore des effets pareils; seulement les forces qui les produisaient étaient assez faibles pour que la polarisation mobile se soutînt dans toute l'épaisseur des plaques; et cette faiblesse tenait dans le cristal, au sens de la coupe, dans le flint-glass, à un commencement de cristallisation.

Pour découvrir les lois de ces phénomènes, il est indispensable de les observer avec un appareil qui permette de présenter les lames cristallisées dans toutes sortes de positions connues relativement aux axes des molécules lumineuses. Tel est celui que j'ai décrit plus haut, page 268. Un rayon polarisé par réflexion sur une première glace tombe perpendiculairement sur un prisme rhomboïdal de spath d'Islande achromatisé, et mobile sur un cadran divisé. On tourne d'abord le prisme de manière que la lumière transmise ne donne exactement qu'une seule image ordinaire, auquel cas la section principale du prisme devient parallèle au plan de polarisation du rayon (1), puis on interpose la lame cristallisée en la fixant

(1) Pour distinguer aisément cette position de celle qui donne aussi une seule image, mais extraordinaire, il est bon d'employer un prisme dont les pans latéraux conservent encore la forme du rhomboïde dont ils sont tirés. Car dans un rhomboïde de spath d'Islande, on sait que la section principale est parallèle à la petite diagonale. Aussi elle conservera cette direction, si, pour tailler le prisme, on se borne à incliner un peu la face postérieure du rhomboïde. Quand on aura observé avec un pareil prisme la division des deux images, on verra bien quelle est celle qui persiste quand la petite diagonale est parallèle au plan primitif de polarisation. Ce sera l'image ordinaire.

dans une position connue sur le second anneau A′A′ de l'appareil. Alors son action, comme cristal, dévie en général les axes d'un certain nombre de particules lumineuses, fait naître dans le prisme rhomboïdal une image extraordinaire, et en observant les circonstances où disparaît cette image, ainsi que les périodes d'intensités par lesquelles elle passe dans les diverses situations de la lame et du rhomboïde, on parvient à déterminer le nouveau sens de polarisation imprimé au rayon lumineux. On peut encore substituer au rhomboïde une seconde glace tellement dirigée, que le rayon polarisé par la première échappe à la réflexion sur sa surface. Ce sera l'appareil décrit page 255. Alors, si l'on interpose la lame cristallisée entre les deux glaces, la réflexion reparaîtra sur la seconde, et l'observation des phases qu'elle éprouve fera connaître, comme précédemment, le nouveau sens de polarisation imprimé par la lame aux axes des molécules lumineuses. Dans ce cas, il faudra ajouter à l'appareil un troisième anneau divisé, sur lequel la lame puisse être fixée dans des positions connues.

Enfin, comme tous les phénomènes de polarisation qu'un cristal peut produire sont liés à la force, soit attractive, soit répulsive, par laquelle la double réfraction s'opère, il est indispensablement nécessaire de connaître la direction de l'axe dans les lames que l'on veut employer. Les lois de la polarisation mobile nous fourniront pour cela, dans la suite, des méthodes très-promptes et très-simples; mais jusque-là nous devons nous borner à celles qui nous sont données par les seuls phénomènes de la polarisation fixe. Or, d'après ces phénomènes, lorsqu'un rayon polarisé traverse une plaque cristallisée épaisse, et à surfaces parallèles, il y a deux positions seulement dans lesquelles il conserve tout entier sa polarisation primitive, savoir : 1°. quand la section principale de la plaque est parallèle au plan de polarisation primitif du rayon, auquel cas celui-ci traverse entièrement la plaque à l'état ordinaire; 2°. quand la section principale est perpendiculaire au plan de polarisation, auquel cas le rayon passe tout entier extraordinaire. Si donc, ayant fait cette double expérience sur une plaque cristallisée, on

y pratique deux sections suivant ces deux sens, l'une d'elles sera nécessairement la section principale, et par conséquent contiendra l'axe de double réfraction. Alors, parallèlement à ces deux sections, construisez dans la plaque deux faces nouvelles, et déterminez-y de même les sens où le rayon réfracté conserve sa polarisation primitive ; une de ces directions sera nécessairement l'axe du cristal. Pour vous décider entre elles, il n'y aura qu'à tailler des prismes dont une des faces leur soit perpendiculaire, et examiner parmi tous ces prismes quels sont ceux qui donnent des images simples ; car c'est là le caractère de l'axe, comme nous l'avons vu en traitant de la double réfraction.

Cette méthode a été imaginée par Malus. Je l'ai d'abord appliquée à la détermination de l'axe de la chaux sulfatée. La facilité que l'on a de se procurer cette substance; sa structure feuilletée, qui permet d'en tirer des lames d'une finesse extrême, d'un poli parfait, d'une cristallisation régulière et homogène, enfin d'une épaisseur bien plus égale qu'il ne serait possible à l'art de l'atteindre, tous ces avantages concouraient éminemment au but que je m'étais proposé de soumettre l'action progressive des lames cristallisées à des mesures précises. C'est pourquoi je m'en suis occupé d'abord.

La forme primitive assignée par M. Haüy pour la chaux sulfatée est un prisme droit quadrangulaire, dont les bases, situées dans le plan des lames, sont des parallélogrammes obliquangles, ayant leurs angles de 113° 7′ 48″, et 66° 52′ 12″. La théorie de la cristallisation ne détermine point le rapport de longueur des côtés opposés à ces angles. En le choisissant de manière à représenter les formes secondaires avec le plus de simplicité qu'il est possible, ce qui est le but du minéralogiste, M. Haüy a choisi pour ce rapport celui de 12 à 13. Je me suis assuré que l'axe de double réfraction de la chaux sulfatée n'a aucun rapport de symétrie avec ce parallélogramme : mais si l'on triple le côté 12, en laissant l'autre constant, de manière à former un nouveau parallélogramme, dont les côtés soient entre eux comme 36 à 13, l'axe de double réfraction coïncide avec

sa plus grande diagonale ; de sorte qu'il fait avec le côté 36 un angle de 16° 13′ : ce qui suffit pour retrouver sa position dans une lame quelconque de chaux sulfatée, d'après celle des côtés du parallélogramme, lesquels sont facilement reconnaissables, puisque la lame se brise naturellement suivant leurs directions. Les moyens que j'ai employés pour découvrir la position de cet axe étant purement graphiques, et tels que la théorie de la double réfraction les indique, je n'ai pas pu parvenir d'abord à la précision que je viens d'assigner ; mais les valeurs que j'obtenais se trouvant entre 16 et 17°, je les ai rendues rigoureuses en les assujettissant à la condition que l'axe de double réfraction se trouvât symétriquement placé dans le parallélogramme assigné par M. Haüy, ou dans un de ses multiples.

Pour vérifier ces résultats, j'ai taillé des prismes de chaux sulfatée, dans lesquels une des faces était perpendiculaire à la direction de l'axe déterminée comme je viens de le dire, l'autre face lui étant oblique : lorsqu'on regardait une aiguille très-fine à travers un pareil prisme, la face perpendiculaire à l'axe étant tournée vers l'œil, on voyait une image unique de l'aiguille, irisée par la dispersion ; au lieu qu'en taillant des prismes dans toute autre direction, on voit généralement deux images irisées. Cette propriété de donner des images simples à travers des faces prismatiques est, comme on sait, le caractère de l'axe de double réfraction ; et la direction ainsi trouvée dans les cristaux de chaux sulfatée est parfaitement confirmée par les sens des sections principales indiquées sur des faces quelconques par la polarisation de la lumière.

Mais, par une singularité qui tient vraisemblablement à la structure lamelleuse de cette substance, lorsque des rayons polarisés la traversent dans le sens de son axe, qui est aussi celui de ses lames, ils en éprouvent encore une action. Nous déterminerons plus loin les lois de ce phénomène. Ici, je me bornerai à remarquer que l'agate et la tourmaline nous ont déjà offert quelque chose d'analogue. Mais ces substances polarisaient fixement la lumière qui les traversait dans le sens de leurs veines, au lieu que les lames de la chaux sulfatée ne pro-

duisent pas cet effet; car leur influence ne peut être aperçue qu'en les faisant agir sur de la lumière déjà polarisée.

La situation de l'axe de double réfraction de la chaux sulfatée dans le plan de ses lames est une circonstance très-favorable à la régularité des expériences que l'on peut faire avec les lames minces de cette substance. Chacune de ces lames, n'eût-elle qu'un centième de millimètre d'épaisseur, est un cristal aussi parfait que le cristal entier. Si l'on joint à cette disposition naturelle la précaution de n'employer que des cristaux parfaitement nets et réguliers, surtout de la variété que j'ai indiquée, on parviendra facilement à enlever, les unes après les autres, les lames qui les composent, sans altérer en rien leur régularité. Il ne faut qu'indiquer avec un instrument très-fin, par exemple, avec une lancette, le commencement de la séparation des lames, après quoi on peut les enlever à la main, comme on enleverait un morceau de baudruche appliqué sur un marbre poli. Je suis obligé d'entrer dans tous ces détails, car les précautions que je viens d'indiquer sont indispensables pour déterminer avec précision, et même pour apercevoir les lois auxquelles les phénomènes des couleurs sont assujettis.

Ayant donc enlevé une pareille lame, portons-la sur l'anneau de notre appareil à deux glaces. Pour fixer les idées, concevons que le rayon auquel on la présente soit blanc, vertical, et polarisé suivant le méridien. Alors le plan de réflexion sur la seconde glace devra être dirigé dans le vertical d'est et ouest. La lame étant ainsi interposée et placée, par exemple, sous l'incidence perpendiculaire, la lumière qui l'aura traversée sera encore blanche, et continuera de paraître telle, soit qu'on la reçoive dans l'œil, soit qu'on la fasse tomber perpendiculairement sur un carton blanc qui en réfléchisse indistinctement les diverses parties, sans égard au sens de leur polarisation. Mais si, au lieu de l'intercepter, on la laisse parvenir à la seconde glace, qui précédemment la transmettait toute entière, il s'en réfléchira une certaine portion qui aura une teinte particulière : c'est l'expérience de M. Arago. Si l'on tourne la lame dans son plan, l'incidence restant toujours perpendiculaire, cette teinte

ne changera pas de nature, mais son intensité variera. Elle deviendra nulle quand l'axe de double réfraction de la lame sera dirigé vers un des quatre points cardinaux; et elle atteindra son *maximum* dans les points intermédiaires, c'est-à-dire, quand l'axe sera dirigé dans les azimuts de 45°, 135°, 225°, 315°. Tout ceci suppose que la lame est partout d'une épaisseur parfaitement égale, et qu'elle est cristallisée régulièrement.

Quel que soit le nombre et l'épaisseur des lames que l'on extrait ainsi d'un même morceau de chaux sulfatée, si la cristallisation en est régulière, les phénomènes de coloration qu'elles produiront sur la seconde glace seront limités de même, et suivront les mêmes périodes d'intensité dans tous les azimuts : en un mot, il n'y aura de différence entre ces lames et le cristal total, que dans la nature des teintes qu'elles donneront, laquelle variera avec leur épaisseur, jusqu'à dégénérer en une blancheur parfaite, à une certaine limite d'épaisseur qui, dans les morceaux les plus purs, peut être fixée à $\frac{45}{100}$ de millimètre, comme on le verra plus loin.

Puisque chaque lame mince et homogène de chaux sulfatée ne colore la seconde glace que d'une seule teinte dans tous les azimuts, il s'ensuit qu'elle laisse passer librement tous les rayons qui composent la teinte complémentaire de celle-là, ou du moins qu'elle ne change pas leur polarisation primitive. On peut donc considérer la lumière totale comme composée de ces deux teintes, dont l'une, passant librement, reste polarisée par rapport au plan du méridien, et l'autre, qui est celle sur laquelle agit la lame, éprouve de sa part une polarisation nouvelle, dont il nous faudra déterminer le sens. On arriverait également à cette conclusion, si, au lieu d'analyser la lumière transmise en se servant d'une glace, on y employait un prisme rhomboïdal achromatisé, dont la section principale serait dirigée parallèlement au plan de polarisation primitif. Alors l'interposition de la lame déterminerait dans le prisme une image extraordinaire, colorée, exactement identique avec celle que la glace réfléchit. On pourrait encore employer, comme moyen d'analyse, une plaque de tourmaline incolore, ou une pile de

glaces. Les indications que l'on en tirera s'accorderont avec celles que nous avons déduites de la réflexion.

Maintenant, pour déterminer le sens de la nouvelle polarisation, supposons d'abord qu'il soit unique, c'est-à-dire, que toutes les particules lumineuses qui perdent leur polarisation primitive tournent leurs axes sur une même ligne droite, qui, dans une position donnée de la lame, forme un angle inconnu $2x$ avec le plan de polarisation primitif. Cette supposition est au moins la plus simple qu'on puisse essayer, et l'on verra qu'elle satisfait pleinement à tous les phénomènes. Pour fixer les idées, nommons O l'ensemble de toutes les molécules qui conservent leur polarisation primitive, E l'ensemble de celles qui sont déviées. Nous savons que le mélange complet $O + E$ de ces deux teintes doit former du blanc, puisque le faisceau transmis ne présente aucune trace de coloration, quand on le reçoit tout entier dans l'œil ou sur un carton blanc, qui ne sépare point ses parties diversement polarisées. Si donc les directions des axes des deux teintes O, E forment entre elles un angle $2x$, il n'y a qu'à tourner le plan de réflexion de la seconde glace dans l'azimut x, exactement intermédiaire, et alors la réflexion s'opérant en même proportion sur les deux teintes O, E, le faisceau total réfléchi par la glace devra encore être blanc, comme l'est le mélange $O + E$ de toutes les particules transmises. Voilà donc un caractère auquel on peut reconnaître la direction x dans chaque position donnée de la lame autour du rayon polarisé. En cherchant à y satisfaire par l'expérience, on trouve que cette direction coïncide exactement avec l'axe de la lame cristallisée ; c'est-à-dire que, si cet axe forme un angle i avec le plan de polarisation primitif, l'image réfléchie par la seconde glace est blanche, quand le plan de réflexion sur sa surface est dirigé dans l'azimut i; par conséquent $2i$ est l'azimut de la polarisation nouvelle que la teinte E acquiert en traversant la lame cristallisée. Le même phénomène d'une réflexion incolore se reproduit également dans les azimuts $90^\circ + i$, $180^\circ + i$, $270^\circ + i$, c'est-à-dire une fois dans chaque quadrans; et cela, comme on le verra

dans la suite, est une conséquence de la division de polarisation que nous trouvons ici aux deux teintes transmises à travers la lame.

On arrive au même résultat sur le sens de la polarisation nouvelle, si l'on analyse la lumière transmise avec un prisme rhomboïdal de spath d'Islande, avec une plaque de tourmaline incolore, ou avec une pile de glace. L'axe de la lame étant supposé dirigé dans l'azimut i, le prisme donne deux images blanches, quand on dirige sa section principale dans l'azimut i. On en obtient une seule, mais pareillement blanche, quand on y dirige l'axe de la plaque de tourmaline ou le plan de réflexion de la pile de glace. Cet accord est une conséquence nécessaire de l'identité que nous avons reconnue entre les modifications imprimées à la lumière par ces divers procédés.

Nous sommes ainsi conduits, par l'expérience, à reconnaître cette propriété fondamentale de la polarisation mobile : lorsqu'un rayon blanc, polarisé suivant CX, fig. 14, tombe perpendiculairement sur une lame de chaux sulfatée, dont l'épaisseur n'excède pas $\frac{45}{100}$ de millimètre, et dont l'axe CA forme un angle quelconque i avec la direction CX de la polarisation primitive, le rayon transmis se trouve composé de deux faisceaux diversement polarisés, l'un dans l'azimut zéro, c'est-à-dire, suivant la direction CX de la polarisation primitive; l'autre dans l'azimut $2i$, c'est-à-dire, suivant la direction CX′, également éloignée de l'axe CA.

Déjà ceci nous explique pourquoi, dans notre première expérience avec l'appareil à deux glaces, page 322, la teinte E réfléchie par la seconde atteignait son maximum dans le premier quadrans, quand l'axe de la lame formait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation. C'est que la teinte E, toujours polarisée dans l'azimut double, tournait alors ses axes de polarisation suivant CY, à angles droits sur CX. Or la seconde glace, ayant aussi son plan de réflexion dirigé suivant CY, dans le vertical d'est et ouest, se trouvait alors placée le plus favorablement possible pour réfléchir E en abondance, en laissant toujours passer O. Le même raisonnement explique les trois autres maxima qui ont lieu dans les quadrans suivans

aux azimuts 135°, 225°, 315°; car les doubles de ces nombres étant tous des multiples simplement pairs de 45°, placent toujours les axes de polarisation de la teinte E sur CY ou CY′, à angles droits sur CX. Enfin, si la lumière transmise, au lieu d'être analysée par une glace, l'était par un prisme rhomboïdal dont la section principale fût dirigée dans l'azimut zéro, les mêmes maxima auraient encore lieu aux mêmes azimuts dans l'image extraordinaire observée à travers le prisme, et la démonstration en est pareille. De plus, dans chacune de ces positions, les teintes O, E seraient complètement séparées par le rhomboïde, la première étant réfractée par lui *toute entière* ordinairement, la seconde *toute entière* extraordinairement : les azimuts de 45°, 135°, 225°, 315°, sont donc ceux dans lesquels il faut tourner les axes des lames pour que la réfraction sépare le mieux possible les deux teintes O, E, quand le prisme est dirigé comme nous l'avons dit tout-à-l'heure ; c'est aussi ce que l'expérience confirme.

Pour prévoir quel sera le degré de séparation de ces teintes dans les autres azimuts intermédiaires, commençons par placer l'axe des lames dans l'azimut zéro, c'est-à-dire, suivant la direction même de la polarisation primitive ; alors les deux teintes O, E seront polarisées de la même manière par la lame, et rien ne pourra ensuite les séparer. Ce cas donnera donc toujours des images blanches. Mais si vous faites tourner l'axe CA d'un petit angle quelconque i, si petit qu'il puisse être, la séparation deviendra possible, puisque les deux directions de polarisation CX, CX′ ne seront plus coïncidentes. Si l'on emploie, comme moyen d'analyse, un prisme rhomboïdal dont la section principale soit fixée dans l'azimut zéro, il réfractera O tout entier ordinairement, mais il réfractera aussi ordinairement une très-grande partie de E, à cause du peu de différence des directions CX′, CX ; par conséquent l'image ordinaire sera presque blanche ; et l'image extraordinaire, composée uniquement des parties de E que l'autre abandonne, sera très-faible. Mais cette image augmentera d'intensité à mesure que l'angle i augmentera, parce qu'alors les directions CX, CX′ s'écarteront davantage ; et conséquemment l'image ordinaire,

dégagée de mélange, se colorera de plus en plus de la teinte O. Le maximum de séparation aura lieu, comme nous l'avons dit, quand i sera égal à 45°, ce qui rend l'angle XCX′ droit. Au-delà de ce terme, i augmentant toujours, l'amplitude de la déviation surpassera un angle droit; CX′ se rapprochera de Cx, et enfin l'atteindra quand i sera infiniment peu différent de 90°. Alors les molécules lumineuses seront diamétralement retournées; et comme leurs pans opposés sont également modifiables, le mélange des teintes, en partant de cet état inverse, sera le même qu'en partant de CX.

Nous pouvons même exprimer rigoureusement par le calcul les proportions de ces divers mélanges dans chaque position donnée de la lame et du cristal, qui sert pour analyser la lumière. Il ne faut qu'appliquer à chacune des teintes O, E les formules que nous avons trouvées en général pour la division des rayons dans un rhomboïde. En effet, désignons par CA, fig. 15, l'axe de la lame, et par CS la direction de la section principale du rhomboïde; la première de ces lignes faisant un angle i, la seconde un angle α avec la direction CX de la polarisation primitive. D'après ces données, la teinte O restera polarisée suivant CX dans l'azimut zéro; ainsi les axes de ses particules formeront un angle XCS ou α, avec la section principale CS. La teinte E, à son tour, formera avec CX un angle $2i$, et avec CS un angle X′CS, ou $\alpha - 2i$. Or ces angles XCS, X′CS déterminent les proportions de O et de E, qui devront subir la réfraction ordinaire et la réfraction extraordinaire en traversant le prisme rhomboïdal sous l'incidence perpendiculaire, comme nous le supposons actuellement. Appliquant donc ici la loi d'intensité que nous avons adoptée page 264, nos deux faisceaux se partageront de la manière suivante :

$$\text{Rayon ordinaire provenant.....}\begin{cases}\text{de CX...O}\cos^2\alpha\\ \text{de CX'..E}\cos^2(\alpha-2i)\end{cases}$$

$$\text{Rayon extraordinaire provenant..}\begin{cases}\text{de CX...O}\sin^2\alpha\\ \text{de CX'..E}\sin^2(\alpha-2i).\end{cases}$$

Or les deux teintes O, E, quoique différentes en polarisation, coïncident cependant pour la direction de translation : en con-

séquence, celles de leurs diverses parties qui subissent la même réfraction dans le prisme rhomboïdal y suivent aussi une direction commune. Le rayon total ordinaire F_0, et extraordinaire F_e, qui résultera de ce mélange, aura donc son intensité exprimée par la somme des intensités partielles que nous venons de déterminer ; ainsi, en les ajoutant, on aura

$$F_0 = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (\alpha - 2i)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (\alpha - 2i). \qquad (1)$$

Ainsi, lorsque l'on se sera donné i et α, ces formules feront connaître l'intensité et le mode de composition des deux teintes, ordinaire et extraordinaire, données par le prisme rhomboïdal. Si la lumière transmise était analysée par réflexion sur une glace, ces formules serviraient encore ; car, selon ce qui a été démontré page 267, le rayon réfléchi par une glace, sous l'incidence de la polarisation complète, a tous les caractères d'un rayon ordinaire produit par réfraction dans un cristal, dont la section principale serait parallèle au plan de réflexion. Regardant donc α comme représentant l'azimut du plan de réflexion suivant lequel le rayon transmis parvient à cette glace, la couleur et l'intensité du rayon réfléchi seront représentées par F_0. J'ai fait connaître, pour la première fois, ces formules et ce nouveau mode de polarisation qu'elles indiquent, dans un mémoire lu à l'Institut le 1er juin 1812.

Quoiqu'elles ne pussent manquer d'être exactes, étant fondées sur le mode même suivant lequel les teintes se séparent, j'ai cru devoir les vérifier encore par leur comparaison avec les phénomènes composés.

Reprenons, par exemple, le cas où l'on emploie un prisme rhomboïdal, dont la section principale est tournée dans l'azimut zéro, on aura alors $\alpha = 0$, ce qui donnera

$$F_0 = O + E \cos^2 2i$$
$$F_e = E \sin^2 i.$$

Elles nous indiquent que le rayon extraordinaire sera uniquement composé de la teinte E dans toutes les positions de la lame. Au contraire, le rayon ordinaire sera un mélange des deux teintes O et E, prises en diverses proportions. La séparation des deux teintes O et E sera complète quand on aura

$45° = i$, c'est-à-dire, quand l'axe de la lame mince fera un angle de 45° avec le plan du méridien : ce sera alors le maximum d'intensité du rayon extraordinaire. Quand on aura $i = 0$ ou $i = 90°$, le rayon extraordinaire s'évanouira, et F_0 devenant $O + E$, toute la lumière transmise sera polarisée en un seul faisceau blanc ordinaire : en continuant à faire tourner la lame, les mêmes phénomènes se reproduiront par ordre dans tous les quadrans. La séparation des teintes O et E sera complète dans les azimuts 45°, 135°, 225°, 315° : généralement les teintes d'une même image redeviendront les mêmes quand on changera i en $90° + i$, c'est-à-dire, dans des positions rectangulaires.

La position de $i = 45°$ est remarquable par les phénomènes qu'elle présente : plaçons y l'axe de la lame, et laissant α quelconque, nos formules générales deviendront,

$$F_0 = O \cos^2 \alpha + E \sin^2 \alpha$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \cos^2 \alpha.$$

F_0 et F_e, contenant alors des molécules de O de E, offriront des mélanges de ces deux teintes en proportions différentes, à mesure qu'on tournera le rhomboïde de spath calcaire, ce qui fera varier α. La séparation des teintes et leur opposition seront à leur maximum quand on aura $\alpha = 0$, ou $\alpha = 90°$; c'est-à-dire, quand la section principale du second cristal deviendra parallèle ou perpendiculaire au plan du méridien ; et, au contraire, le mélange des teintes sera complet dans la position intermédiaire, c'est-à-dire, quand la section principale du second cristal fera avec le meridien un angle de 45°, ce qui donne

$$\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha = \tfrac{1}{2}; \quad F_0 = \frac{O + E}{2}; \quad F_e = \frac{O + E}{2}.$$

Dans cette position, les deux images sont donc blanches et d'égale intensité, comme si l'on n'avait pas interposé la lame mince. Je n'ai considéré que le premier quadrans ; mais les mêmes phénomènes se répètent également dans tous les autres.

Cette égalité, ou, pour mieux dire, cette identité des deux images, est facile à vérifier par l'expérience : quand on a placé

le cristal et la lame dans les positions que le calcul indique, si l'on transporte un peu cette dernière parallèlement à elle-même, de façon que la moitié de l'image réfléchie la traverse, et que le reste ne la traverse point, on voit que les images données par la lumière polarisée, qui n'a point traversé la lame, sont aussi égales entre elles, et parfaitement égales en teintes aux deux autres.

Il y a encore généralement pour chaque lame une infinité de positions différentes des précédentes, qui donneront aux deux images des intensités égales; mais leurs teintes seraient différentes, et le nombre des positions qui donnent des images blanches égales est limité à deux pour chaque quadrans. Pour faire comprendre la distinction qu'il faut faire entre ces deux genres d'égalité, reprenons le cas où la section principale du second cristal était dans le plan du méridien même; ce qui rendait α nul. On avait alors

$$F_0 = O + E \cos^2 2i$$
$$F_e = E \sin^2 2i,$$

le rayon extraordinaire étant alors constamment composé de la teinte E, on voit qu'il serait impossible d'obtenir deux images blanches dans cette position du second cristal, quel que soit l'azimut dans lequel on place l'axe de la lame; mais si la teinte O est moindre que E en intensité, on conçoit qu'il y aura au moins une valeur de i telle, que la quantité $E \cos^2 2i$, qui s'ajoute à O dans le rayon ordinaire, rendra son intensité $O + E \cos^2 2i$ égale à $E \sin^2 2i$; l'expression même de cette condition détermine les valeurs de i qui la remplissent, car on en tire l'équation

$$O + E \cos^2 2i = E \sin^2 2i, \quad \text{qui donne} \quad \cos 4i = -\frac{O}{E}.$$

La valeur de i ne sera réelle que dans le cas où l'intensité de la teinte E surpassera l'intensité de la teinte O: c'est en effet dans cette supposition seulement que le problème est possible; et alors il y aura huit solutions réelles, savoir $\pm i$, $90° \pm i$, $180° \pm i$, $270° \pm i$, ce qui en donnera deux dans chaque quadrans.

Pour trouver en général le nombre des solutions qui donnent des images égales, soit en intensité et en teinte, soit en inten-

sité seulement, il n'y a qu'à reprendre les valeurs générales de F_o et de F_e, qui sont

$$F_o = O\cos^2\alpha + E\cos^2(2i-\alpha)$$
$$F_e = O\sin^2\alpha + E\sin^2(2i-\alpha),$$

et les égaler entre elles, ce qui donnera

$$O\cos^2\alpha + E\cos^2(2i-\alpha) = O\sin^2\alpha + E\sin^2(2i-\alpha),$$

d'où l'on tire

$$O\cos 2\alpha + E\cos(4i-2\alpha) = 0.$$

Cette équation sera satisfaite identiquement, quelles que soient les teintes O et E, si l'on pose

$$\cos 2\alpha = 0, \qquad \cos(4i-2\alpha) = 0.$$

La première donne pour racines $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 90^\circ + 45^\circ$, $\alpha = 180^\circ + 45^\circ$, $\alpha = 270^\circ + 45^\circ$, lesquelles placent toute la section principale du second cristal dans l'azimut de 45°. En substituant ces valeurs dans la seconde équation qui détermine i, elles la réduisent toutes à

$$\sin 4i = 0, \text{ ou } \sin i\cos i(\cos i - \sin i)(\cos i + \sin i) = 0,$$

qui donne les huit racines

$$i = 0,\ i = 45^\circ,\ i = 90^\circ,\ i = 90^\circ + 45^\circ,\ i = 180^\circ,\ i = 180^\circ + 45^\circ,$$
$$i = 270^\circ,\ i = 270^\circ + 45^\circ,$$

dont l'une quelconque peut s'employer avec les valeurs précédentes de α. Toutes ces positions de la lame mince et du second cristal, combinées ensemble, donneront deux images blanches égales en intensité, et il est facile d'en voir la raison; car, en vertu de ces valeurs de i, la lame mince n'agira pas du tout sur la teinte E, ou elle agira de manière à donner dans le second cristal deux faisceaux égaux en intensité; et, d'un autre côté, la section principale du second cristal, étant placée dans l'azimut de 45°, décompose aussi en deux portions égales la portion de la lumière sur laquelle n'agit point la lame mince; par conséquent la somme de ces faisceaux identiques doit nécessairement composer des images égales en intensité et en teinte, c'est-à-dire, deux images blanches.

Les valeurs que nous venons d'obtenir ont été trouvées en rendant identique l'équation de condition

$$O\cos 2\alpha + E\cos(4i-2\alpha) = 0,$$

quelles que fussent les valeurs de O et de E. Maintenant, si l'on cherche les autres racines de cette équation, qui ne sont plus indépendantes de la nature des teintes, on aura les positions de la lame et du cristal, qui donnent des images égales en intensité seulement. En développant ainsi cette équation et tirant la valeur de tang 2α, elle donne

$$\text{tang } 2\alpha = -\frac{(O + E \cos 4i)}{E \sin 4i}.$$

Quel que soit l'azimut i dans lequel se trouve l'axe de la lame, on voit qu'il existera toujours pour α quatre valeurs qui rendront les intensités égales : ces valeurs seront α, $\alpha + 90°$, $\alpha + 180°$, $\alpha + 270°$; on voit que le problème est toujours possible quand on se donne i et que l'on cherche α, puisque l'angle α est donné par sa tangente ; au lieu qu'il n'est pas toujours possible de déterminer i d'une manière réelle, α étant donné.

Si, par exemple, on suppose $\alpha = 0$, on retombe sur l'équation

$$O + E \cos 4i = 0, \quad \text{d'où} \quad \cos 4i = -\frac{O}{E},$$

qui ne donne pour i des valeurs réelles que dans le cas où E surpasse O, comme nous l'avons déjà remarqué.

Enfin, si l'on voulait avoir des images blanches, quelle que fût d'ailleurs leur intensité, il n'y aurait qu'à rendre égaux entre eux les coefficiens des deux teintes dans les valeurs générales de F_0 et de F_e ; pour cela il faudrait faire

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 (2i - \alpha), \quad \text{ou} \quad \sin 2i \,.\, \sin 2 (i - \alpha) = 0,$$

ou, ce qui revient encore au même,

$$\sin i \cos i \sin (i - \alpha) \cos (i - \alpha) = 0.$$

Chacun de ces facteurs donnant deux racines, il y a en tout huit valeurs de i qui satisfont à la condition proposée ; et ces huit valeurs sont

$$i = 0, \; i = 90°, \; i = \alpha, \; i = \alpha + 90°, \; i = 180°, \; i = 270°,$$
$$i = \alpha + 180°, \; i = \alpha + 270°.$$

Les quatre qui sont indépendantes de α placent l'axe de la lame

de manière qu'il devienne parallèle ou perpendiculaire au méridien. En effet, dans ces positions, la lame ne déviant point les axes des molécules lumineuses, le prisme rhomboïdal doit les résoudre en deux images blanches.

Les quatre autres racines, dans lesquelles i dépend de α, nous apprennent qu'on aura encore des images blanches lorsque l'axe de la lame mince coïncidera avec la section principale du second cristal, ou lui sera perpendiculaire; par conséquent, si, après avoir disposé la lame de cette manière, on la fixe au second cristal, on pourra les tourner ensemble dans tous les azimuts, et l'on aura toujours deux images blanches; en effet, avec $i = \alpha$, les intensités des deux rayons deviennent

$$F_o = (O + E)\cos^2\alpha, \quad F_e = (O + E)\sin^2\alpha;$$

ce qui indique deux images blanches; et les mêmes que l'on obtiendrait par la seule action du second cristal, si la lame mince n'existait pas. Tous ces résultats sont très-exactement confirmés par l'expérience, comme je m'en suis assuré.

Si l'on veut analyser le rayon transmis, en se servant d'une glace dont le plan de réflexion soit situé dans l'azimut α, il n'y a qu'à considérer O et E comme représentant les proportions de chaque faisceau coloré que la glace réfléchirait isolément, si son plan d'incidence était tourné successivement dans la direction des axes de chacun d'eux. Alors, d'après la page 258, l'intensité du rayon réfléchi, composé de deux faisceaux, sera

$$(2) \qquad F_o = O\cos^2\alpha + E\cos^2(2i - \alpha).$$

Formule, qui convenait précédemment au rayon ordinaire.

Supposons, par exemple, que l'on mette le plan de réflexion dans l'azimut de 90°, ce qui est la position convenable pour laisser passer librement la teinte O à travers la glace. En faisant $\alpha = 90°$ dans notre formule, elle donnera

$$F_o = E\sin^2 2i;$$

ce qui montre que le rayon réfléchi par la glace sera toujours composé de la seule teinte E, dont l'intensité, d'abord nulle, avec l'azimut i, atteindra son maximum, quand i sera égal à 45°, et deviendra nulle de nouveau, quand i sera égal à 90°.

Tous ces résultats sont exactement confirmés par l'expérience.

Si, au lieu de faire α nul, on lui donne successivement différentes valeurs, c'est-à-dire, si l'on fait tourner la glace autour du rayon polarisé, en formant constamment avec lui le même angle, le rayon F_0, réfléchi par cette glace, sera une combinaison des deux teintes complémentaires O et E, prises en diverses proportions; combinaisons qu'il ne faut pas confondre avec des mélanges successifs de rayons simples. L'image réfléchie deviendra blanche toutes les fois que l'on aura

$$\cos^2\alpha = \cos^2(2i - \alpha), \quad \text{ou} \quad \sin 2i \sin 2(i - \alpha) = 0;$$

ce qui donne pour i les huit valeurs

$$i = 0,\ i = 90^\circ,\ i = \alpha,\ i = \alpha + 90^\circ,\ i = 180^\circ,\ i = 270^\circ,$$
$$i = \alpha + 180^\circ,\ i = \alpha + 290^\circ,$$

comme précédemment; et il en résulte de même que, si l'on place l'axe de la lame dans le plan de réflexion de la glace, et qu'on les fasse tourner ensemble autour du rayon polarisé, l'image réfléchie par la glace sera toujours blanche, et de plus, elle aura la même intensité que si la lame mince n'existait pas; car les deux valeurs de α donnent également

$$F_0 = (O + E)\cos^2\alpha,$$

qui exprime l'intensité du rayon réfléchi par une glace, lorsqu'on la présente à un rayon polarisé, sous l'incidence de la polarisation complète et dans l'azimut α.

On peut encore déduire de ces formules l'effet que les lames minces doivent produire sur des rayons naturels, ou, ce qui revient au même, sur des rayons polarisés dans deux sens rectangulaires. Commençons par ce dernier cas. Concevons donc un rayon blanc, dont une moitié $O + E$, formant du blanc par elle-même, soit polarisée toute entière dans un certain sens, dans le méridien, par exemple; et dont l'autre moitié, pareillement blanche, soit polarisée dans un sens perpendiculaire. En conservant toutes nos dénominations précédentes, la lame mince, présentée perpendiculairement au premier faisceau qui est polarisé dans le sens du méridien, laissera à la teinte O sa polarisation primitive, et fera passer les axes de la teinte E

dans l'azimut $2i$; de sorte que, si la lumière transmise arrive à un prisme rhomboïdal dont la section principale soit tournée dans l'azimut α, elle s'y résoudra en deux faisceaux F_o et F_e, l'un ordinaire et l'autre extraordinaire, dont les intensités et les couleurs seront

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2i - \alpha)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2i - \alpha).$$

Pour connaître maintenant l'action de la même lame sur l'autre faisceau $O + E$, qui est polarisé dans un sens perpendiculaire, il n'y a qu'à considérer que, relativement à ce dernier, les angles α et i sont tous deux augmentés également et précisément d'un angle droit. Il n'y a donc qu'à faire cette augmentation dans notre formule générale, α deviendra $\alpha + 90°$, et $(2i - \alpha)$ deviendra $2i + 180° - \alpha - 90°$, ou $2i - \alpha + 90°$, ce qui donnera deux rayons F'_o, F'_e, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, dont les intensités seront

$$F'_o = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2i - \alpha)$$
$$F'_e = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2i - \alpha);$$

de sorte qu'en les ajoutant aux précédens, chacun à celui de même dénomination, il viendra

$$F_o + F'_o = O + E, \qquad F_e + F'_e = O + E,$$

c'est-à-dire, deux rayons blancs égaux en intensité. La même chose arriverait encore, si la lame agissait sur un rayon naturel, que l'on peut considérer comme un assemblage d'un nombre infini de rayons blancs, infiniment peu intenses, et polarisés dans toutes les directions possibles. Car, si l'on isole par la pensée deux de ces rayons élémentaires, dont les sens de polarisation soient rectangulaires l'un à l'autre, ils auront aussi des intensités égales, puisque la répartition des molécules lumineuses entre tous les azimuts est supposée uniforme. Ces deux rayons, considérés à part, seront donc exactement dans le cas que nous venons d'examiner, et par conséquent ils donneront des images blanches. Le même raisonnement étant applicable à tous les autres couples rectangulaires, la conséquence qu'on en tire s'appliquera aussi au faisceau entier de rayons transmis, et l'on voit ainsi qu'il devra toujours donner des

images blanches, de quelque manière qu'on l'analyse; ce qui est conforme à l'observation.

Je suis entré dans tout le détail de ces comparaisons pour mettre dans une entière évidence la réalité du mode de polarisation que nous avons reconnu d'abord. Car ce mode étant donné, tous les phénomènes que présente ensuite la lumière transmise, de quelque manière qu'on l'analyse, en deviennent des conséquences calculables; et réciproquement chacune de ces conséquences, convenablement interprétée, selon le procédé d'analyse dont on a fait usage, reconduit au mode de polarisation. Ici, les indications de ces deux genres d'épreuves coïncident et convergent avec une unanimité incontestable.

Mais par-là nous ne connaissons encore que le sens de polarisation des deux teintes O et E. Il nous faut maintenant chercher quelle est, pour chaque lame donnée, la nature de ces teintes, et comment elles changent avec l'épaisseur. Or, on trouve ainsi qu'elles sont tout-à-fait pareilles à celles des anneaux colorés, formés par une lumière blanche entre deux objectifs superposés. La teinte E est toujours celle d'un anneau réfléchi, et la teinte O celle de l'anneau transmis correspondant. Les épaisseurs auxquelles les diverses teintes E se forment dans les lames d'un même cristal bien pur sont exactement proportionnelles à celles qui sont marquées dans la table de Newton pour les lames minces d'une même substance non cristallisée; mais les valeurs absolues des épaisseurs sont beaucoup plus grandes que dans cette table, la densité étant la même. J'ai également annoncé ces rapports dans le mémoire cité plus haut.

Pour en démontrer la vérité, commençons par constater la nature des teintes, en les comparant à celles que Newton a indiquées. Cette comparaison pourrait offrir quelques incertitudes, si l'on voulait la faire immédiatement sur la lumière que nos lames transmettent; car, dans les appareils que l'on peut imaginer pour ce genre d'expériences, on ne peut guère placer qu'une lame à la fois; il faut les regarder une à une : on ne peut donc pas comparer leurs teintes en présence et rapprochées; et si on les veut substituer fréquemment les unes aux autres pour vérifier cette comparaison en la répétant, on risque

en les touchant, d'altérer le poli de leurs surfaces, et de changer même leur teinte en leur enlevant quelque pellicule imperceptible de leur épaisseur. En outre, si l'on se sert d'une lumière artificielle, il n'arrivera presque jamais que cette lumière soit exactement blanche, c'est-à-dire, qu'elle ne contiendra pas toutes les molécules lumineuses dans l'exacte proportion qui fait le blanc; et l'on sent que cela doit être presque toujours ainsi, quand on réfléchit à la manière dont se produit la flamme, et qu'on rapproche ce phénomène de ce que Newton a trouvé sur les couleurs transmises par les corps en vertu de la grosseur de leurs particules. Or, comme la lame mince n'ôte la polarisation primitive qu'à une espèce particulière de teinte, si une portion des couleurs qui composent cette teinte vient à manquer dans la lumière dont on l'éclaire, il est évident que la couleur dont les axes sont déviés changera; ainsi, ce ne sera plus la même que l'on aurait observée, si on avait éclairé la lame avec de la lumière parfaitement blanche. D'après ces divers motifs, je vais faire connaître une autre manière d'observer les couleurs dont il s'agit, dans le plus haut point de pureté et de vivacité qu'elles puissent avoir, en les regardant, non par transmission, mais par réflexion.

Pour cela, je m'appuierai sur le fait suivant, qu'il est facile de vérifier. Prenez une lame mince de chaux sulfatée, et, après l'avoir fixée sur l'anneau de notre appareil, examinez la nature des teintes O, E qu'elle donne sous l'incidence perpendiculaire. La position la plus favorable à cette observation, c'est lorsque l'axe de la lame forme un angle de 45° avec le plan de polarisation primitif, que je supposerai être le méridien. Ayant donc placé ainsi la lame, inclinez-la peu à peu sur le rayon polarisé, en prenant pour plan d'incidence le méridien même; vous verrez qu'elle donne toujours sensiblement les mêmes teintes, O, E, que sous l'incidence perpendiculaire, quelle que soit l'inclinaison où vous l'ameniez. Cette constance est le principe qui va nous servir de base.

Au lieu d'exposer la lame à un rayon polarisé, faites seulement réfléchir la lumière blanche des nuées sur sa surface, en

vous plaçant dans un lieu découvert, à l'abri de toute réflexion étrangère : elle vous paraîtra parfaitement blanche et incolore dans toutes ses positions (1) : maintenant, placez cette même lame horizontalement sur un corps noir ; faites-lui réfléchir la lumière blanche des nuées sous une inclinaison d'environ 35°, comptée de l'horizon, et recevez la lumière réfléchie sur un verre noir placé de manière à transmettre, ou plutôt à absorber les rayons qui auront été polarisés par la réflexion sur la première surface de la lame ; il faudra que ce verre fasse un angle de 35° 25′ avec le rayon réfléchi, et, de plus, que son plan de réflexion soit perpendiculaire au plan vertical d'incidence sur la lame mince. Les choses étant ainsi disposées, si vous regardez la lame par réflexion, sur ce verre noir, vous la verrez entièrement et uniformément teinte d'une vive couleur, qui changera d'intensité et de nuance en tournant la lame dans son plan. Cette intensité deviendra nulle quand l'axe de la lame coïncidera avec le plan d'incidence de la lumière sur sa surface, ou lui sera perpendiculaire ; elle atteindra son maximum d'intensité relative lorsque l'axe de la lame formera un angle de 45° avec ce plan (2) ; et la teinte réfléchie dans cette position sera iden-

---

(1) Si le ciel n'était pas couvert de nuages blancs, la lame dirigée vers certains points de l'horizon pourrait offrir une coloration sensible à la vue simple, parce que la lumière réfléchie par l'atmosphère est en partie polarisée lorsque le temps est serein ; et qu'ici la lumière polarisée produit d'autres effets que la lumière directe. De plus, la couleur réfléchie par une atmosphère sereine n'est pas le blanc, mais un blanc blenâtre, c'est-à-dire, un blanc privé d'une partie de ses rayons rouges et orangés ; ce qui modifierait nécessairement la couleur propre que les lames doivent réfléchir. Enfin l'intensité de cette lumière est beaucoup moindre que celle des nuages blancs qui réfléchissent le blanc du premier ordre, ainsi que Newton l'a remarqué.

(2) Ce maximum n'est relatif qu'à la proportion de chaque teinte qui est réfléchie par la lame mince dans ses positions diverses. Supposons, par exemple, que les couleurs étant du second ordre, elle passe ainsi du bleu au vert et à l'orangé, à mesure que l'on tourne son axe : supposons de plus, que ce soit le vert qui se trouve réfléchi dans l'azimut de 45° ; alors la proportion de ce vert, qui est réfléchie par la lame, est plus grande

tiquement la même que la teinte E, dont la lame dévie les axes sous l'incidence perpendiculaire. Mais, de plus, elle aura un degré de pureté et de vivacité que jamais aucune lumière artificielle n'égalerait.

Cette expérience, aussi belle à voir qu'utile par les conséquences qui en dérivent, s'explique aisément d'après celle que nous avons d'abord rapportée. La lumière des nuées qui tombe sur la lame subit une réflexion partielle à sa première surface, et une autre à sa seconde surface ; considérons-les successivement. La réflexion sur la première surface est la même que si la lame n'était pas cristallisée ; car il paraît, et ceci est encore un point bien constaté par mes expériences, il paraît, dis-je, que cette première réflexion s'opère hors de la limite des forces polarisantes des cristaux. La lumière ainsi réfléchie hors de la première surface de la lame sous l'inclinaison de 35°, se trouvera donc polarisée entièrement dans le plan d'incidence ; et de là, en tombant sur le verre noir qu'elle rencontre sous l'angle convenable, elle ne pourra pas être réfléchie, elle le pénétrera et se combinera avec sa substance.

Suivons maintenant l'autre portion de lumière qui a pénétré dans l'intérieur de la lame. Cette lumière, provenant du rayonnement des nuées, a ses axes distribués indifféremment dans toutes sortes de directions. Elle ne prend donc pas de polarisation déterminée en traversant la lame, et n'y produit point de couleurs, non plus que ne l'aurait fait tout autre rayon naturel qui y pénétrerait de la même manière. Mais lorsqu'elle arrive à la seconde surface de la lame, dans cet état d'indétermination, elle y subit une réflexion partielle, qui, à cause de l'obliquité que l'on a choisie, polarise complètement le faisceau réfléchi, et tourne les axes de polarisation de ses particules dans la direction du plan d'incidence. Ce faisceau,

---

que ne le serait celle du bleu ou de l'orangé dans la position où elle les donnera : ce qui n'empêche pas que ce bleu ou cet orangé ainsi réduit ne puisse être par sa nature plus vif que le vert du même ordre ne l'est même dans son maximum.

en rentrant dans la lame, s'y trouve donc modifié exactement comme l'était, dans notre expérience fondamentale, le rayon polarisé transmis sous la même obliquité. Ainsi, en supposant que l'axe fasse un angle de 45° avec le plan d'incidence, il doit de même se résoudre dans les deux teintes O, E, la première, polarisée dans le plan d'incidence, la seconde dans le sens perpendiculaire ; par conséquent cette dernière seule peut se réfléchir sur la surface du verre noir.

En général, si l'axe de la lame, au lieu de former un angle de 45° avec le plan d'incidence, en fait un égal à i, le faisceau réfléchi par la seconde surface se résoudra toujours en deux teintes, dont l'une, que je nommerai O′, restera polarisée dans le sens primitif ; et l'autre, que je nommerai E′, tournera ses axes dans l'azimut $2i$, compté du plan de réflexion. Donc, si l'on reçoit à la fois ces deux teintes sur un prisme rhomboïdal, dont la section principale soit placée dans l'azimut zéro, c'est-à-dire dans le plan d'incidence même, elles se résoudront en deux rayons F_o, F_e, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, dont les intensités et les teintes seront exprimées par les formules suivantes :

$$F_o = O' + E' \cos^2 2i$$
$$F_e = E' \sin^2 2i.$$

Ici la teinte E′, qui perd sa polarisation primitive, varie en même temps que i, parce qu'en tournant la lame dans son plan, on change l'angle que son axe forme avec le rayon réfracté ; ce qui fait varier la force attractive ou répulsive émanée de cet axe. Je reviendrai tout-à-l'heure sur ces mutations ; pour le moment, contentons-nous de considérer E′ comme variable. Pour avoir la totalité de la lumière réfléchie par la lame, il faut ajouter au rayon ordinaire F_o la portion de lumière blanche qui est réfléchie par la première surface, et qui se trouve aussi polarisée suivant le plan de réflexion : nommons-la B, et nous aurons

$$F_o = B + O' + E' \cos^2 2i$$
$$F_e = + E' \sin^2 2i.$$

Maintenant si, au lieu d'analyser la lumière transmise à l'aide

d'un prisme rhomboïdal, on veut se servir d'un verre noir, placé comme nous l'avons expliqué tout-à-l'heure, il est clair que F_e exprimera l'intensité et la teinte de la lumière qui pourra s'y réfléchir. On voit donc que, quel que soit l'azimut i, cette lumière sera entièrement composée de la teinte E'. Son intensité relative en E' sera la plus grande possible lorsqu'on aura $\sin 2i = 1$, ou $i = 45°$; c'est-à-dire, quand l'axe de la lame fera un angle de 45° avec le plan de réflexion. Alors, d'après ce qui a été démontré tout-à-l'heure, E' devient égal à E, c'est-à-dire, à l'espèce de teinte dont la lame proposée dévie les axes sous l'incidence perpendiculaire; et, dans ce cas, l'on a

$$F_o = B + O$$
$$F_e = E.$$

La teinte extraordinaire E se trouve ainsi séparée de toute autre lumière par la réflexion sur le second verre; mais on ne peut pas obtenir le même avantage pour la teinte O; et lorsqu'on présentera au rayon F_o un verre noir placé convenablement pour ne point réfléchir F_e, ce verre réfléchira ensemble toutes les parties de F_o. Même en plaçant la lame dans l'azimut de 45°, ce qui rend $\cos 2i$ nul, on voit que la teinte O reste encore mêlée avec la portion B de lumière blanche réfléchie par la première surface, ce qui doit la décolorer et l'affaiblir. Tous ces résultats sont en effet réalisés par l'observation avec la plus exacte fidélité.

Il serait possible qu'on s'imaginât que les teintes ainsi réfléchies ne proviennent pas d'une réflexion partielle à la seconde surface de la lame, mais qu'elles sont produites par la lumière naturelle qui, arrivant à travers la lame au support noirci, se polarise par réflexion sur la surface de ce dernier, et rentre ensuite dans la lame. Il est facile de prouver que les choses ne se passent pas ainsi. Car, au lieu de poser la lame sur un support, suspendez-la librement dans l'air, et placez en avant d'elle et en arrière des écrans verticaux noircis. Dans ce cas, les corps situés sous la lame, ne recevant plus de lumière incidente, ne pourront en réfléchir ni en émettre qui soit polarisée; et par conséquent, si les couleurs subsistent encore avec une vivacité

égale, il sera prouvé qu'elles sont réellement produites par la réflexion de la lame : or c'est ainsi que cela arrive, comme il est facile de s'en assurer, et les teintes réfléchies par les lames ne sont nullement affaiblies par cette disposition.

Maintenant, pour prouver que la réflexion se fait réellement à la *seconde* surface de la lame, il suffit d'enduire cette surface avec un corps noir, dont la force réfringente surpasse beaucoup celle de la chaux sulfatée; par exemple, une couche d'encre de Chine ou d'encre ordinaire qu'on laisse sécher. Alors la partie de la surface qui est en contact avec cet enduit, ne réfléchit plus aucune couleur; et elle paraît tout-à-fait noire quand on la dépouille, par la réflexion, de la lumière ordinaire réfléchie par la portion correspondante de la première surface.

En plaçant ainsi plusieurs lames minces à côté les unes des autres, sur un même support noirci et mobile autour d'un centre, on peut avec la plus grande facilité vérifier le parallélisme de leurs axes, comparer leurs différentes teintes, et suivre le progrès des nuances par lesquelles elles passent, lorsqu'en tournant le support, on fait varier la position de l'axe par rapport au plan de réflexion. On peut ainsi reconnaître avec certitude l'espèce de couleur que les lames réfléchissent dans une position commune, et surtout dans l'azimut de 45°, qui est l'élément principal de ces phénomènes. Je ne veux pas dire que l'on puisse, par le seul aspect, déterminer démonstrativement l'ordre auquel chaque teinte appartient dans la table de Newton; mais du moins on peut voir que telle lame est bleue ou verte, de telle nuance, et que telle autre comparativement est orangée, ou jaune, ou violette, ou pourpre; ce qui suffit pour comparer ensuite les couleurs avec les épaisseurs correspondantes, et voir si la table de Newton les indique avec exactitude. Je passe donc à la détermination de ces épaisseurs, qui seule peut servir de guide dans cette classification.

Quand il s'agit de mesurer des lames dont les épaisseurs varient entre trois centièmes et quarante-cinq centièmes de millimètre, et qu'entre ces limites il faut trouver et apprécier toutes

les nuances d'épaisseur qui répondent aux couleurs contenues dans les sept séries d'anneaux observés par Newton quand enfin les plus petits écarts de ces mesures répondent à des différences aussi sensibles que des changemens de teinte, on conçoit que, pour les tenter et pour espérer quelque résultat, il faut avoir à sa disposition des moyens dont l'exactitude soit, pour ainsi dire, idéale. J'ai heureusement eu cet avantage, grâce à l'amitié de M. Cauchoix : cet habile opticien, désirant donner à ses travaux toute la précision que l'on peut atteindre, a fait construire par notre excellent artiste Fortin un instrument propre à mesurer les courbures des verres objectifs plans, concaves ou convexes ; et il a bien voulu me permettre d'en insérer ici la description, qui me devenait nécessaire pour donner de la confiance à mon travail : j'ai d'autant plus de plaisir à lui en témoigner ici ma reconnaissance, que je ne connais aucun procédé qui pût si facilement atteindre la même précision, et qu'ainsi je dois le succès de mes recherches au secours que m'a fourni son amitié, et à l'empressement extrême avec lequel il les a favorisées par tous les moyens qui étaient en son pouvoir.

Le sphéromètre dont j'ai fait usage, et qui est représenté fig. 16, est un instrument composé de trois branches d'acier horizontales, chacune de huit centimètres de longueur, formant entre elles des angles de 120°. Aux extrémités de ces trois branches, et perpendiculairement à leur direction, se trouvent trois tiges d'acier dont les bouts, amincis en cylindre et tournés avec une précision extrême, sont terminés par trois plans d'une fort petite étendue : au centre des trois branches est une vis parfaitement travaillée, dont la tête porte un cadran divisé. On conçoit comment on peut vérifier l'égalité de courbure des verres avec un pareil instrument ; car si, ayant posé les pointes sur le verre, on tourne la vis jusqu'au contact, le moindre changement de courbure deviendra sensible dès que la vis ou les pointes ne toucheront plus. Dans le premier cas, la rotation de l'instrument produira un frottement rude, et un son très-différent de celui qu'il rendait d'abord : dans le second cas,

l'instrument n'étant plus soutenu que par son centre, ballottera sur ses trois pieds d'une façon que l'on ne pourra méconnaître. La précision de ces deux indices est véritablement incroyable. Ni l'observation du passage de la lumière entre deux surfaces, ni les contacts faits avec des comparateurs, ne peuvent approcher de la sensibilité du sphéromètre ; et l'artiste qui a construit celui dont j'ai fait usage, tout familier qu'il est avec les procédés les plus précis des arts, en a été lui-même étonné. Dans ce premier sphéromètre, chaque partie du micromètre donne à la vue le millième de millimètre, et deux ou trois mesures suffisent pour arriver avec certitude plus près que cette quantité. Je n'avais pas besoin d'une précision plus grande ; mais M. Cauchoix, voulant varier les applications d'un appareil si commode, et l'introduire dans tous les détails de ses opérations, en a construit depuis, lui-même, qui sont d'une sensibilité bien supérieure encore ; et pourtant ce genre de vérification n'est ni la dernière épreuve, ni la plus rigoureuse qu'il fasse subir à ses verres.

Pour employer cet instrument à la mesure des lames minces, voici comment j'opère. Je me sers d'un grand plan de verre de trente-deux centimètres de diamètre, dont la surface est parfaitement plane et vérifiée par le sphéromètre. J'emploie aussi une autre lame de verre travaillée aussi par M. Cauchoix : celle-ci est également plane; mais, de plus, elle est d'une épaisseur parfaitement égale dans toute son étendue, comme le sphéromètre le prouve encore. On pose cette lame sur le plan disposé horizontalement, on amène la vis du sphéromètre en contact, et on lit le numéro de la division indiquée par le micromètre : c'est le point de départ pour la mesure de l'épaisseur. En effet, si maintenant on interpose la lame mince entre les deux verres, et que l'on replace le sphéromètre, on conçoit que la vis touchera trop, ce qui fera ballotter l'instrument ; et en la ramenant au contact, la marche de la vis, indiquée par le cadran qu'elle porte, montrera de combien de parties elle s'est abaissée. Il est nécessaire d'interposer ainsi une lame de verre plane et parallèle entre la vis du sphéromètre et

la lame mince dont on veut mesurer l'épaisseur : car, si l'on posait immédiatement la vis sur cette dernière, on ne serait jamais certain de s'arrêter précisément au contact ; on serait sans cesse exposé à enfoncer la vis dans la substance même de la lame, ce qui changerait l'épaisseur, et donnerait des erreurs qui deviendraient énormes dans des résultats dépendans de si petites quantités. Il faut encore avoir soin de poser la lame de verre en équilibre sur la lame mince, et non pas inclinée de manière qu'elle s'appuie d'un côté ou d'un autre sur le plan de verre qui sert de base ; car, si ce contact avait lieu, la surface supérieure, sur laquelle on descend la vis, formerait un plan incliné, dont on mesurerait la hauteur au lieu de mesurer l'épaisseur absolue de la lame mince, comme on se l'était proposé. Enfin, lorsque l'on a remarqué dans cette dernière quelque inégalité de teinte, qui répond infailliblement à une inégalité d'épaisseur, il faut répéter l'expérience, en posant la lame de verre successivement dans différens points de la lame mince, pour découvrir ceux où les épaisseurs sont différentes, et y mesurer l'intervalle des deux surfaces.

L'extrême perfection que M. Fortin a su atteindre dans la construction des vis métalliques est un garant certain de l'exactitude de celle qu'il a adaptée à cet instrument ; mais, pour les personnes qui ne connaîtraient pas cette exactitude, j'ajouterai que les conséquences auxquelles les mesures me conduisent sont indépendantes des valeurs absolues des pas de la vis ; il suffit qu'elle soit régulière, et même il suffirait qu'elle le fût dans un très-petit intervalle, n'ayant à mesurer, ou plutôt à comparer entre elles que de très-petites épaisseurs.

Voici maintenant quelques-unes des expériences que j'ai faites pour comparer ensemble les épaisseurs et les couleurs.

J'ai détaché d'un même cristal de chaux sulfatée trapézienne onze lames minces, dont les épaisseurs diverses ne m'étaient pas connues. Je les ai placées horizontalement sur le support noirci, de manière que leur axe se trouvât faire un angle de 45° avec le plan de réflexion ; et, dans cette position, j'ai observé

leurs couleurs, que j'ai écrites à côté des numéros de ces lames dans l'ordre suivant.

Numéros des lames.	Couleur réfléchie sur le verre noir.
1	bleu.
1 *bis*	bleu.
2	vert jaunâtre.
3	pourpre.
4	vert.
6	rose pâle.
7	bleu foncé.
8	vert tirant au jaune.
10	rouge brillant.
11	rouge brillant.
16	blanc.

J'ai ensuite mesuré les épaisseurs de ces lames avec le sphéromètre, en opérant comme je l'ai expliqué plus haut; le *point de départ* de la vis répond constamment à 120 parties du micromètre; c'est-à-dire que 120 est le numéro de la division que le micromètre marque lorsque la vis est en contact avec la lame de verre plane, avant que la lame mince soit interposée. J'appellerai *point d'arrivée* le numéro de la division indiquée par le micromètre, quand la lame mince est interposée entre les deux plans. Chaque tour de la vis correspond à $0^{mm},56466$, et se trouve divisé par le micromètre en 250 parties; de sorte que chaque partie évaluée en millimètres, vaut $0^{mm},00225864$. J'ai plusieurs fois mesuré l'épaisseur sur différentes parties d'une même lame, pour savoir si j'y pourrais découvrir quelques inégalités sensibles, et aussi pour éprouver si le sphéromètre était constant dans ses indications. On verra par les nombres rapportés ci-dessous combien cette constance est remarquable; et il en résulte aussi que les lames, dont les teintes étaient toutes parfaitement uniformes, n'ont offert aucune inégalité appréciable dans leur épaisseur; ce qui tenait sans doute à la pureté du cristal dont je les avais tirées, et au soin extrême que j'avais mis à les détacher sans altérer la per-

fection de leur poli et la régularité de leurs surfaces. Voici maintenant les nombres que j'ai obtenus.

Lames.		
N° 1.	Point d'arrivée	181
		180
	Moyenne	180,5
	Départ	120
	Épaisseur	60,5
N° 1 *bis.*	Arrivée	183
		182
	Sur un autre point	181
	Moyenne	182
	Départ	120
	Épaisseur	62
N° 2.	Arrivée	213,5
		213,0
	Sur un autre point	215,0
	Moyenne	213,8
	Départ	120
	Épaisseur	93,8
N° 3.	Arrivée	176
		176
	Sur un autre point	175
		175
	Moyenne	175,5
	Départ	120
	Épaisseur	55,5
N° 4.	Arrivée	186
		185
	Moyenne	185,5
	Départ	120
	Épaisseur	65,5

Lames.		
N° 6.	Arrivée	194
		194
	Sur un autre point	193
		193,5
	Moyenne	193,6
	Départ	120
	Épaisseur	73,6
N° 7.	Arrivée	180,5
		180,5
	Sur un autre point	179,8
		180
	Moyenne	180,2
	Départ	120
	Épaisseur	60,2
N° 8.	Arrivée	158
		158
	Sur un autre point	159
		159
	Moyenne	158,5
	Départ	120
	Épaisseur	38,5
N° 10.	Arrivée	197
		197,3
	Moyenne	197,15
	Départ	120
	Épaisseur	77,15
N° 11.	Arrivée	199
		198,6
	Sur un autre point	198
		198
	Moyenne	198,4
	Départ	120
	Épaisseur	78,4

Lames.			
N° 16.	Arrivée	250 +	24,5
			24
	Sur un autre point		22
			22
	Moyenne		273,1
	Départ		120
	Épaisseur		153,1

Pour comparer mes mesures avec la table de Newton, que nous avons transcrite page 77, je suis parti d'un résultat moyen que j'avais déjà trouvé par beaucoup d'expériences faites sur des lames tirées du même cristal; c'est que le bleu du second ordre s'y trouvait représenté par 36p,5 du sphéromètre. On verra tout-à-l'heure que l'on pourrait déduire ce nombre de l'ensemble même des mesures que je viens de rapporter, et c'est ainsi que j'ai agi dans les expériences suivantes, parce que cette méthode est plus exacte, en ce qu'elle profite des chances de compensation ; mais comme je n'ai point opéré ainsi d'abord, je ne veux me servir, pour établir le fait, que de l'évaluation que je viens de donner. Supposons donc le bleu du second ordre représenté par 36p,5 : il l'est par le nombre 9 dans la troisième colonne de la table de Newton. Ainsi, pour réduire les mesures de nos lames en parties de l'échelle sur laquelle cette colonne est construite, il faut les multiplier par $\frac{9}{36,5}$.

Afin de comparer exactement les résultats du calcul avec l'expérience, j'ai d'abord placé seulement cinq lames sur le support, pour que l'incidence des rayons sur leur surface fût sensiblement la même. J'ai disposé leurs axes dans des situations parallèles : pour cela, j'amène le support dans une position connue, en faisant correspondre un index placé sur son bord avec un autre index extérieur et fixe. Alors je tourne les lames, dont je connais à peu près les axes, de manière qu'elles soient absolument invisibles par réflexion sur le verre noir : leur axe se trouve donc ainsi parallèle ou pe-

pendiculaire au plan de réflexion. Je suppose qu'il soit parallèle : en faisant tourner le support de 45°, je l'amène dans l'azimut, où la décomposition de la lumière transmise est à son *maximum ;* et, comme je l'ai dit plus haut, c'est surtout dans cette position qu'il importe d'observer la couleur produite sur le verre noir par chaque lame, parce qu'elle est sensiblement identique avec la teinte E que donnerait la même lame sous l'incidence perpendiculaire, du moins en la supposant de chaux sulfatée, ou de cristal de roche taillé parallèlement à l'axe. J'ai pu ainsi comparer les couleurs observées à celles que la table de Newton indiquait d'après les mesures des épaisseurs. Cette comparaison s'est accordée d'une manière surprenante, comme le montre le tableau suivant :

Nos des lames.	Leur couleur observée.	Leur épaisseur mesurée et réduite à l'échelle de Newton.	Leur épaisseur calculée avec la table de Newton, d'après leur couleur observée.
1	bleu	14,92	15,1 supposé le beau bleu du 3e ordre.
1 *bis*	bleu.	15,29	15,1 supposé le bleu du 3e ordre.
2	vert jaunâtre.	23,13	23,2 vert jaunâtre du 4e ordre.
3	pourpre.	13,68	13,55 supp. le pourpre du 3e ordre.
4	vert.	16,15	16,25 vert du 3e ordre.

En comparant les couleurs avec les épaisseurs correspondantes dans la table de Newton, on voit qu'elles sont toutes du 3e ordre, excepté le n° 2, qui est du 4e. Nous verrons plus loin les autres ordres se réaliser également, et être amenés de même par les diverses épaisseurs.

Ces couleurs sont observées lorsque l'axe des lames faisait un angle de 45° avec le plan de réflexion. En tournant le sup-

port de manière à ramener l'axe vers ce plan, les couleurs changeaient : elles remontaient dans l'ordre des anneaux, comme si les lames fussent devenues plus minces. Voici les résultats de l'expérience :

Nos des lames.	Leur couleur extraordinaire dans l'azimut de 45°.	Leurs couleurs changées en rapprochant l'axe du plan de réflexion.
1	bleu.	bleu violacé tirant au pourpre.
1 *bis.*	bleu.	bleu violacé tirant au pourpre.
2	vert jaunâtre.	vert bleuâtre.
3	pourpre.	rouge orangé.
4	vert.	vert plus foncé.

Ces couleurs précèdent en effet les autres dans la table de Newton. Au contraire, en amenant l'axe de manière qu'il approchât d'être perpendiculaire au plan de réflexion, on avait

Nos des lames.	Leur couleur dans l'azimut de 45°.	Leur couleur changée en tournant l'axe vers la perpendiculaire au plan de réflexion.
1	bleu.	vert.
1 *bis.*	bleu.	vert.
2	vert jaunâtre.	gris rougeâtre (mélangé de vert jaunâtre et de rouge violacé).
3	pourpre.	indigo tirant au bleu.
4	vert.	jaune rougeâtre.

En comparant ces couleurs à celles de la table de Newton, on voit qu'elles ont descendu dans l'ordre des anneaux, comme si les lames étaient devenues plus épaisses.

Ces lames étant observées, j'ai pris les autres; je les ai placées de la même manière sur le support, et j'ai obtenu les résultats suivans :

Nos des lames.	Leur couleur observée.	Leur épaisseur mesurée et réduite à l'échelle de Newton.	Leur épaisseur calculée avec la table de Newton, d'après leur couleur observée.	
6	rose pâle.	18,15	18,17	supp. interm. entre le rouge et le jaune du 3e ord.
7	bleu foncé.	14,83	14,67	supp. interm. entre le bleu et l'indigo du 3e ordre.
8	vert tirant un peu au jaune.	9,5	9,7	vert du 2e ordre.
10	rouge très-beau.	19,0	18,7	supposé le rouge du 3e ordre.
11	rouge très-beau.	19,3	18,7	supposé le rouge du 3e ordre
16	blanc.	37,7	37,5	bleu verdâtre du 6e ord. mêlé d'un peu de rou. du 5e.

Ici toutes les couleurs sont encore du 3e ordre, excepté le n° 8, qui est une couleur du 2e ordre. Remarquons, à cet égard, qu'en effet, en vertu du mélange des anneaux, le vert n'est jamais net dans les couleurs du 2e ordre, et qu'il est toujours lavé de jaune ou de bleu, suivant qu'il confine à l'une ou à l'autre de ces teintes.

En rapprochant l'axe du plan de réflexion, les couleurs des lames ont changé dans l'ordre suivant :

N°s des lames.	Leur couleur extraordinaire dans l'azimut de 45°.	Leur couleur changée en rapprochant l'axe du plan de réflexion.
6	rose pâle.	rose jaunâtre ou abricot.
7	bleu foncé.	pourpre violacé.
8	vert tir. un peu au jaune.	vert sombre et blafard.
10	rouge très-beau.	rouge rose.
11	*idem.*	*idem.*
16	blanc.	blanc.

On voit que les couleurs ont remonté dans l'ordre des anneaux, comme si les lames fussent devenues plus minces. Au contraire, en amenant l'axe vers la direction perpendiculaire au plan de réflexion, on avait

N°s des lames.	Leur couleur extraordinaire dans l'azimut de 45°.	Leur couleur changée en rapprochant l'axe du plan de réflexion.
6	rose pâle.	rouge.
7	bleu foncé.	vert.
8	vert tirant au jaune.	jaune mêlé d'un peu de vert.
10	rouge très-beau.	mélangé de rouge et de bleuâtr.
11	*idem.*	*idem.*
16	blanc.	blanc.

c'est-à-dire que les couleurs ont descendu dans l'ordre des anneaux, comme si les lames fussent devenues plus épaisses.

On voit que je n'ai pas trouvé de coloration appréciable dans la lame n° 16. Cela peut venir de ce que cette lame, par la dimension de son épaisseur, tombait précisément entre le vert bleuâtre du 6e ordre et le rouge du 5e, ce qui devait lui

donner une teinte composée, peu distincte du blanc; et comme dans les ordres inférieurs, la coloration des anneaux est toujours très-faible, il se peut que cette circonstance m'ait empêché de voir des couleurs sur la lame n° 16; il se peut aussi que, le jour de l'observation, la lumière des nuées n'ait pas eu toute la vivacité qu'elle peut avoir, ou même qu'il n'y ait pas eu de nuées du tout, ce qui rend les couleurs réfléchies beaucoup plus faibles; enfin, peut-être dans cette première comparaison n'étais-je pas encore assez exercé, car je suis parvenu depuis à observer très-distinctement le passage du bleu verdâtre au rouge faible dans des lames dont l'épaisseur réduite à l'échelle de Newton était exprimée par 45,8, ce qui répond aux couleurs du 7e ordre d'anneaux.

Toutes les expériences que j'ai faites depuis s'accordent aussi avec la précédente pour établir ce résultat remarquable; savoir, que, lorsqu'on rapproche l'axe du plan de réflexion, les couleurs remontent dans l'ordre des anneaux, comme si les lames devenaient plus minces, et qu'au contraire, en approchant l'axe de la direction perpendiculaire à ce même plan, les couleurs descendent, comme si les lames devenaient plus épaisses, quoique, dans l'un et l'autre cas, le rayon incident forme toujours le même angle avec leur surface. Ce phénomène a également lieu pour les plaques minces de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de double réfraction, comme je m'en suis assuré par l'expérience. On peut aisément l'expliquer, en remarquant que, lorsque l'axe est dans le plan de réflexion, les rayons incidens et réfractés forment avec lui le plus petit angle possible; au lieu qu'en se rapprochant de la position perpendiculaire, cet angle augmente continuellement jusqu'à être enfin égal à un angle droit. La force attractive ou répulsive qui émane de cet axe augmente donc aussi continuellement en passant d'une de ces positions à l'autre, et cet accroissement d'intensité doit alors produire le même effet que si la lame devenait plus épaisse: le contraire doit arriver en retournant de la seconde position à la première, parce que l'angle des rayons avec l'axe diminue, et que la force attractive ou répulsive

diminue avec lui. Cette explication ne suppose point nécessairement que la polarisation extraordinaire et la réfraction extraordinaire sont toutes deux produites par la même force, mais par des forces qui croissent et décroissent ensemble, ce qui n'exclut ni la différence ni l'identité.

Cette expérience comparative, faite sur onze lames d'épaisseurs diverses, suffisait sans doute pour prouver l'identité des teintes O, E avec celles des anneaux colorés formés par transmission et par réflexion sur des lames minces non cristallisées; néanmoins j'ai voulu encore recourir à une autre épreuve qui se présentait naturellement, et qui pouvait servir aussi de confirmation à la table de Newton même; c'était de prendre une lame colorée, d'une teinte d'un certain ordre, et de la résoudre par la division en d'autres lames appartenantes à des anneaux plus voisins de la tache centrale. J'ai fait une infinité d'épreuves de ce genre, et elles ont toujours été d'accord avec la loi énoncée. En voici quelques-unes extraites du registre de mes observations; elles montreront l'emploi que l'on pourrait faire de cette loi pour conjecturer l'épaisseur d'après la teinte, si l'on n'avait pas de moyen direct pour la mesurer.

Je prends une lame dont l'épaisseur est égale à 185p,8 du sphéromètre, ce qui, réduit en parties de l'échelle de Newton, en prenant 36p,5 pour le bleu du second ordre, équivaut ..... 45,8.

Elle paraît incolore dans tous les azimuts, à la lumière du jour. J'en détache une lame mince qui, dans l'azimut de 45°, réfléchit un rouge pâle, montant au rouge vif quand l'axe se rapproche du plan de réflexion, et descendant au vert bleuâtre quand il se rapproche du plan perpendiculaire. Ce n'est pas le rouge du 4e ordre; car celui-ci est représenté par 26, qui, retranché de 45,8, donnerait pour reste 19,8; et sans avoir mesuré l'autre lame, ni éprouvé les couleurs qu'elle donne, ce nombre me paraît trop faible pour la représenter, car elle est évidemment plus épaisse que la première : il faut donc que celle-ci appartienne à un mélange de rouge et de rouge bleuâtre du 3e ordre, qui, supposé fait en parties égales, serait repré-

senté par 19,6 dans la table de Newton. En effet, en mesurant l'épaisseur de cette lame avec le sphéromètre, je l'ai trouvée de 77^{p}, qui, réduites à l'échelle de Newton, en supposant 36,5 pour le bleu du 2e ordre, valent. 19,25

Retranchant cette quantité de. 45,80

Reste pour l'épaisseur de l'autre lame. 26,55

nombre qui répond entre le rouge du 4e ordre et le bleu verdâtre du 5e. En effet, dans l'azimut de 45°, cette plaque réfléchit un blanc sale et grisâtre où domine un peu de rouge, ce qui convient bien à un mélange de rouge et de bleu verdâtre; elle remonte au rouge faible en ramenant la section principale vers le plan de réflexion; et au contraire, en l'amenant vers la position perpendiculaire, elle descend au vert bleuâtre le plus décidé. Tous ces résultats s'accordent très-bien avec la loi que nous avons établie.

Pour ne laisser aucun doute sur ce point, j'ai voulu mesurer aussi l'épaisseur de cette seconde lame, et je l'ai trouvée de 019,8, ce qui, réduit à l'échelle de Newton, en supposant 36^{p},5 pour le bleu du 2e ordre, donne 27 au lieu de 26,55 que nous avions trouvé d'après l'autre lame. Si l'on veut savoir à quelle épaisseur répond la différence, il n'y a qu'à ajouter les mesures partielles des épaisseurs des deux lames; savoir, 77^{p} pour la première, et 109^{p},8 pour la seconde. La somme est 186^{p},8, et elle diffère de la mesure primitive 185^{p},8 seulement de 1^{p} du sphéromètre, c'est-à-dire de deux millièmes de millimètre; différence qui doit être répartie entre tous les genres d'erreurs dont les trois opérations peuvent être susceptibles. Voici quelques autres expériences.

J'ai extrait d'un petit cristal bien pur de la variété trapézienne une lame mince, qui, vue par réflexion dans l'azimut de 45°, donnait un pourpre du 3e ordre remontant au rouge, et descendant au bleu légèrement verdâtre, conformément à la table de Newton. Soit cette lame. . . . . 13^{p},5

Je la fends en deux parties, et j'en extrais d'abord une lame mince réfléchissant l'orangé, qui ne peut être que celui du

1er ordre; car, s'il était du 2e ordre, il faudrait que l'autre portion de la lame fût bien plus mince, et réduite presque à une épaisseur nulle : d'ailleurs, cette première lame réfléchit le blanc du 1er ordre dans un de ses angles où il y a une petite pellicule d'enlevée; ce qui confirme bien que l'orangé qu'elle réfléchit doit être celui du 1er ordre : soit donc cet orangé... $5\frac{1}{6}$

En retranchant ce nombre de l'épaisseur totale 13,5
il reste pour l'autre lame..... $8\frac{2}{6}$
ce qui est l'indigo du 2e ordre; en effet, la lame restante, étant amenée dans l'azimut de 45°, réfléchit une couleur d'indigo si belle et si vive, que l'œil ne peut la fixer long-temps sans fatigue.

J'ai pris une autre lame mince du même cristal : celle-ci réfléchit un pourpre tirant sur le violet, ne remontant pas tout-à-fait au rouge et descendant au vert. Je la suppose donc du 3e ordre, et entre le pourpre et l'indigo : en conséquence, soit cette lame 14

J'en extrais une lame mince qui réfléchit le jaune pâle passant au blanc et descendant à l'orangé; elle est d'ailleurs tachetée de blanc dans plusieurs endroits : sa teinte est donc le jaune du 1er ordre, qui est en effet un jaune pâle. Conformément à la table de Newton, cette lame vaudra..... $4\frac{2}{10}$

Retranchant cette épaisseur de l'épaisseur totale, il
reste..... $9\frac{8}{10}$
qui est le vert du 2e ordre. En effet, la lame restante, étant placée dans l'azimut de 45°, réfléchit le vert du 2e ordre, vert blafard lavé et imparfait, remontant au bleu et descendant au jaune, comme le dit Newton.

Ce petit cristal, qui m'avait servi dans les deux expériences précédentes, était parfaitement pur, et se divisait très-nettement : je suis parvenu, en me servant d'un instrument très-fin, à en déduire trois lames minces nos 0, 2, 3, qui réfléchissaient des couleurs du 1er ordre peu différentes du blanc. J'ai observé ces couleurs par réflexion avant de mesurer les épaisseurs des lames, et j'en ai tenu note ainsi qu'il suit :

N° 0. blanc du 1er ordre légèrement jaunâtre.
3. blanc du 1er ordre légèrement bleuâtre.
2. blanc jaunâtre descendant à l'orangé.

Pour ne me laisser à moi-même aucun doute sur les mesures de ces lames, j'ai prié M. Cauchoix de les prendre lui-même avec le sphéromètre : il les a trouvées telles qu'on les voit ici :

N° 0, 14p,2 ; n° 3, 11,6 ; n° 2, 17,8.

J'avais d'abord comparé ces épaisseurs à la table de Newton, en supposant le bleu du 2e ordre représenté par 36p,5 du sphéromètre, comme dans les expériences précédentes ; mais j'ai trouvé depuis que le rapport, quoique constant pour les lames homogènes d'un même cristal, éprouve pourtant d'un cristal à un autre quelques légères variations : ainsi, par des expériences dont je supprime ici les résultats, et que j'ai consignées dans mon Mémoire, j'ai vu que, dans le petit cristal dont ces trois lames étaient tirées, le bleu du 2e ordre était représenté par 33p,8 du sphéromètre. C'est donc avec ce nombre qu'il faut réduire nos mesures à la table de Newton, et nous aurons alors

N°s des lames.	Leur couleur observée par réflexion dans l'azim. de 45°.	Leur mesure au sphéromètre.	Leur mesure réduite à l'échelle de Newton.	Nomb. qui appart. aux coul. les plus vois. dans la table.
0	blanc légèrement jaunâtre.	14,2	3,77	3,5 blanc du 1er ordr.
3	blanc bleuâtre.	11,6	3,09	*idem.*
2	jaune du 1er ordre.	17,8	4,74	4,6 jaune du 1er ordr.

Ces résultats s'accordent avec la table de Newton de la manière la plus satisfaisante : ils ne s'en écarteraient encore que très-peu, si on les eût réduits d'après la première évaluation que nous avions trouvée pour le bleu du 2e ordre ; mais on

sent qu'il est infiniment préférable de les calculer avec le rapport exact qui convient au cristal dont ils sont tirés.

Pour passer tout de suite à l'extrême opposé, voici une autre expérience faite avec une lame tirée d'un autre cristal où le bleu du 2e ordre était représenté par 40p du sphéromètre : il était beaucoup moins régulier que le précédent ; il était aussi beaucoup moins consistant et solide. La lame dont je parle, et que je n'avais pas encore mesurée, donnait précisément, par la réflexion, un bleu superbe que je jugeai être celui du 2e ordre. J'enlevai de dessus une moitié de sa surface une lame extrêmement mince, qui réfléchissait un blanc que je jugeai très-voisin du blanc du 1er ordre : la partie qui était sous ce blanc réfléchissait un orangé qui était sans doute celui du 1er ordre ; car, si l'on ajoute la valeur de cet orangé, représenté dans la table de Newton par $5\frac{1}{3}$, avec le blanc du 1er ordre, qui s'y trouve représenté par $3\frac{2}{5}$, la somme 8,57 représentera une teinte intermédiaire entre le bleu et l'indigo du 2e ordre, et cette teinte deviendra exactement le bleu de cet ordre, si l'on suppose que le blanc tendait encore un peu vers le jaune du 1er ordre, qui est un jaune pâle. La lame restante se trouvant ainsi à moitié divisée, réfléchissait dans chacune de ses moitiés une teinte différente, le bleu dans l'une, l'orangé dans l'autre ; mais ces deux teintes n'étaient pas séparées par une dégradation de nuances, comme cela serait arrivé si l'épaisseur eût diminué graduellement : la séparation était au contraire nette et bien tranchée, comme elle devait l'être provenant de la rupture de la lame supérieure. En mesurant les deux parties au sphéromètre, on a trouvé dans la plage bleue 40p parties, au lieu de 36p,5 qu'avaient donnés les premiers cristaux dont j'avais fait usage ; mais aussi la même lame, dans la partie orangée, a donné 22p,4, au lieu de 20,95 qui convenait à cette teinte dans les premières suppositions ; et ces nouveaux nombres, qui diffèrent des premiers d'environ $\frac{1}{10}$ de leur valeur totale, s'accordent encore exactement dans leurs rapports avec la table de Newton ; car si l'on suppose 40p parties pour le bleu du 2e ordre, qui est représenté par 9 dans cette

table, comme l'orangé du 1er ordre s'y trouve représenté par $5\frac{1}{6}$, on aura le nombre de parties du sphéromètre qui répond à cette dernière teinte, en faisant la proportion

$$9 : 40 :: 5\tfrac{1}{6} : 22^{p},9;$$

et puisque nous avons trouvé 22p,4 par les mesures directes, on voit combien le rapport se soutient avec exactitude; car la différence de $\frac{1}{2}$ partie du sphéromètre répond sur l'épaisseur à $\frac{1}{1000}$ de millimètre; et en supposant que cette différence ne fût pas due aux erreurs inévitables des observations, elle indiquerait seulement que notre orangé tendait tant soit peu vers le jaune, couleur immédiatement supérieure à la précedente.

Pour constater avec la dernière évidence l'accord des épaisseurs avec les couleurs des lames, malgré les variations que le coefficient de ce rapport éprouve ainsi dans les différens cristaux, j'ai répété les mêmes expériences sur un grand nombre de lames de chaux sulfatée tirées de morceaux différens; mais tous beaucoup plus purs et plus réguliers que celui qui vient de me servir d'exemple. Les résultats se sont toujours parfaitement accordés avec la table de Newton; de sorte qu'ayant une fois déterminé le coefficient de la proportionnalité des épaisseurs par l'observation d'une seule des teintes, on pouvait aussitôt prévoir toutes les autres teintes d'après l'épaisseur, ou réciproquement.

Pour les cristaux les plus purs, le bleu du second ordre s'est ordinairement trouvé très-peu différent de 36p,5 du sphéromètre. Adoptons ce résultat comme valeur moyenne; alors, pour toute autre épaisseur e, exprimée en parties du sphéromètre, la teinte E, réduite à l'échelle de Newton, sera exprimée par $\frac{9e}{36^{p},5}$. Mais si, pour plus de généralité, on aime mieux exprimer e en millièmes de millimètres, il faudra remarquer que 36p,5 du sphéromètre ainsi réduites valent 36p,5 . 2,25864, ou 82,44036; et en divisant 9 par ce nombre, l'expression générale de la teinte deviendra e . 0,10917. Ce sera donc avec ce nombre qu'il faudra consulter la troisième colonne de la

table de Newton; et lorsque la teinte E sera ainsi connue, la teinte O en sera complémentaire.

Toutes les lois, toutes les formules que nous venons de trouver ici pour les lames minces de chaux sulfatée s'étendent aussi aux lames minces de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe, comme je m'en suis convaincu par l'expérience; et non-seulement le mode de polarisation est le même dans les deux substances, ainsi que l'ordre des teintes et leur rapport avec les épaisseurs des lames, mais les valeurs absolues des épaisseurs sont aussi les mêmes, au moins dans les limites d'erreurs que comportent mes observations.

Je me suis également assuré que tous les autres cristaux doués de la double réfraction offrent les mêmes lois de polarisation et les mêmes périodes de couleurs, quand ils sont réduits en lames minces parallèles à l'axe. Mais la valeur absolue de leurs épaisseurs pour des teintes pareilles est inégale, et, à ce qu'il m'a paru, elle est réciproquement proportionnelle à la variation que la force attractive ou répulsive de chaque cristal produit dans le carré de la vitesse d'un rayon réfracté situé semblablement.

Par exemple, d'après les expériences de Malus, si l'on prend pour unité la vitesse de la lumière dans le vide, le carré de sa vitesse extraordinaire dans le cristal de roche est exprimé par

$$V^2 = 2{,}427913 + 0{,}030261 \sin^2 U,$$

U étant l'angle formé par l'axe avec le rayon réfracté extraordinairement. Dans le spath d'Islande, cette expression devient

$$V^2 = 2{,}736693 - 0{,}536510 \sin^2 U.$$

Le rapport des épaisseurs qui polarisent une même teinte sera donc $\frac{0{,}536510}{0{,}030261}$ ou 17,73; c'est-à-dire que ces épaisseurs seront presque dix-huit fois moindres dans les lames de spath d'Islande que dans celles de cristal de roche ou de chaux sulfatée, le sens de la coupe étant le même. Puis donc que, dans ces derniers cristaux, quoique si faibles, le phénomène des teintes ne se montre que jusqu'à de très-petites épaisseurs, on conçoit qu'il doit être à peu près impossible de le rendre sensible

par le même procédé dans un cristal dix-huit fois plus énergique, qui de plus ne se laisse pas naturellement diviser en feuillets. Aussi sera-ce par d'autres méthodes, en atténuant ou en combattant la force répulsive du spath d'Islande, que nous parviendrons à l'y manifester.

Après avoir fixé généralement ces résultats, je dois revenir sur quelques particularités qu'offre l'intensité des teintes E dans les différens ordres d'anneaux; car ces particularités, très-singulières, et même en apparence bizarres, s'accordent parfaitement avec notre théorie, et la confirment. Lorsque l'on compare entre elles, par transmission, un grand nombre de lames d'épaisseurs diverses, en analysant la lumière transmise à l'aide d'un prisme rhomboïdal achromatique, on s'aperçoit bientôt que, dans la position où la séparation des deux rayons ordinaire et extraordinaire est la plus complète, ce qui répond à $\alpha = 0$, et $i = 45°$, l'intensité du rayon E varie d'une lame à une autre tout autant que sa couleur. La raison de ces variétés est évidente d'après ce qu'on vient d'établir. Si le rayon E répond à la lumière des anneaux réfléchis, le rayon O, qui en est complémentaire, répond précisément à la lumière des anneaux transmis. Or, le rapport d'intensité des anneaux transmis et réfléchis à une même épaisseur est très-inégal, même en ne comparant que la portion de la lumière qui est réellement colorée. Cette inégalité se fait moins sentir dans les derniers ordres d'anneaux, où les deux teintes convergent également vers le blanc composé qu'elles atteignent dans l'infini; mais dans les couleurs des premiers ordres, où les limites ne sont pas les mêmes, les intensités sont très-différentes. Ainsi, par exemple, le blanc réfléchi du premier ordre étant opposé au noir, il en résulte qu'une lame mince de chaux sulfatée qui, observée par transmission, donnerait pour E le blanc parfait du premier ordre, donnerait aussi un rayon O tout-à-fait nul, dans la position où la séparation des deux teintes est la plus complète. Ce serait le hasard seul, et un hasard bien extraordinaire, qui ferait tomber exactement sur cette limite : mais on a vu, dans les expé-

riences rapportées ci-dessus, que l'on peut en approcher de très-près; et en effet, les lames observées page 358 ne donnaient plus que des rayons O extrêmement faibles, dont la teinte était bleue ou rouge jaunâtre, suivant que l'épaisseur de la lame observée était plus grande ou moindre que celle qui convient au blanc le plus parfait. Si l'on veut calculer les valeurs moyennes des épaisseurs qui limitent ces phénomènes, il n'y a qu'à partir de l'expression trouvée plus haut pour les teintes E, et en l'égalant aux nombres que la table de Newton renferme, on en tirera en millièmes de millimètres les valeurs de e, et de là on conclura

Epaisseur à laquelle la polarisation mobile n'existe pas encore	$0^{mm},011777$	*commencement du noir,* dans la table de Newton.
Blanc du premier ordre.....	$0^{mm},031144$.	
Blanc composé d'un mélange de couleurs de divers anneaux.....	$0^{mm},45493$.	

Ces limites varieront d'un cristal à un autre, selon la valeur du facteur constant qui sert à les ramener à la table de Newton. C'est sans doute un phénomène très-digne de remarque, qu'une lame d'une épaisseur égale à $0^{mm},031144$ puisse, dans une position déterminée, polariser complètement en un seul sens toutes ou presque toutes les molécules d'un rayon polarisé qui la traverse, tandis qu'une lame de même nature, mais plus épaisse, placée dans une situation exactement semblable, n'exerce plus cette action que sur une certaine classe de ces molécules. Rien ne montre mieux qu'il existe un rapport intime entre la cause de la réfraction extraordinaire et celle des anneaux colorés; et l'on voit aussi par ce rapprochement que l'on ne peut pas dire de ce genre d'action, non plus que de la réflexion ordinaire, qu'elle s'affaiblit à mesure que les lames deviennent plus minces, puisqu'au contraire elle devient plus grande à certaines épaisseurs plus petites.

La fragilité des lames minces de chaux sulfatée ne m'a pas

permis de les atténuer assez pour y observer ainsi le violet du premier ordre, par lequel la polarisation commence; cette teinte doit toujours être la plus difficile à découvrir, par sa faiblesse et par sa position à l'origine des anneaux. Newton n'avait fait que la soupçonner lorsqu'il étudia les anneaux colorés formés entre deux objectifs; il ne réussit à la voir nettement que sur les bulles d'eau. Si je n'ai pu arriver jusqu'à ce terme, sous l'incidence perpendiculaire, du moins cette teinte est la seule, sous cette incidence, qui manque à mes observations; car j'ai amené souvent des lames jusqu'au bleu du premier ordre qui précède le blanc et qui suit le violet dont je viens de parler. J'avais espéré pouvoir atteindre un plus grand degré de ténuité en amincissant des lames de chaux sulfatée, par leur dissolution lente dans une grande quantité d'eau; en effet, par cette action, qui les rendait plus minces, leurs couleurs ont remonté dans la série des anneaux. J'ai obtenu ainsi des bleus du premier ordre très-intenses; mais alors la fragilité des lames était telle, que l'on pouvait à peine les toucher, et elles se séparaient entre les doigts comme de la poussière; leur épaisseur devait être alors d'environ $0^{mm},01476$. Ces épreuves, qui vont presque jusqu'à la dernière limite indiquée par les formules, nous en attestent la réalité, et elles nous autorisent à conclure que, si l'on pouvait amincir les lames de chaux sulfatée et de cristal de roche au-dessous de $0^{mm},011777$, elles auraient alors presque entièrement perdu l'action polarisante résultante de leur structure comme cristal. On verra par la suite que les lames taillées dans tout autre sens ont des limites analogues, mais plus étendues, à mesure que leur obliquité sur l'axe de cristallisation y rend la force attractive ou répulsive plus faible; de sorte qu'en choisissant convenablement les coupes, on pourrait arriver à des limites d'épaisseur que l'art serait capable d'atteindre. Ce résultat, en confirmant matériellement les analogies précédentes, me semble un puissant indice que les molécules intégrantes des cristaux ne doivent pas nécessairement posséder la double réfraction, quand leur ensemble la possède. D'où il suit qu'il ne faut pas regarder

cette simultanéité comme un caractère auquel la forme des particules primitives doive être assujettie.

La parfaite concordance que nous avons trouvée jusqu'ici entre les résultats des expériences et ceux de nos formules montre que celles-ci, et la loi de polarisation sur laquelle elles reposent, représentent parfaitement les phénomènes. Je vais maintenant prouver qu'il n'en serait pas de même si l'on voulait employer la loi trouvée par Malus pour la polarisation fixe, car elle ne reproduirait point les observations.

Pour cela, il nous faudra toujours partir de ce fait, que, sous l'incidence perpendiculaire, chaque lame mince n'enlève à la polarisation primitive qu'une certaine teinte E, quel que soit l'azimut i où l'on place son axe autour du rayon incident. Si donc elle agit sur cette teinte suivant la loi de Malus, elle devra en polariser la proportion $E \cos^2 i$ dans le sens de sa section principale, et la proportion $E \sin^2 i$ dans le sens perpendiculaire. La teinte O, complémentaire de E, reste polarisée dans l'azimut zéro. Concevons maintenant que ces trois faisceaux tombent ensemble, et perpendiculairement, sur un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale soit dirigée dans l'azimut O, chacun d'eux se résoudra en deux parties, dont l'une subira la réfraction ordinaire, l'autre la réfraction extraordinaire. Par exemple, le faisceau $E \cos^2 i$, ayant une direction de polarisation inclinée de l'angle i à la section principale du rhomboïde, donnera un rayon ordinaire $E \cos^2 i \,.\, \cos^2 i$, ou $E \cos^4 i$, et un extraordinaire $E \cos^2 i \sin^2 i$; pareillement $E \sin^2 i$ se résoudra en $E \sin^2 i \cos^2 (90 - i)$, ou $E \sin^4 i$ et $E \sin^2 i \,.\, \sin^2 (90 - i)$, ou $E \sin^2 i \cos^2 i$. La teinte O seule ne se divisera point, et subira toute entière la réfraction ordinaire. D'après cela, en nommant F_o F_e l'ensemble des molécules qui se réfractent de même, on aura dans la rhomboïde

$$F_o = O + E \sin^4 i + E \cos^4 i$$
$$F_e = 2 E \sin^2 i \cos^2 i.$$

Ces formules satisfont bien à quelques phénomènes, principalement à ceux qui ont lieu aux limites $i = 0$, $i = 90°$, parce qu'alors toutes les lois s'accordent. Mais elles sont en défaut

dans les intermédiaires ; par exemple, quand $i = 45$, elles donnent

$$F_o = O + \tfrac{1}{2} E$$
$$F_e = \tfrac{1}{2} E.$$

La première expression peut se mettre sous la forme

$$\tfrac{1}{2}(O + E) + \tfrac{1}{2} O.$$

Ainsi, dans cette position, le rayon ordinaire F_o devrait *toujours* contenir la moitié de toute la lumière transmise, plus la moitié de la teinte O. Or cela est tout-à-fait contraire à l'expérience ; car, lorsque la teinte E est, par exemple, le blanc du premier ordre, ce qui rend O presque nul, on trouve que le rayon F_o devient aussi presque nul dans la position que nous considérons ici. Ce résultat est parfaitement d'accord avec nos premières formules ; car, en y faisant $\alpha = 0$ et $i = 45$, elles donnent

$$F_o = O \; ; \qquad F_e = E.$$

Elles rendent donc F_o très-faible, si O est très-faible, puisqu'il est alors uniquement composé de cette teinte. Cette épreuve décisive suffit pour prouver que les lois de la polarisation fixe ne s'appliquent pas aux phénomènes que nous considérons.

On trouverait une infinité d'exemples analogues, en plaçant le rhomboïde dans un azimut quelconque α. Alors, en suivant les loïs de Malus, on aurait généralement

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 i \cos^2 (\alpha - i) + E \sin^2 i \sin^2 (\alpha - i)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \cos^2 i \sin^2 (\alpha - i) + E \sin^2 i \cos^2 (\alpha - i).$$

Ces formules représenteraient, à la vérité, un certain nombre de phénomènes ; par exemple, elles donneraient des images blanches lorsqu'on ferait $\alpha = i$, comme dans l'expérience rapportée page 324. Mais leurs résultats seraient évidemment en défaut dans tous les cas où l'on aurait $\alpha - i$ égal à 45°. On ne réussirait pas davantage en essayant d'expliquer les phénomènes au moyen de la polarisation par réfraction, soit seule, soit combinée avec les lois de la polarisation fixe. Enfin cette incompatibilité deviendra encore plus frappante quand nous étudierons le passage des rayons à travers plusieurs lames superposées, et dont les sections principales formeront entre elles des angles quelconques, au lieu que notre loi de polarisation dans l'azimut double satisfera toujours à tous ces cas.

CHAPITRE III.

Des Teintes que donnent les lames minces cristallisées, parallèles à l'axe, quand on les présente aux rayons sous des incidences quelconques : lois expérimentales de ces phénomènes.

Les lois que nous venons d'établir embrassent tous les phénomènes de coloration que nos lames cristallisées peuvent produire sous l'incidence perpendiculaire. Elles en règlent les plus petits détails et donnent le moyen de les prévoir infailliblement. Mais lorsqu'on présente les lames aux molécules lumineuses sous des incidences obliques, la force qu'elles exercent éprouve des modifications qui font changer les teintes et les intensités des faisceaux.

Ces variations, lorsqu'on n'en connaît pas la loi, semblent tout-à-fait bizarres. Selon que l'on incline la lame dans un sens ou dans un autre, selon que l'on tourne plus ou moins son axe, en ne changeant point du tout la position du cristal qui sert pour analyser la lumière, on voit les teintes du rayon extraordinaire se succéder les unes aux autres, et souvent devenir nulles, sans qu'il semble y avoir de rapport évident entre ces variations et les positions de l'axe, relativement au plan de polarisation du rayon incident. Mais toutes ces bizarreries ne sont qu'apparentes, elles prennent au contraire tous les caractères de la régularité la plus parfaite lorsqu'on les étudie méthodiquement d'après les lois que nous allons exposer.

Avant tout, il faut ici, comme dans l'incidence perpendiculaire, distinguer essentiellement l'intensité du rayon extraordinaire, et sa couleur; l'intensité est soumise à une loi indépendante des teintes, et les changemens des teintes suivent une loi indépendante de l'intensité. C'est seulement

après avoir étudié séparément ces deux classes de phénomènes qu'on peut les réunir dans une même formule très-simple, et être assuré qu'elle satisfait à tous les cas.

Reprenons donc notre appareil divisé qui nous permet de présenter les lames aux rayons polarisés, sous toutes les inclinaisons imaginables. Employons, pour analyser la lumière transmise, un prisme rhomboïdal achromatisé, dont nous fixerons invariablement la section principale dans le plan de polarisation primitive du rayon incident; alors, si ce rayon traverse immédiatement le prisme, il ne produira qu'un seul faisceau ordinaire F_o. Mais en interposant la lame mince sous une incidence quelconque, on verra en général paraitre deux faisceaux colorés F_o, F_e, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire. Si l'on tourne la lame sur son plan, l'incidence restant fixe, F_e deviendra nul quatre fois, comme sous l'incidence perpendiculaire. Mais les limites de sa disparition seront fort différentes : commençons par les déterminer.

Elles sont toutes comprises dans la règle suivante. *Si l'on part d'une position quelconque de la lame, dans laquelle* F_e *soit nul, et si, sans changer l'inclinaison, l'on fait tourner la lame autour du rayon polarisé, de manière que le plan d'incidence de ce rayon sur sa surface décrive ainsi un angle* α *compris entre* 0 *et* 90°, *le rayon* F_e *reparaîtra; mais il redeviendra nul de nouveau, si, sans changer l'inclinaison ni l'azimut du plan d'incidence autour du rayon polarisé, on tourne l'axe de la lame dans son plan, de manière qu'il décrive sur ce plan un angle* $-\alpha$ *égal et contraire à celui qu'avait décrit le plan d'incidence.*

Par exemple, je choisis une lame de chaux sulfatée dont l'épaisseur réduite à la table de Newton, est 13. L'ayant fixée sur l'anneau, je l'amène d'abord à l'incidence perpendiculaire, de manière que son axe forme un angle de 45° avec le plan de polarisation primitif du rayon incident. Alors elle produit un rayon F_o qui est pourpre rougeâtre, et un rayon F_e vert jaunâtre, conformément à ce que l'on devait attendre de son épaisseur. Cette observation faite, je ramène l'axe de la lame dans le méridien et le rayon extraordinaire F_e disparaît.

Le plan d'incidence restant toujours dans le méridien, j'incline la lame sur le rayon polarisé : l'intensité du rayon extraordinaire F_e reste constamment nulle.

Je fixe la lame dans une de ces inclinaisons quelconque, et je tourne le tambour de 22° 30′ autour du rayon polarisé, alors le rayon extraordinaire F_e reparaît; il est pourpre, et le rayon ordinaire est blanc verdâtre.

Je laisse ce nouveau plan d'incidence tel qu'il est, et je ne touche plus au tambour : mais je fais tourner la lame dans son plan, de manière que son axe décrive sur ce plan un angle de 22° 30′, en sens contraire du mouvement de rotation imprimé au plan d'incidence; le rayon extraordinaire F_e devient nul de nouveau.

Si, à partir de cette nouvelle position, je recommence à faire tourner le plan d'incidence d'un angle quelconque, il faudra, pour faire disparaître le rayon extraordinaire, tourner la lame dans son plan, en sens contraire, de la même quantité.

Ce qu'il y a de très-singulier relativement à ces deux mouvemens, c'est qu'ils se compensent exactement, quoiqu'ils se fassent dans des plans inclinés l'un à l'autre d'un angle quelconque; car le mouvement de rotation du tambour fait tourner la lame autour du rayon polarisé comme axe, et amène seulement le plan d'incidence dans des cercles horaires différens, au lieu que le mouvement de la lame dans son plan la fait tourner autour de la normale à sa surface.

Au lieu de faire tourner l'axe de la lame sur son plan d'une quantité égale à $-\alpha$, on pourrait le faire tourner de $-(\alpha + 90^\circ)$, $-(\alpha + 180^\circ)$, $-(\alpha + 270^\circ)$; le rayon extraordinaire disparaîtra toujours.

J'ai dit que le rayon extraordinaire est constamment nul sous toutes les inclinaisons, lorsque l'axe des lames et le plan d'incidence sont tous deux dans le méridien. D'après cela, on connaîtra toujours une des positions où le rayon extraordinaire sera nul pour une inclinaison quelconque donnée; ensuite, avec la règle précédente, on déterminera, pour cette même inclinaison, toutes les positions de l'axe qui rendront le

rayon extraordinaire nul, lorsque le plan d'incidence sera donné. Ainsi, par la combinaison de ces deux règles, on trouvera toutes les positions possibles de la lame dans lesquelles le phénomène a lieu.

Ce sont là, dans chaque cas, les limites où l'intensité devient nulle. Il nous reste à examiner comment elle varie en passant de l'une à l'autre. Pour cela, il n'y a qu'à fixer arbitrairement le plan d'incidence et l'inclinaison. Puis, partant d'une des positions de la lame où F_e est nul, on la fera tourner sur son plan pour amener successivement l'axe aux autres limites. Alors comptant les arcs parcourus depuis sa première position, l'on trouvera que l'intensité de F_e croît depuis o jusqu'à 45°, et décroît ensuite depuis 45° jusqu'à 90°, par les mêmes périodes suivant lesquelles elle avait augmenté. Nous faisons abstraction ici des changemens de couleurs; nous les considèrerons ensuite. De plus, nous supposons toujours que le cristal qui sert à analyser la lumière transmise est dans une position fixe, et que sa section principale est dirigée dans le plan du méridien, qui est le plan primitif de polarisation du rayon incident.

Pour réduire ces résultats en formules, soit, fig. 17, PQ le plan de la lame mince, OC le rayon incident qui forme un angle θ avec la normale CZ. Soit OCM le plan de polarisation du rayon que, pour fixer les idées, nous supposons être le méridien, et soit CM l'intersection de ce plan avec la lame mince. Représentons le plan d'incidence par OCT, et nommons A son azimut, c'est-à-dire, l'angle dièdre qu'il forme avec le méridien. Ce plan contiendra aussi le rayon polarisé, et coupera la lame mince suivant une ligne droite CT qui est d'une grande importance dans ces phénomènes; enfin menons dans le plan de la lame l'axe de cristallisation ACA′, et désignons par i l'angle ACT qu'il forme, sur ce plan, avec la trace CT.

Ces constructions faites, il est facile d'exprimer analytiquement les relations trouvées par l'expérience entre les mouvemens de l'axe sur le plan de la lame, et celui de la lame elle-même autour du rayon polarisé.

En effet, concevons d'abord que l'axe CA et la trace CT

soient l'un et l'autre dirigés dans le méridien même, qui est ici le plan de polarisation primitif du rayon incident. Dans ce cas, i et A sont nuls, et nous avons vu que F_e devient nul aussi. Maintenant faites tourner le plan d'incidence O C T dans l'azimut A : F_e reparaîtra ; et, pour le détruire, il faudra faire tourner l'axe C A en sens contraire de la même quantité, ce qui donnera $i - A = 0$; ou bien encore on pourra le tourner de manière à avoir $i - A = 90°$, $i - A = 180$, $i - A = 270°$; de sorte que l'expression générale de F_e devra devenir nulle dans ces quatre circonstances. C'est ainsi que, sous l'incidence perpendiculaire, F_e s'évanouissait quand l'azimut de l'axe autour du plan de polarisation primitif devenait égal à 0°, 90°, 180°, 270°. L'analogie des résultats doit même subsister dans les positions intermédiaires, puisque les formules générales relatives aux incidences obliques doivent renfermer les phénomènes de l'incidence perpendiculaire comme un cas particulier. Nous voyons par-là que l'angle $i - A$ doit entrer dans nos nouvelles formules comme l'angle i entrait dans les premières. Nommons donc O′ l'ensemble des particules qui, après avoir traversé la lame, ont recouvré leur polarisation primitive, et E′ celles qui l'ont perdue ; alors les intensités des deux faisceaux F_o, F_e qui s'observent dans le prisme rhomboïdal, seront exprimées par les formules suivantes :

$$F_o = O' + E' \cos^2 2(i - A) ; \quad F_e = E' \sin^2 2(i - A) ;$$

et si, au lieu de mettre la section principale du prisme dans l'azimut zéro, on veut la mettre dans l'azimut α, il viendra

$$F_o = O' \cos^2 \alpha + E' \cos^2 [\alpha - 2(i - A)] ;$$
$$F_e = O' \sin^2 \alpha + E' \sin^2 [\alpha - 2(i - A)].$$

Quand l'incidence devient perpendiculaire, $i - A$ exprime l'angle que l'axe de la lame forme avec le plan de polarisation primitif, et l'on retombe sur les formules que nous avons d'abord trouvées pour cette incidence. Nous parviendrons plus tard aux mêmes expressions d'une manière théorique, d'après le mode même d'action que nos lames exercent sur les molécules lumineuses ; mais en attendant, nous pouvons les employer comme

un résultat purement expérimental, car on verra tout-à-l'heure qu'elles suivent parfaitement les observations (1).

Il ne nous reste plus, pour les rendre complètes, qu'à chercher comment les teintes O′, E′ varient sous les diverses incidences; voici quelques observations qui nous le feront découvrir.

J'ai pris une lame de chaux sulfatée dont l'épaisseur, réduite à la table de Newton, était 12,89: observée par transmission, sous l'incidence perpendiculaire, elle donnait un rayon F_e rouge ponceau du 2e ordre, et un rayon F_o vert jaunâtre conformément à son épaisseur.

J'ai incliné cette lame sur le rayon polarisé incident, en plaçant d'abord son axe dans le plan d'incidence; la teinte du rayon F_e a monté dans l'ordre des anneaux comme si la lame était devenue plus mince: sous les plus grandes incidences, elle s'est élevée presque jusqu'à l'orangé du second ordre.

J'ai répété la même observation en plaçant l'axe à 90° du plan d'incidence. Cette fois la teinte du rayon F_e a *descendu* dans l'ordre des anneaux, comme si la lame était devenue plus épaisse: sous les plus grandes incidences, elle est ainsi descendue jusqu'au vert vif du 3e ordre.

Je n'ai pas spécifié le plan d'incidence, parce que l'ordre des phénomènes est le même dans tous; seulement, la séparation des teintes est la plus complète quand le plan d'incidence est dirigé dans l'azimut de 45°; c'est celui-là que j'avais choisi.

Le premier résultat paraît assez facile à expliquer: sous l'incidence perpendiculaire, le rayon réfracté fait un angle droit avec l'axe de la lame qui est situé dans le plan de ses surfaces: c'est donc alors que la force attractive ou répulsive du cristal est la plus énergique; elle s'affaiblit sous les incidences obli-

(1) Dans tout ceci, nous faisons abstraction de la portion de lumière incidente, qui, en traversant la lame, peut être polarisée par réfraction perpendiculairement au plan d'incidence. Cette portion, dans une seule lame, ne forme qu'une très-petite partie de la lumière totale transmise, et divers essais me portent à croire qu'elle est plus faible encore, et presque insensible dans les lames cristallisées.

ques, parce que le rayon réfracté devient plus oblique sur l'axe. Il est donc naturel que l'action de la lame diminue comme si elle devenait plus mince.

Mais, si cet élément influait seul sur le phénomène, l'action de la lame devrait rester constante dans l'autre cas où son axe est perpendiculaire au plan d'incidence; car alors sa force, comme cristal, est également constante sous toutes les inclinaisons, et égale au maximum de son énergie; il faut donc que quelque autre cause vienne alors s'y joindre et fortifie son effet.

Cette cause est l'augmentation d'épaisseur occasionnée par l'obliquité. Les molécules lumineuses qui traversent ainsi la lame, ayant un trajet plus long à faire, sont exposées plus long-temps à l'action des forces polarisantes. Cet effet est le même dans tous les azimuts, du moins si, comme on le peut dans ce genre de recherches, on ne fait pas de différence entre la marche du rayon extraordinaire et ordinaire que la lame ne sépare pas aux yeux. Quand l'axe est tourné dans le plan d'incidence, l'augmentation d'épaisseur paraît ne pouvoir pas compenser la diminution des forces émanées de l'axe, au moins sous les obliquités de réfraction que l'on peut atteindre quand la lame est plongée dans l'air, et alors l'effet qu'elle produit décroît comme si elle devenait plus mince. Mais quand l'axe est perpendiculaire au plan d'incidence, la force restant constante, l'effet de l'épaisseur augmentée ne fait que s'y ajouter, et les teintes baissent dans l'ordre des anneaux comme si la lame devenait plus épaisse.

Commençons par ce dernier cas, qui est le plus simple, puisqu'il ne dépend que d'un seul élément. Pour l'analyser, j'ai placé successivement diverses lames dans la position indiquée, et, partant de la teinte E qu'elles donnaient sous l'incidence perpendiculaire, j'ai mesuré toutes les autres incidences auxquelles paraissaient les teintes plus basses; j'ai fait cette expérience, non-seulement en tenant les lames dans l'air, mais aussi en les plongeant dans l'eau et dans l'huile de térébenthine, afin que le rayon polarisé pût y pénétrer plus obliquement. En comparant les incidences observées dans ces divers fluides, je me suis assuré que les mêmes teintes paraissaient toujours aux

mêmes angles de réfraction dans la lame, quel que fût d'ailleurs le milieu que la lumière eût traversé d'abord, pourvu qu'il ne fût pas cristallisé. Il ne reste donc plus qu'à lier entre eux tous ces résultats. Or, quand nous avons étudié les anneaux colorés ordinaires, nous avons vu que leurs couleurs se transportent aussi à des épaisseurs differentes, lorsqu'on incline les lames minces où ils se forment ; seulement, l'inclinaison les fait alors passer à des épaisseurs de plus en plus grandes, tandis qu'elle produit un effet contraire sur la teinte E. Il est donc naturel d'essayer si la loi qui nous a servi alors peut, renversée, s'appliquer aussi à ces teintes. C'est en effet ce que l'expérience confirme très-exactement.

Dans les anneaux colorés ordinaires, si l'on nomme θ l'angle d'incidence des rayons sur la lame mince, θ' l'angle de réfraction, et n le rapport de réfraction, quand la lumière passe du milieu ambiant dans la lame, la teinte qui, sous l'incidence perpendiculaire, se forme à l'épaisseur e, se produit sous l'incidence oblique à une épaisseur e', déterminée par la formule

$$e' = \frac{e}{\cos u} \qquad \sin u = \mathrm{K} \sin \theta'.$$

K est un coefficient constant qui sert à calculer l'angle auxiliaire u. Puisque nous renversons la loi pour l'appliquer aux teintes E, il faudra prendre

$$e' = e \cos u \qquad \sin u = \mathrm{K} \sin \theta',$$

le coefficient K étant censé déterminé d'après les nouvelles observations. Pour essayer commodément cette loi, déduisons-en les valeurs numériques des teintes E, E′ qu'une même lame cristallisée d'une épaisseur ε doit donner sous les incidences 0 et θ. A cet effet, remarquons que, sous l'incidence perpendiculaire, la teinte, dont la valeur numérique est E′, se montrerait à une épaisseur exprimée par $\frac{\varepsilon \mathrm{E}'}{\mathrm{E}}$; puis donc qu'à cause de l'inclinaison, elle se montre actuellement dans la lame dont l'épaisseur est ε, il faut que cette épaisseur remplace e' dans la formule, et que le produit $\frac{\varepsilon \mathrm{E}'}{\mathrm{E}}$ remplace e ; alors, en dégageant E′, il vient

$$E' = \frac{E}{\cos u} \qquad \sin u = K \sin \theta'.$$

Il ne reste plus qu'à calculer la constante K par une des observations, et à voir si la formule satisfait à toutes les autres. C'est ce que j'ai fait pour un grand nombre de lames de chaux sulfatée. J'ai trouvé que l'accord était très-exact, quand les angles de réfraction θ' n'excédaient pas 45°, ce qui comprend toutes les expériences que l'on peut faire dans l'air. Mais pour les réfractions plus obliques, il faut introduire dans K un terme variable, proportionnel à la quatrième puissance du sinus de θ'. De cette manière, la formule, réduite en nombres, devient

$$E' = \frac{E}{\cos u} \qquad \sin u = 0{,}781271 \sin \theta' + 0{,}205515 \sin^5 \theta'.$$

Ces coefficiens sont tout autres que ceux que Newton a trouvés pour les anneaux ordinaires, ce qui est très-concevable, vu la différence des phénomènes; de plus, comme les mêmes teintes sont ici données par des épaisseurs au moins cent fois plus grandes, il est bien possible que le terme affecté de $\sin^5 \theta'$ y devienne sensible, et ne l'ait pas été dans les expériences de Newton. J'ai appliqué cette formule à des expériences très-nombreuses, faites non-seulement sur des lames minces, mais sur des plaques épaisses, dans lesquelles j'ai développé de longues séries de couleurs par des procédés que je donnerai plus tard, et j'ai toujours trouvé qu'elle les représentait parfaitement. Je l'ai essayée de cette manière jusqu'à des angles de réfraction qui excédaient 78°.

Connaissant ainsi l'effet produit sur les teintes par le seul accroissement du trajet des molécules lumineuses, la force polarisante restant constante, j'ai cherché à déterminer de même, c'est-à-dire par l'expérience, les intensités de cette force pour diverses inclinaisons de l'axe sur le rayon réfracté. Pour cela, ayant repris les mêmes lames de chaux sulfatée qui m'avaient servi dans les observations précédentes, je les ai successivement placées de manière que leur axe se trouvât dans le plan d'incidence, auquel cas, l'inclinaison du rayon réfracté

sur cet axe était le complément de l'angle de réfraction θ'. Alors, en partant de l'incidence perpendiculaire, on voit d'abord les teintes E monter dans l'ordre des anneaux, comme si la lame devenait plus mince ; et si l'on opère dans l'air, cet affaiblissement continue jusque dans les plus grandes incidences. Mais si l'on tient la lame plongée dans des fluides, dont la force réfringente permette d'atteindre de plus grands angles de réfraction, l'on voit la marche des teintes E se ralentir peu à peu, puis s'arrêter quand le rayon réfracté ne fait plus qu'un angle de 20 ou 30 degrés avec l'axe, et enfin revenir sur elles-mêmes, c'est-à-dire, redescendre dans l'ordre des anneaux, comme si la lame devenait plus épaisse. Par l'effet de cette rétrogradation, l'action de la lame revient à son intensité primitive, lorsque l'angle du rayon réfracté avec l'axe n'est plus que d'environ 14°, et alors elle donne les mêmes teintes E que sous l'incidence perpendiculaire ; après quoi l'incidence augmentant toujours, les teintes E continuent à baisser indéfiniment dans l'ordre des anneaux. C'est ce que montre le tableau suivant que j'ai déduit des résultats observés, en représentant par l'unité la valeur de la teinte E sous l'incidence perpendiculaire.

Angle de réfraction θ'.	Valeurs de E.
0° 0′ 0″	1,00000
29 21 20	0,94064
41 9 20	0,90968
55 18 30	0,86581
62 41 24	0,84645
67 6 44	0,86581
72 47 50	0,90968
74 14 3	0,94064
76 7 55	1,00000
78 32 16	1,03226

L'ensemble de ces observations est représenté, aussi bien que les oscillations de l'expérience puissent le permettre, au moyen de la formule

$$E' = E\left(\frac{\cos^2\theta' + 0{,}0713653\sin^6\theta'}{\cos u}\right)$$

$$\sin u = 1{,}205515\sin\theta' - 0{,}205515\sin^5\theta'.$$

On y voit alors que, pour les angles de réfraction peu considérables, le numérateur s'approche beaucoup d'être égal à $\cos^2 \theta'$, et le dénominateur à $\cos \theta'$. Comme celui-ci représente la longueur du trajet oblique des particules lumineuses, il s'ensuit que $\cos^2 \theta'$ représente l'influence variable de la force polarisante sur les teintes, laquelle est ainsi proportionnelle au carré du sinus de l'angle formé par l'axe du cristal avec le rayon réfracté. C'est en effet ce que nous trouverons toujours, tant pour les plaques de chaux sulfatée, que de cristal de roche ou de tout autre cristal, lorsque la réfraction sera peu considérable, et qu'en même temps l'angle du rayon réfracté avec l'axe du cristal sera fort grand, comme nous le supposons ici. Mais lorsque cet angle commence à diminuer au-dessous de certaines limites, la formule montre qu'il faut ajouter à l'expression primitive des forces un terme proportionnel à $\sin^6 \theta'$, lequel, d'abord insensible quand θ' est peu considérable, augmente ensuite rapidement à mesure que le rayon réfracté se rapproche de l'axe du cristal, et fait que la force polarisante ne devient jamais nulle, même quand l'axe et le rayon réfracté coïncident; auquel cas, toutes les forces dépendantes de la double réfraction doivent cependant s'évanouir. Cela nous apprend donc que ces forces n'agissent pas seules dans la chaux sulfatée, et qu'elles y sont combinées avec d'autres dont l'effet, d'abord masqué par elles, devient sensible et prépondérant quand elles s'affaiblissent. Nos premières observations sur le passage des rayons polarisés dans le sens de l'axe nous avaient déjà indiqué ce résultat, et nous avons vu que, selon toutes les apparences, il tenait à la structure lamelleuse de la chaux sulfatée. Le cristal de roche, observé dans les mêmes circonstances, nous présentera aussi des forces polarisantes secondaires, mais d'un caractère différent des précédentes. On sent qu'étant indépendantes des forces principales, elles peuvent ne pas être assujetties comme elles à une loi commune liée à la double réfraction; aussi, celles qui existent dans le cristal de roche se retrouvent même dans des fluides, comme nous le verrons plus tard.

En revenant à notre formule, il ne faut pas s'étonner d'y voir l'expression de $\cos u$ devenir différente de ce que nous

l'avons trouvée quand l'axe de la lame était perpendiculaire au plan d'incidence. Car, bien qu'en général le facteur $\frac{1}{\cos u}$ représente l'influence du trajet que les molécules lumineuses ont à parcourir, il peut ne pas être exactement proportionnel à la longueur de ce trajet. C'est ce qui nous est déjà arrivé dans les anneaux colorés ordinaires, où il comprenait aussi en lui-même l'influence des surfaces sur la longueur des accès; et dans les nouveaux phénomènes qu'ici nous examinons, et qui ont tant de rapport avec les autres, pourquoi les surfaces par lesquelles le rayon pénètre n'exerceraient-elles pas sur lui des modifications analogues? et pourquoi ces modifications ne seraient-elles pas différentes, ou d'un effet inégal, selon les diverses directions plus ou moins rapprochées de l'axe par lesquelles le rayon entrerait? On sent que l'expérience seule peut nous éclairer sur tous ces points, et ici ses indications ne sont pas douteuses.

Maintenant que nous connaissons la loi des forces qui émanent de l'axe du cristal, nous n'avons qu'à calculer en général l'angle U, formé par cet axe avec le rayon réfracté, dans une position quelconque de la lame; et introduisant cet angle au lieu de $90° - \theta'$ dans le numérateur de notre dernière formule, nous aurons l'expression générale des forces pour cette direction du rayon. En la divisant par une valeur de $\cos u$ convenablement appropriée, nous aurons les valeurs de la teinte E'.

Pour cela, soit fig. 18, C T A le plan de la seconde surface de la lame, S C le rayon réfracté qui la traverse, C le point d'émergence, C T la trace du plan d'incidence sur cette surface, enfin C A l'axe de cristallisation. Comme les lames de chaux sulfatée ou de cristal de roche, objet de nos considérations actuelles, n'exercent qu'une double réfraction extrêmement faible, qui, même après les épaisseurs de cinq ou six centimètres, ne divise pas les rayons d'une quantité sensible dans leur intérieur, nous pouvons, pour le calcul de l'angle U, supposer que les deux faisceaux réfractés coïncident dans la lame, et y sont compris tous deux dans le plan de la réfraction ordinaire, lequel est perpendiculaire à la surface de la lame, qu'il coupe suivant C T.

Alors, si du point C, comme centre, on décrit une surface sphérique qui coupera les trois lignes CT, CS, CA, en trois points T, S, A, les plans SCT, SCA, TCA, couperont cette sphère suivant un triangle sphérique SAT, rectangle en T, dont ces points seront les sommets; et l'hypoténuse SA de ce triangle mesurera précisément l'angle U formé par l'axe du cristal avec le rayon réfracté SC. Or, cet arc est maintenant facile à calculer. Car, si nous nommons i l'angle TCA formé par l'axe du cristal avec le plan d'incidence, comme nous l'avons fait précédemment, et que nous désignions aussi par θ' l'angle de réfraction formé par le rayon SC avec la normale CN menée d'une surface de la lame à l'autre, on connaîtra, dans le triangle rectangle AST, les deux côtés $TA = i$ et $ST = 90° - \theta'$; on aura donc l'hypoténuse U par la formule $\cos SA = \cos ST \cos TA$, qui devient

$$\cos U = \cos i \sin \theta'$$

Cela posé, en étudiant les teintes E′ données par les lames sous diverses incidences et pour différentes valeurs de i, éloignées les unes des autres de 22° 30′, j'ai trouvé qu'on pouvait toujours les représenter par les formules

$$E' = E\left(\frac{\sin^2 U + 0{,}0713653 \cos^6 U}{\cos u}\right),$$

$$\sin u = a \sin \theta' + b \sin^5 \theta',$$

en donnant aux coefficiens a et b les valeurs suivantes, tirées de l'expérience:

i	a	b
0° 0′	1,205515	— 0,205515
22 30	1,124636	— 0,145322
45 0	0,946063	0
67 30	0,807868	+ 0,145322
90 0	0,781271	+ 0,205515

De là j'ai tiré la table suivante, qui embrasse les positions les plus fréquemment utiles où les lames puissent être placées. J'ai pris pour unité la valeur de la teinte E sous l'incidence perpendiculaire.

ANGLE de réfract. θ'.	$i = 0$	$i = 22° 30'$.	$i = 45°$.	$i = 67° 30'$.	$i = 90°$.
0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
10	0,99182	0,99337	0,99848	1,00553	1,00934
20	0,96891	0,97496	0,99502	1,02289	1,03802
30	0,93570	0,94858	0,99329	1,05303	1,08957
40	0,89842	0,91970	1,00025	1,11224	1,17473
50	0,86497	0,89492	1,02808	1,21280	1,31994
60	0,84815	0,88192	1,09665	1,39642	1,58769
70	0,88511	0,88974	1,20503	1,73927	2,14554
80	1,19644	0,92074	1,44033	2,33812	3,56163
90	infinie	0,94307	1,57079	2,82360	6,17153

L'inspection de cette table rend sensible l'influence de toutes les causes qui, dans la chaux sulfatée, contribuent à déterminer les teintes. D'abord, quand i est nul, le rayon réfracté se rapproche de plus en plus de l'axe, à mesure que la lame s'incline, ce qui diminue la force principale proportionnelle à $\sin^2 U$; et cet affaiblissement n'étant pas entièrement compensé par l'augmentation du trajet des particules, les valeurs de E′ diminuent, comme si la lame devenait plus mince. Mais quand l'angle U est devenu assez petit pour que la force secondaire, dont l'effet est proportionnel à $\cos^6 U$, devienne sensible à son tour, elle, compense, et bientôt fait plus que compenser la diminution de la première; de sorte que les valeurs de E′ deviennent stationnaires, puis augmentent au lieu de s'affaiblir, et enfin deviennent infinies, quand le rayon réfracté coïncide avec l'axe du cristal par l'effet combiné de la force secondaire et du trajet que les molécules lumineuses ont à parcourir.

Dans la seconde colonne, où $i = 22°30'$, l'angle U ne diminue pas si vite, et la diminution des valeurs de E′ en devient plus lente, mais aussi le rayon ne peut jamais s'approcher autant de l'axe, ni développer la force secondaire autant que dans le cas de i nul; c'est pourquoi les valeurs de E′ ne remontent pas autant qu'elles l'avaient fait alors, et ne reviennent jamais à leur valeur initiale.

Quand $i = 45°$, l'angle U diminue encore avec plus de lenteur que dans le cas précédent; et il ne peut jamais devenir moindre

que 45°; aussi les valeurs de E′ n'éprouvent-elles d'abord que des diminutions insensibles, qui bientôt deviennent nulles, puis se changent en accroissemens très-faibles. Ce n'est que sous de grandes incidences que leur augmentation devient bien marquée. C'est pourquoi, lorsqu'on fait l'expérience dans l'air, la teinte E paraît tout-à-fait constante sous quelque incidence qu'on place les lames, parce que l'angle de réfraction θ' est alors toujours moindre que 40°, et les petites variations de E′ qui y répondent deviennent trop faibles pour être aperçues.

Le cas de $i = 45°$ est donc comme une sorte de limite où l'affaiblissement de la force émanée de l'axe, à mesure que la lame s'incline, est presque exactement compensé par l'augmentation du trajet des molécules lumineuses. Quand i devient plus grand, cette dernière cause l'emporte, et les teintes E′ finissent par baisser constamment dans l'ordre des anneaux, à mesure que la lame s'abaisse sur le rayon incident.

Pour achever de mettre en évidence les lois que nous venons d'établir, tant sur la nature des teintes E′ que sur les variations de leurs intensités, selon les diverses valeurs que l'on donne à i et à l'azimut A du plan d'incidence, je les appliquerai en détail à l'exemple suivant.

J'ai pris une lame de chaux sulfatée très-pure, dont l'épaisseur était égale à $43^p, 2$ du sphéromètre. Je l'ai présenté perpendiculairement au rayon polarisé, et j'ai analysé la lumière transmise au moyen d'un prisme rhomboïdal achromatique, dont la section principale était constamment dirigée dans le plan de polarisation primitive, qui est ici l'azimut 0. Elle donnait un faisceau ordinaire O d'un très-beau bleu, et un faisceau extraordinaire E d'un très-beau jaune, qui était celui du second ordre. Je le représenterai en conséquence par 10,8.

Laissant le prisme immobile, j'ai placé cette lame dans l'air sous l'incidence fixe de 60°, ce qui produit un angle de réfraction θ' égal à 35° 15′ 50″; puis j'ai dirigé successivement le plan d'incidence dans les azimuts 0, 45°, 90°; et, dans chacune de ces positions, j'ai tourné la lame sur son plan, pour amener son axe à former avec la trace du plan d'incidence divers angles, dont les valeurs étaient 0, 22° 30′, 45°, 67° 30′, 90° : on

demande quelles ont dû être, dans toutes ces positions, les couleurs et les intensités des faisceaux F_o F_e donnés par le prisme rhomboïdal.

Pour résoudre cette question, il faut d'abord déterminer les teintes E′ dont la lame était susceptible, sous l'inclinaison assignée, pour les diverses valeurs données de i; car nous avons vu que la nature de ces teintes est indépendante de l'azimut A où l'on dirige le plan d'incidence. Les valeurs de E′ se déduisent de notre table, en prenant la moyenne entre les résultats relatifs à 30 et à 40°. On trouve ainsi

Valeurs de i observées.	Valeurs de E′ calculées pour l'incid. 35° 15′ 50″.	Nature de la teinte qu'elles indiquent.
0° 0′	9,90	vert jaunâtre 2e ordre.
22 30	10,09	jaune légèrement verdâtre.
45	10,77	jaune brillant.
67 30	11,80	rouge un peu orangé.
90	12,20	rouge vif.

Les teintes O′ du faisceau ordinaire sont complémentaires des précédentes. La nature de ces teintes étant ainsi connue, il reste à savoir avec quelle intensité chacune d'elles doit paraître dans les diverses circonstances où la lame se place. C'est l'objet des formules

$$F_o = O' + E' \cos^2 2\,(i - A) \qquad F_e = E' \sin^2 2\,(i - A).$$

qui supposent la section principale du prisme rhomboïdal dirigée dans l'azimut zéro. Il ne reste plus qu'à mettre dans ces formules les valeurs successives de A et de i, où l'on a observé la lame, et elles feront connaître les proportions de E′ et de O′ qui entrent dans F_o et F_e. Si l'on voulait réduire ces résultats en nombres, il faudrait évaluer les quantités absolues de lumière que les teintes O′, E′ contiennent d'après la théorie des anneaux, et ensuite on les combinerait par le cercle chromatique de Newton, dans les proportions exprimées par la formule. Nous n'entrerons pas ici dans tout ce détail, qu'il

suffit d'avoir indiqué, et nous nous bornerons à comparer principalement les résultats dans leurs limites. Tel est l'objet du du tableau suivant :

Angle dièdre formé par le plan d'incid. avec le plan de polarisation primitif A.	Angle compris sur la surface de la lame, entre son axe et la trace du plan d'incidence i.	Couleurs et limites d'intensité du faisceau ordinaire observées F_o.	Couleurs et limites d'intensité du faisceau extraordinaire F_e, calculées.	observées.
0	0° 0′	blanc, maxim.	noir	noir
	22 30	lilas	jaune verdâtre	jaune verdâtre
	45	bleu très-beau, minimum.	jaune brillant, maximum.	jaune brillant, maximum.
	67 30	vert blanchât.	rouge orangé	rouge orangé
	90	blanc, maxim.	noir	noir
	90 + 22 30	vert blanchâtre	rouge orangé	rouge orangé
	90 + 45	bleu très-beau, minimum.	jaune brillant, maximum.	jaune brillant, maximum.
	90 + 67 30	lilas	jaune verdâtre	jaune verdâtre
	90 + 90	blanc, maxim.	noir	noir.
Au-delà de 180°, les teintes redeviennent les mêmes qu'à partir de 0°. C'est pourquoi, dans les expériences suivantes, on n'a pas dépassé $i = 90°$.				
45°	0° 0′	rouge violacé, minimum.	vert jaunâtre, maximum.	vert jaunâtre, maximum.
	22 30	blanc lilas	jaune verdâtre	jaune verdâtre
	45	blanc, maxim.	noir	noir
	67 30	vert bleuâtre	rouge orangé	rouge orangé
	90	vert très-beau, minimum.	rouge vif, max.	rouge vif, max.
90°	0° 0′	blanc, maxim.	noir	noir
	22 30	lilas	jaune verdâtre	jaune verdâtre
	45	bleu très-beau, minimum.	jaune brillant, maximum.	jaune brillant, maximum.
	67 30	vert blanchâtre	rouge orangé	rouge orangé
	90	blanc, maxim.	noir	noir.

On voit, par ce tableau, que les diverses teintes E, calculées plus haut, se sont montrées fidèlement aux valeurs de i qui leur correspondent ; et, comme le voulaient aussi nos formules, elles ont eu des intensités inégales selon les azimuts. Par exemple, le jaune

brillant qui répond à $i = 45°$ ne s'est montré, dans sa totalité, que lorsque le plan d'incidence a été tourné dans les azimuts 90 et 0°, où $\sin^2 2 (i - A)$ devient égal à 1 ; et il a disparu complètement quand l'azimut est devenu de 45°, parce qu'alors $\sin^2 2 (i - A)$ est devenu nul. Au contraire, le vert jaunâtre, qui répond à $i = 0$, et le rouge vif qui répond à $i = 90°$, n'ont atteint leur maximum que dans l'azimut de 45° ; et dans les deux autres ils n'ont point paru, $\sin^2 2 (i - A)$ étant nul aux endroits où ils devaient paraître. Chacune des teintes E′ subit ainsi les périodes d'intensité que l'expression de F_e lui assigne ; mais elle les subit sans changer de nature, et sa composition reste identiquement la même jusqu'au moment où elle s'évanouit. Tout cela est précisément tel que nous l'avons annoncé page 368.

La marche ascendante ou descendante que les teintes E′ suivent dans l'ordre des anneaux, lorsqu'on incline la lame en faisant i nul ou égal à 90°, peut servir à mettre dans la plus parfaite évidence ce que Newton a dit sur la composition des couleurs dans les différens ordres d'anneaux, soit réfléchis, soit transmis. Pour en donner un exemple, je rapporterai les observations que j'ai faites avec deux lames très-minces de chaux sulfatée, qui, sous l'incidence perpendiculaire, donnaient pour F_e, à peu de chose près, le blanc du premier ordre ; en effet on avait

	F_o.	F_e
N° 1	Rouge jaunâtre sombre	blanc sensiblement
2	Violacée extrêmement sombre	blanc sensiblement

Cette épreuve nous montre d'abord que ni l'une ni l'autre de nos lames ne donnent pour F_e un blanc total, et, à la rigueur, il est impossible qu'il en soit autrement, puisque, d'après la progression des accès dans les différentes couleurs, le blanc du premier ordre même n'est blanc que pour nos sens, et ne saurait renfermer la totalité de la lumière qui contribue à former

les anneaux par réflexion. Quoi qu'il en soit, si l'on conçoit un point précis où le blanc du premier ordre soit aussi complet qu'il est possible, nous voyons que l'épaisseur de notre première lame n'a pas encore atteint ce degré, puisqu'elle laisse échapper un faisceau F_0 rouge jaunâtre; et au contraire, notre seconde lame est un peu trop mince, puisqu'elle laisse échapper un rayon F_0 violacé; ces différences seront toutefois bien petites, à cause de la faiblesse extrême de F_0 dans les deux cas.

Maintenant, si nous inclinons les lames sur le rayon qui les traverse, en plaçant tour à tour leur axe dans le plan d'incidence et dans la direction perpendiculaire à ce plan, nous pourrons à volonté affaiblir ou accroître la valeur de la teinte E, c'est-à-dire la faire monter ou descendre dans l'ordre des anneaux, et faire ainsi passer l'action des lames d'un excès à l'autre. C'est en effet ce que montre le tableau suivant, où l'azimut du plan d'incidence a été constamment de 45°; l'incidence était fixe et peu différente de 53°. On plaçait d'abord l'axe de chaque lame dans la direction $i = 0$ et on la tournait graduellement jusqu'à $i = 90°$. Voici les résultats.

Numéros des lames.	Angle de l'axe avec la trace du plan d'incidence i.	Couleurs et limites d'intensité du faisceau ordinaire observé F_0.	Couleurs et limites d'intensité du faisceau extraordinaire observé F_e.
1	0° 0′	rouge jaunâtre moins sombre que sous l'incidence perpendiculaire	blanc un peu bleuât maximum
	22 30	blanc légèrement rougeâtre	blanc légèrem. bleuât.
	45	blanc	noir
	67 30	blanc légèrement violacé	blanc sensiblement
	90	violet bleuâtre extrêmem. faible	blanc sensiblement, maximum
2	0° 0′	rouge jaunâtre très-sombre	blanc sensiblement
	22 30	blanc sensiblement	blanc sensiblement
	45	blanc	noir
	67 30	blanc un peu violacé	blanc sensiblement
	90	bleu très-beau.	blanc très-légèrement jaunâtre.

On reconnaît dans ces résultats tout le jeu des forces émanées de l'axe et les variations de leur énergie avec le changement d'inclinaison. En effet, en considérant d'abord la lame n° 1, qui déjà sous l'incidence perpendiculaire était plus faible que le blanc parfait du premier ordre, nous voyons que, lorsqu'on l'a inclinée sur le rayon polarisé, en plaçant son axe dans le plan même d'incidence, son énergie a diminué, conformément à nos calculs; car la teinte F_0, qui était un rouge jaunâtre très-sombre sous l'incidence perpendiculaire, s'est fortifiée d'un certain nombre de molécules rouges et jaunes que F_e a abandonnées; et alors, dans F_e, le bleu et le violet étant devenus prédominans, ont changé sa blancheur en un blanc bleuâtre : au contraire, quand l'axe de cette lame a fait un angle de 90° avec le plan de réflexion, son énergie s'est trouvée augmentée, comme nos calculs l'indiquaient encore, et alors elle a excédé l'épaisseur qui convient au blanc du premier ordre, ce qui a donné lieu à un rayon ordinaire violacé, d'une faiblesse extrême.

Les mêmes accroissemens et les mêmes diminutions se sont fait sentir sur la lame n° 2, mais avec cette différence, que celle-ci ayant déjà dépassé le blanc du premier ordre sous l'incidence perpendiculaire, elle s'en est rapprochée lorsqu'on l'a inclinée sur le rayon incident et qu'on a placé son axe dans le plan même d'incidence; car alors son énergie a dû diminuer; elle a même assez diminué pour que cette lame passât de l'autre côté du blanc du premier ordre en allant vers le bleu; puisque le rayon ordinaire, au lieu d'être bleu violacé, comme il l'était sous l'incidence perpendiculaire, est devenu rouge jaunâtre extrêmement sombre, circonstance qui tenait au peu de distance où le rayon extraordinaire se trouvait alors d'être égal au blanc du premier ordre. Au contraire, en plaçant l'axe perpendiculairement au plan d'incidence, l'énergie de la lame a augmenté, et sa teinte E, qui se trouvait déjà au-delà, mais très-près du blanc du premier ordre, sous l'incidence perpendiculaire, s'en est encore éloignée davantage dans ce sens, ce qui a rendu le faisceau ordinaire F_0 bleu céleste, et d'un bleu très-sensible et très-beau.

Cette expérience complète les précédentes, en achevant de montrer que, dans toutes les épaisseurs possibles des lames de chaux sulfatée, leurs teintes E suivent fidèlement les nuances des anneaux réfléchis, et leurs teintes O celles des anneaux transmis, observés par Newton. On voit de plus qu'ici, comme dans ces anneaux, les mêmes changemens d'inclinaison produisent des variations plus étendues à mesure que les valeurs de E deviennent plus grandes, la progression restant toutefois la même pour toutes ces valeurs; ce qui ne veut pas dire que les nuances qui se succèdent finissent par être de plus en plus nombreuses à mesure que l'épaisseur augmente, puisqu'au contraire les mêmes variations numériques ont d'autant moins d'influence, qu'elles s'ajoutent à des teintes déjà plus éloignées des premiers ordres, comme cela a lieu aussi dans le phénomène des anneaux colorés.

Je n'ai jusqu'ici considéré que les lames minces de chaux sulfatée, qui, ainsi qu'on l'a vu plus haut, contiennent naturellement dans leur plan l'axe de double réfraction. Je me suis assuré que les lames minces de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe, suivent encore des lois pareilles, à la seule différence près qui résulte des forces secondaires, lesquelles ne sont pas les mêmes dans ces deux substances; en sorte que, tant que le rayon réfracté ne s'approche pas assez de l'axe pour que ces forces soient sensibles, les mêmes formules peuvent servir; mais, par une exception particulière, elles ne conviennent point au mica sous les incidences obliques, quoique cette substance s'accorde avec les précédentes dans les phénomènes qu'elle présente sous l'incidence perpendiculaire. Cela tient à ce qu'outre l'axe qui est situé dans le plan de ses lames, elle en a un autre qui leur est perpendiculaire, comme je le prouverai plus loin. Nous examinerons alors les lois qui conviennent au mica sous des incidences obliques.

CHAPITRE IV.

Mouvement oscillatoire de l'axe de polarisation, déduit des Phénomènes précédens.

En résumant les phénomènes de réflexion et de transmission observés dans les lames minces, Newton en a tiré la propriété des accès qui les renferme tous. De même, en résumant les lois de la polarisation mobile, nous allons voir qu'elles se réduisent toutes à un mouvement oscillatoire de l'axe de polarisation.

La première de ces lois concerne le sens suivant lequel la polarisation s'opère. Lorsqu'un rayon polarisé a traversé perpendiculairement une lame mince de chaux sulfatée, de quartz, ou de tout autre cristal taillé parallèlement à l'axe de double réfraction, il se trouve composé de deux faisceaux colorés O, E, polarisés diversement. Si C X, fig. 19, est la direction de la polarisation primitive, et C A l'axe de la lame mince, formant avec elle un angle i, le faisceau que nous avons désigné par O se retrouve polarisé suivant C X, et le faisceau complémentaire E est polarisé tout entier de l'autre côté de l'axe C A à une distance angulaire exactement égale.

La seconde loi que nous avons établie concerne la nature des teintes O, E. Nous avons vu qu'elles sont les mêmes que celles des anneaux colorés observés par Newton, O répondant toujours à un anneau transmis, E à l'anneau réfléchi correspondant. Ainsi, cette dernière teinte suit, aux diverses épaisseurs, les proportions assignées par la table de Newton pour les couleurs des lames minces. A cet égard, les cristaux de diverses natures n'offrent de différence que dans le coefficient absolu de leur proportionnalité, qui, au reste, est toujours beaucoup plus grand que pour les anneaux colorés considérés par Newton.

Ce parfait accord des couleurs dans les deux phénomènes,

quand la lumière incidente est blanche, et la proportionnalité soutenue des épaisseurs qui leur correspondent, exigent nécessairement que la même correspondance existe en particulier pour chaque espèce de couleur simple. Or, en analysant les phénomènes des anneaux composés, Newton a prouvé que chaque espèce de lumière simple d'une réfrangibilité fixe, qui contribue à les produire, est alternativement transmise et réfléchie aux intervalles d'épaisseur compris entre les termes de la série suivante $0, e, 2e, 3e, 4e, 5e$.....; donc, lorsque cette même lumière simple traverse des lames minces d'un même cristal, taillé parallèlement à l'axe, les alternatives de polarisation qu'elle présente après sa sortie doivent suivre des périodes exactement pareilles. Ainsi, depuis l'épaisseur 0 jusqu'à une certaine épaisseur fondamentale e', les molécules homogènes qui la composent se comportent, après leur émergence, comme si elles n'avoient pas quitté leur polarisation primitive. Depuis e' jusqu'à $2e'$ elles se comportent comme si elles l'avaient quittée pour en prendre une nouvelle dans l'azimut $2i$; et enfin, elles paraissent alternativement polarisées dans l'azimut o ou dans l'azimut $2i$, selon que les degrés d'épaisseur après lesquels on les observe correspondent à une transmission ou à une réflexion; de sorte que l'axe de polarisation du faisceau semble alternativement transporté, comme par oscillation, d'une de ces limites à l'autre. Ce mouvement peut s'exécuter de deux manières, en allant de 0 à $2i$, ou de 0 à $-2(90-i)$. Dans le premier cas, l'oscillation s'opérera autour de l'axe de la lame; dans le second, autour de la ligne perpendiculaire. Il est vraisemblable que les molécules lumineuses se partagent entre ces deux directions, puisqu'elles se trouvent définitivement réparties sur l'une et sur l'autre, quand elles ont atteint la polarisation fixe.

Mais ce changement périodique n'est encore ici qu'un effet total et absolu, résultant de toutes les actions que les molécules lumineuses ont subies en traversant les lames cristallisées. Il faut maintenant savoir si ces molécules, à mesure qu'elles s'enfoncent dans une seule et même lame, y subissent réellement

ces alternatives, et si les divers rayons dont la lumière blanche se compose éprouvent successivement, dans son intérieur, les mêmes séparations de teintes que nous y découvrons quand ils sortent ensemble de diverses lames à des épaisseurs pareilles. Tel est le but de l'expérience suivante :

Prenez une lame mince de chaux sulfatée, et après avoir observé avec soin, au moyen de notre appareil, les couleurs O, E qu'elle donne sous l'incidence perpendiculaire, fendez-la avec adresse dans une partie de sa longueur, de manière à diviser cette partie seulement en plusieurs lames minces que vous tiendrez à distance les unes des autres, en introduisant entre elles de petites bandes de papier noir. Si ensuite vous présentez de nouveau la lame à un rayon polarisé, en la replaçant sous l'incidence perpendiculaire, vous trouverez qu'elle redonne toujours les mêmes teintes O, E, que dans la première expérience ; et, à cet égard, il n'y aura aucune différence entre la partie découpée et celle qui est restée entière ; seulement la première vous paraîtra moins transparente, à cause de la multiplicité des réflexions que la lumière y éprouve. Puis donc que la teinte définitive des faisceaux est indépendante de la contiguité ou de la séparation des lames élémentaires, il faut en conclure que le rayon, en arrivant aux épaisseurs successives de la substance cristallisée, y éprouve, dans les deux cas, des modifications équivalentes qui se suivent par les mêmes degrés, et qui font passer chaque espèce de molécules lumineuses par les mêmes états de polarisation alternatifs que l'ordre des teintes lui assigne dans les lames séparées. Il suit de là que l'état définitif de chaque molécule, à une profondeur déterminée, doit dépendre uniquement de la quantité de matière cristallisée qu'elle a traversée pour arriver à cette profondeur, et de l'intensité des forces dont cette matière était douée, mais nullement du mode de sa distribution sur le trajet de la molécule. Aussi, lorsqu'on a partagé une lame dans toute sa longueur en un certain nombre de lames plus minces, on peut mêler celles-ci dans un ordre quelconque, et les alterner de toutes les manières imaginables, pourvu que l'on

maintienne toujours leurs axes exactement parallèles, les teintes définitives O, E, données par leur somme sous l'incidence perpendiculaire, ne changent pas, et sont toujours les mêmes que la même épaisseur donnait avant d'être divisée (1); or, qu'a-t-on fait par ces divers arrangemens des lames, sinon de varier arbitrairement le mode de division d'une même épaisseur?

D'après cela, tous les phénomènes que présentent nos lames peuvent être rassemblés dans l'énoncé suivant, qui en est l'expression la plus générale :

1°. Lorsqu'un rayon de lumière simple, polarisé suivant une direction fixe, traverse perpendiculairement une lame cristallisée parallèle à l'axe de double réfraction, les molécules lumineuses commencent par pénétrer jusqu'à une certaine profondeur sans perdre leur polarisation primitive, après quoi, leur mouvement de translation continuant toujours, elles se mettent à osciller périodiquement sur elles-mêmes, de manière que leur axe de polarisation se transporte alternativement de part et d'autre de l'axe du cristal ou de la ligne perpendiculaire, dans des amplitudes égales, comme un pendule autour de la verticale dont on l'a écarté. Chacune de ces oscillations s'exécute dans une épaisseur $2e'$, double de celle que la molécule avait parcourue d'abord avant d'entrer en oscillation.

2°. Dans un même cristal les valeurs de e' sont différentes pour les diverses sortes de molécules, et proportionnelles aux longueurs de leurs accès de facile transmission ou de facile réflexion. Mais les limites des oscillations sont les mêmes pour toutes les particules qui suivent une même direction de mouvemens, quand leurs axes de polarisation partent d'une direction primitive commune.

3°. Ce mouvement oscillatoire s'arrête lorsque les molécules lumineuses, parvenues à la seconde surface de la lame, sortent dans l'air ou dans tout autre milieu qui ne possède point la

(1) Je borne ici l'épreuve à l'incidence perpendiculaire, pour éviter l'effet de la polarisation par réfraction.

double réfraction. Alors, si l'on soumet le rayon émergent à l'action d'un prisme de spath d'Islande ou d'une glace inclinée, ou de tout autre système qui produise la polarisation fixe, les molécules lumineuses se comportent comme si elles possédaient complètement le sens de polarisation vers lequel leur dernière oscillation les conduisait, soit qu'elles l'aient entièrement achevée, ou seulement commencée à l'instant où elles sont sorties du cristal.

Ce sont là les lois théoriques de la polarisation mobile. Nous verrons plus tard qu'elles s'appliquent également à toutes les autres coupes des cristaux, en considérant les oscillations comme s'exécutant autour des plans menés par l'axe du cristal et par la direction définitive de chaque rayon réfracté. Mais dès à présent il est clair que ce mouvement oscillatoire doit cesser à une certaine profondeur dans chaque cristal, selon sa nature et le sens dans lequel on le taille; car, en augmentant assez l'épaisseur des plaques obliques à l'axe pour que le rayon émergent se sépare en deux faisceaux distincts après les avoir traversées, on trouve, comme nous l'avons vu dans la première partie de ces recherches, que le faisceau qui a subi la réfraction ordinaire est polarisé fixement dans le plan mené par sa direction et l'axe du cristal; tandis que le rayon extraordinaire est polarisé d'une manière également fixe perpendiculairement au plan mené de même par sa direction et l'axe du cristal. Il est extrêmement vraisemblable que les molécules qui forment chaque faisceau passent progressivement du mouvement oscillatoire à cet état fixe; du moins, nous verrons par d'autres exemples analogues qu'il s'opère un semblable partage quand les molécules lumineuses sont exposées simultanément à plusieurs forces qui les sollicitent suivant diverses directions. Pour le moment, je me bornerai à annoncer que, dans tous les cristaux, quel que soit le sens suivant lequel on les taille, le mouvement oscillatoire s'étend à des profondeurs beaucoup plus grandes que celles où l'on cesse d'apercevoir des couleurs par la succession des oscillations.

Les trois propositions énoncées ci-dessus n'étant en effet que

l'expression simple, mais complète des phénomènes, il est évident qu'elles doivent les reproduire par leur développement ; néanmoins, comme cette déduction en éclaircit l'usage et en fait sentir la fidélité, je crois devoir l'exposer ici.

Considérons donc un rayon polarisé, composé ou simple, qui pénètre perpendiculairement une lame mince d'un cristal quelconque, taillée parallèlement à l'axe de double réfraction ; et supposons la lame tournée de manière que cet axe fasse un angle quelconque i avec le plan de polarisation primitif ; puis cherchons quel devra être l'état du rayon après son émergence.

D'abord, en vertu du mouvement oscillatoire, les axes de polarisation de toutes les molécules lumineuses seront répartis sur les deux limites de l'oscillation, c'est-à-dire dans les deux azimuts o et $2i$, soit effectivement pour celles qui auront achevé un nombre entier d'oscillations en sortant de la lame, soit virtuellement pour celles qui n'auront pas alors complètement terminé leur dernière oscillation. Nommons O, E l'ensemble des molécules qui forment chacun de ces deux groupes, le premier comprenant toutes celles qui achèvent, en sortant de la lame, un nombre d'oscillations pair ; et le second toutes celles qui achèvent un nombre d'oscillations impair. Alors, si l'on analyse le rayon émergent avec un prisme de spath d'Islande dont la section principale soit dirigée dans l'azimut α par rapport au plan de polarisation primitif, chacun des faisceaux O, E, se partagera dans ce prisme comme ferait tout autre rayon polarisé dans le même sens que lui ; de sorte qu'en nommant F_o F_e les deux images, ordinaire, extraordinaire, résultantes de ce partage, on aura comme dans la page 328.

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (\alpha - 2i)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (\alpha - 2i).$$

Reste donc à déterminer les teintes O, E : pour cela, il suffit d'appliquer au rayon incident la construction que Newton a donnée pour déterminer les teintes transmises ou réfléchies aux diverses épaisseurs des lames minces, en substituant seulement

aux longueurs des accès que cette construction emploie les épaisseurs, beaucoup plus grandes, mais proportionnelles, que les molécules lumineuses traversent dans nos lames pendant la durée d'une oscillation. Ainsi, dans le phénomène de la réflexion, les molécules pénètrent ensemble jusqu'à une petite profondeur sans éprouver aucune tendance à se réfléchir; et si l'épaisseur du corps est moindre que cette profondeur, elles se transmettent librement : de même, dans les phénomènes de la polarisation, toutes les molécules pénètrent ensemble jusqu'à une petite profondeur sans éprouver aucun dérangement dans leurs axes de polarisation; et si l'épaisseur des lames est moindre que cette limite, elles conservent toutes leur polarisation primitive. Dans la réflexion, ce premier intervalle est égal à la moitié de la longueur d'un accès. Dans les phénomènes de la polarisation, ce sera la moitié de l'épaisseur que chaque espèce de lumière simple traverse pendant la durée d'une oscillation entière. Dans la réflexion, au-delà de cette limite, les molécules violettes commencent à se réfléchir; puis ensuite les violettes et les bleues; puis les violettes, les bleues et les vertes, et ainsi de suite, jusqu'aux rouges, qui se réfléchissent les dernières, mais cependant à très-peu de distance des autres. Alors le rayon réfléchi devient successivement violet, bleu, et presque tout de suite blanc, par le concours de la réflexion de toutes les couleurs. De même, dans nos lames, le premier rayon E qu'elles polarisent est violet; puis, à une épaisseur un peu plus grande, ce violet se mêle à l'indigo et forme un bleu, lequel se change presque aussitôt en blanc par le mélange de toutes les autres couleurs : c'est le blanc que Newton a nommé du premier ordre; et comme, dans les anneaux, il arrive une épaisseur où le blanc est le plus abondant qu'il est possible, en sorte qu'il ne se transmet plus rien, ou presque rien, de la portion de lumière incidente qui est employée à former les anneaux; de même, dans nos lames, il y a une certaine épaisseur à laquelle le rayon blanc qu'elles polarisent contient toute, ou presque toute la lumière incidente; de sorte qu'il n'y a aucune, ou presque aucune, por-

tion de cette lumière qui conserve sa polarisation primitive. Dans la réflexion, lorsque l'épaisseur devient un peu plus grande, les diverses couleurs qui composaient le blanc du premier ordre s'en séparent tour à tour suivant l'ordre avec lequel elles y étaient entrées; c'est-à-dire, les derniers rayons violets d'abord, parce que leurs accès sont les plus courts; puis les violets et les bleus; puis les bleus, les verts, et enfin les rouges; ce qui change successivement ce blanc en jaune pâle, en orangé, en orangé rougeâtre, et en un rouge qui se terminerait enfin par la privation absolue de lumière, c'est-à-dire par le noir, si, presqu'à la même épaisseur ne commençait le second accès des rayons violets, ce qui fait suivre immédiatement ce rouge sombre par un pourpre très-faible, auquel succède de nouveau un violet, un bleu, un vert, et toutes les couleurs du second anneau, lesquelles dominent tour à tour dans le mélange, et y sont plus séparées que dans le premier anneau, parce que la différence d'étendue de leurs accès a eu plus d'espace pour s'y manifester : de même, et absolument de même, dans nos lames, les épaisseurs qui répondent aux oscillations des diverses molécules étant inégales et proportionnelles aux longueurs de leurs accès, on conçoit que de pareilles modifications de teintes doivent s'y reproduire, et elles s'y reproduisent en effet avec la plus grande fidélité; c'est-à-dire qu'après l'épaisseur où les molécules lumineuses se trouvent toutes ensemble dans leur première oscillation, il arrive que les molécules violettes les plus réfrangibles se séparent des autres, les devancent, et commencent une seconde oscillation qui les ramène vers la polarisation primitive, lorsque les molécules bleues, les orangées et les rouges n'ont pas encore tout-à-fait terminé leur première oscillation. Alors, si on coupe la lame à cette épaisseur, on trouve que le faisceau qui a perdu sa polarisation primitive est un blanc légèrement jaunâtre; puis, à une épaisseur un peu plus grande, ce jaune se change en orangé; il a alors perdu des molécules violettes, bleues et vertes, qui sont déjà dans leur seconde oscillation; bientôt après, il ne conserve plus qu'un petit nombre

de rayons d'un rouge sombre : toutes les autres molécules sont déjà entrées dans leur seconde oscillation, et par conséquent la portion de lumière qui, en traversant le rhomboïde, se dirige vers la polarisation primitive, forme l'espèce de teinte qui résulte du mélange de toutes les couleurs privé d'un petit nombre de rayons rouges, c'est-à-dire, un blanc bleuâtre ; au-delà de ce terme, un certain nombre des molécules violettes les plus réfrangibles commencent déjà leur troisième oscillation, quand les molécules rouges les moins réfrangibles n'ont pas encore fini la première. Alors la teinte que la lame polarise à cette épaisseur est un violet, ou plutôt un pourpre extrêmement faible et sombre, qui bientôt passe au bleu, au vert, et à toutes les couleurs du second anneau. En poursuivant toujours par la pensée cette suite de mouvemens oscillatoires dont les vitesses sont inégales pour les molécules lumineuses de différentes espèces, on conçoit que les diverses couleurs, dont chacune occupe une certaine étendue dans le spectre, doivent se mêler de plus en plus, dans leurs limites, aux deux extrémités de l'oscillation, et y produire enfin deux images blanches, comme cela arrive dans les anneaux réfléchis et transmis, en vertu de l'inégale longueur des accès, lorsque l'épaisseur du corps est devenue assez considérable pour que toutes les couleurs fournissent en même temps, par des anneaux de différens ordres, à la transmission et à la réflexion. Cette parfaite identité dans la succession des teintes, dans leurs mélanges progressifs, dans les périodes de leurs intensités, enfin dans les plus petites circonstances des changemens de leurs nuances, suffirait pour montrer l'accord qui existe entre les lois de périodicité qui lient ces deux classes de phénomènes, quand même les mesures des épaisseurs, prises de part et d'autre avec un soin extrême et scrupuleusement comparées, n'auraient pas déjà établi d'une manière rigoureuse et directe l'existence de leurs rapports.

Remarquons toutefois entre eux une différence essentielle : la construction que Newton a imaginée pour représenter les alternatives de transmission et de réflexion, aussi-bien que la

table qu'il en a déduite, suppose des forces réfléchissantes très-faibles, et s'applique seulement à la faible portion de lumière incidente qui est alors employée dans la formation des anneaux. Nous avons montré, page 99, que, si cette portion devait être plus considérable, par l'effet de forces réfléchissantes plus énergiques, les intervalles d'épaisseur propres à la transmission et à la réflexion ne seraient plus égaux, comme cette construction le suppose. Les derniers s'étendraient davantage, et finiraient même par occuper tout l'espace, si la réflexion devenait totale au milieu de chaque anneau. Il n'en est pas ainsi dans les phénomènes de la polarisation mobile que nos lames produisent; car toutes les molécules qui les pénètrent subissent le mouvement oscillatoire, et néanmoins leur distribution entre les allées et les retours est encore exprimée par la construction de Newton sans aucun changement. Ceci paraît constituer une distinction fondamentale entre les deux classes de phénomènes; et en effet, une loi de périodicité pareille et la proportionnalité d'épaisseur pour les diverses couleurs simples, suffit, sans autre liaison plus intime, pour produire tous les rapports que nous avons observés.

Dans nos définitions, nous avons établi que l'amplitude des oscillations de même sens est la même pour toutes les molécules lumineuses, et égale à $2i$, ou à $-2(90-i)$, c'est-à-dire, au double de l'angle que l'axe de la lame ou la ligne perpendiculaire forme avec la direction primitive de polarisation. Cela est en effet conforme à l'expérience; car, si l'on expose une de nos lames perpendiculairement à un rayon polarisé, en tournant son axe dans tous les azimuts, depuis 0 jusqu'à 360°, on trouve que la teinte E, qui perd sa polarisation primitive, et la teinte O, qui la conserve, sont l'une et l'autre rigoureusement constantes. Or, cette constance ne pourrait avoir lieu, si les divers rayons simples dont E se compose étaient polarisés dans des sens différens. Les temps des oscillations des molécules lumineuses sont donc aussi égaux dans tous ces cas, puisque leur durée seule détermine la nature des teintes qui doivent être polarisées dans un sens ou dans l'autre. Ainsi, la force qui produit les oscillations est telle, que leur durée est

absolument indépendante de leur amplitude. Cette condition exige que l'action de cette force soit à chaque instant proportionnelle à l'arc que les molécules ont à décrire pour arriver au milieu de leur oscillation, c'est-à-dire, sur la direction de l'axe duquel les forces émanent, ou sur la ligne perpendiculaire. D'après cela, si l'on nomme x l'angle décrit par l'axe de polarisation pendant le temps t, compté depuis le commencement d'une oscillation, on trouve, par les règles de la mécanique,

$$\text{de } 0 \text{ à } 2i \ldots\ldots \quad x = 2i \sin^2 \tfrac{1}{2} t \sqrt{a},$$

$$\text{de } 0 \text{ à } -2(90-i) \ldots\ldots \quad x = -2(90-i) \sin^2 \tfrac{1}{2} t \sqrt{a}.$$

a est un coefficient constant pour chaque espèce de molécules lumineuses, et proportionnel à l'intensité de la force de rotation qui agit sur elle, quand son axe de polarisation fait avec l'axe de la lame un angle ayant pour mesure l'unité de longueur, dans un cercle décrit d'un rayon égal à cette unité. Au commencement de chaque oscillation, t est nul, et x est nul aussi, comme cela doit être. A la fin de chaque oscillation, x doit devenir égal à l'amplitude totale $2i$ ou $-2(90-i)$; et par conséquent le sinus qui contient le temps doit devenir égal à l'unité; de sorte qu'en appelant π la demi-circonférence exprimée aussi en parties de l'unité de longueur, le temps T doit être tel qu'on ait

$$T\sqrt{a} = \pi, \qquad \text{d'où} \qquad T = \frac{\pi}{\sqrt{a}}.$$

Le second membre exprime donc le temps total d'une oscillation entière. On voit qu'il est réciproque à la racine carrée du coefficient a, que l'on peut regarder comme mesurant la force rotatoire. Or, la comparaison des teintes qui se trouvent aux deux limites des oscillations après des épaisseurs diverses, nous montre que le temps t diminue à mesure que la réfrangibilité augmente; donc a augmente avec la réfrangibilité, c'est-à-dire que l'action rotatoire exercée par le cristal sur les molécules lumineuses est plus forte sur les violettes que sur les bleues, plus forte sur les bleues que sur les vertes, et ainsi de suite jusqu'aux rouges, qui éprouvent la plus faible action à des distances égales de leur centre.

Ces oscillations des particules lumineuses sont si rapides

que le temps T est absolument inappréciable pour nos sens, mais nous pouvons le calculer d'après les observations. Si l'on représente par e' la plus petite épaisseur à laquelle la force polarisante de la lame commence à être sensible, la comparaison des phénomènes avec la construction de Newton montre que le temps employé par la lumière pour traverser cet espace est égal à la moitié du temps d'une oscillation complète, lorsque la force polarisante de la lame a pris tout son accroissement. Nommons R le rayon moyen de l'orbe terrestre. La lumière parcourt cet espace en 8′ 13″ ou 493″; par conséquent le temps qu'elle mettrait dans le vide pour parcourir l'espace e' serait proportionnellement $\frac{e' \cdot 493''}{R}$. Mais dans l'intérieur d'un corps réfringent, sa vitesse est plus considérable, suivant la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction; nommant donc n' ce rapport pour l'espèce de cristal et de molécules lumineuses que nous considérons, le temps du trajet dans l'espace e' sera moindre dans la même proportion; et nous aurons $\frac{e' \cdot 493''}{n' R}$ pour le nombre de secondes que les molécules dont il s'agit emploient à traverser l'espace; et ce sera donc la valeur de $\frac{1}{2}$ T relativement à ces particules, et ainsi l'on aura,

$$T = \frac{e' \, 986''}{n' R}.$$

Dans les lames de chaux sulfatée bien pure, l'épaisseur qui répond au commencement du noir est $0^m,000011777$, comme nous l'avons vu page 363. C'est la valeur de e' pour le violet extrême. On a de plus, dans ces lames, $n = \frac{61}{41}$ pour la lumière jaune, d'après les expériences de Newton; ce qui donne pour le violet extrême $n' = \frac{61}{41} \cdot \frac{780}{772}$, en supposant la dispersion égale à celle du verre ordinaire, ce qui doit être peu éloigné de la vérité. Substituant ces valeurs dans l'expression de T, il vient, relativement à ces particules,

$$T = \frac{1''}{12945 \cdot R}.$$

C'est le temps d'une oscillation des molécules violettes les plus réfrangibles dans la chaux sulfatée. Ici R ne représente plus qu'un nombre abstrait de mètres.

Si l'on voulait opérer de même pour une autre espèce de molécules lumineuses, il n'y aurait qu'à exprimer par ε' ν' θ les quantités qui s'y rapportent, et l'on aurait de même,

$$\theta = \frac{\varepsilon' \, 986''}{\nu' \, \mathrm{R}}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{\mathrm{T}}{\theta} = \frac{e' \, \nu'}{\varepsilon' \, n'}.$$

Par exemple, si ε' appartient aux molécules rouges extrêmes, on aura par les expériences de Newton,

$$e' = \varepsilon' \, . \, 0{,}6300 \qquad \frac{\nu'}{n'} = \frac{77}{78}.$$

Car les épaisseurs e' ε' sont proportionnelles aux longueurs des accès des molécules ; de là on tire

$$\frac{\mathrm{T}}{\theta} = 0{,}62892 \, ;$$

c'est-à-dire que le temps des oscillations des molécules violettes est plus court que celui des molécules rouges, à peu près dans le rapport de 622 à 1000 ou de 10 à 16.

Généralement la force qui tend à faire tourner chaque molécule lumineuse à une époque quelconque de son oscillation est proportionnelle à $i - x$, ou à $(90 - i) - x$, c'est-à-dire, à la distance angulaire de l'axe de polarisation à l'axe de cristallisation ou à la ligne perpendiculaire. On peut donc assimiler ces phénomènes à ceux que produirait la torsion d'un fil vertical sur des aiguilles qui y seraient suspendues horizontalement par leur centre de gravité. Le point de repos du fil, celui où sa torsion est nulle, coïncide avec l'axe de la lame ou avec la ligne perpendiculaire. C'est là qu'il faut d'abord concevoir que l'axe de la polarisation des molécules lumineuses peut être en repos. S'il est écarté de cette position de l'angle i, c'est comme si le fil était tordu d'une pareille quantité ; et il en résulte une force de torsion proportionnelle à i. L'axe de polarisation se met alors en mouvement ; il marche, par exemple, vers l'axe de la lame, et lorsqu'il s'en est rapproché

d'un angle x, sa force de torsion est constamment proportionnelle à l'angle $i - x$; c'est ainsi qu'il continue ses oscillations. Aussi, en faisant $x = i - X$, ce qui revient à compter les arcs X à partir du milieu de chaque oscillation, on retrouve pour X la même valeur que nous avons obtenue pour la torsion des fils, à la fin du premier volume.

Lorsque nous étudierons les phénomènes de polarisation produits par des plaques d'un même cristal taillées en divers sens relativement à l'axe, on verra, par toutes les expériences, qu'à incidence égale, les temps des oscillations des molécules lumineuses de réfrangibilité égale sont réciproquement proportionnels au carré du sinus de l'angle U, formé par l'axe du cristal avec le rayon réfracté. Or, puisque nous avons

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{a}},$$

les temps sont aussi réciproques aux racines carrées de la force polarisante; conséquemment, cette force elle-même, ici représentée par a, est proportionnelle à $\sin^4 U$.

Parmi les phénomènes généraux renfermés dans ce chapitre, un des plus remarquables, sans doute, c'est que les molécules qui sortent des lames minces se comportent, dans les corps qui produisent la polarisation fixe, comme si elles avaient achevé leur dernière oscillation, quoique les phénomènes de leur transmission à travers d'autres lames minces prouvent, comme je l'ai annoncé, et comme on le verra tout-à-l'heure, que cette oscillation ne s'achève pas. Les phénomènes de la polarisation fixe nous ont déjà offert quelque chose d'analogue; car, lorsqu'un rayon lumineux a reçu ce genre de polarisation par la réflexion sur une glace polie, il contient toujours des particules tellement modifiées, que, si on les transmet à travers un rhomboïde de spath d'Islande, elles s'y réfractent et s'y polarisent ordinairement, quoique leur direction primitive de polarisation soit bien loin de coïncider avec la section principale du rhomboïde.

CHAPITRE V.

Examen des modifications éprouvées par les molécules lumineuses, quand elles traversent successivement plusieurs plaques qui produisent la polarisation mobile. Procédés qui en résultent pour développer les images colorées dans des plaques épaisses, par le croisement de leurs axes.

Par les propositions établies plus haut, nous avons défini ce qui arrive aux molécules lumineuses lorsqu'elles passent de la polarisation fixe à la polarisation mobile, et réciproquement, Il faut maintenant les étudier quand, après avoir subi la polarisation mobile dans une première lame, elles la subissent encore dans une seconde, de même ou de différente nature. On trouve ainsi que les oscillations recommencent dans la seconde lame, avec les mêmes durées, les mêmes limites, les mêmes amplitudes qu'elles auraient eues si chaque faisceau sorti de la première possédait la polarisation fixe; mais les profondeurs auxquelles ces oscillations commencent varient avec la nature de la seconde lame et avec la direction de son axe relativement aux axes de polarisation des faisceaux.

Il suit de là que le mode de polarisation définitif du faisceau émergent peut encore se déterminer par les seuls principes du mouvement oscillatoire. Commençons donc par le fixer. Concevons deux lames quelconques superposées et tournées de manière que leurs axes de double réfraction fassent entre eux un angle constant a. Désignons comme précédemment par i l'azimut de la première lame, c'est-à-dire l'angle que son axe forme avec le plan de polarisation primitif de la lumière incidente, et par i' l'angle analogue pour la seconde, on aura par supposition $i' - i = a$.

Maintenant, la première lame laisse une partie de la lumière qui la traverse dans la direction de sa polarisation primitive, c'est-à-dire dans l'azimut zéro ; et elle polarise le reste dans l'azimut $2i$. Ces deux faisceaux, que nous pouvons séparer par la pensée, tombant ensuite sur la seconde lame, y éprouvent des effets analogues : une partie de la lumière qui était restée dans l'azimut zéro y restera encore ; une autre partie sera amenée par l'action de la seconde lame dans l'azimut $2i'$. Le reste de la lumière a été polarisé par la première lame dans l'azimut $2i$, une portion y restera encore ; mais une autre partie sera polarisée de nouveau par la seconde lame. Pour savoir dans quel sens s'opérera cette polarisation, il faut connaître l'angle que la précédente fait avec l'axe de la seconde lame. Or, celui-ci est placé dans l'azimut i', la première polarisation avait lieu dans l'azimut $2i$; par conséquent elle forme avec l'axe de la seconde lame un angle égal à $i' - 2i$: sa nouvelle direction l'amènera de l'autre côté de cet axe à la même distance, c'est-à-dire dans l'azimut $i' + i' - 2i$ ou $2(i' - i)$; il pourra donc y avoir en tout, et il y aura en général, quatre directions de polarisation dans les azimuts 0, $2i$, $2i'$, $2(i' - i)$. Si l'on analyse la lumière émergente avec un rhomboïde de spath calcaire dont la section principale soit dirigée dans l'azimut 0, chacun de ces faisceaux donnera deux portions de lumière ordinaire et extraordinaire ; de sorte qu'en représentant leurs intensités par des coefficiens indéterminés A A_1 A_2 A_3, qui devront être tout-à-fait indépendans de i, la loi de la polarisation fixe donnera ces deux valeurs pour les intensités des deux rayons ordinaire et extraordinaire :

$$F_o = A + A_1 \cos^2 2i + A_2 \cos^2 2i' + A_3 \cos^2 2(i' - i),$$
$$F_e = \quad A_1 \sin^2 2i + A_2 \sin^2 2i' + A_3 \sin^2 2(i' - i).$$

Nous faisons ici abstraction de la lumière blanche perdue par la réflexion ; elle ne nous intéresse point dans cette recherche. Substituant au lieu de $i' - i$ sa valeur constante a, il vient

$$F_o = A + A_1 \cos^2 2i + A_2 \cos^2 2(i + a) + A_3 \cos^2 2a,$$
$$F = \quad A_1 \sin^2 2i + A_2 \sin^2 2(i + a) + A_3 \sin^2 2a.$$

Maintenant, puisque les coefficiens A A_1 A_2 A_3 doivent être indépendans de i, c'est-à-dire, de la direction absolue qu'on donne à l'axe de la première lame, nous pouvons les déterminer en général, si nous connaissons F_o, F_e, pour diverses valeurs particulières de i. Or, il en est deux où les résultats se présentent d'eux-mêmes. Le premier a lieu quand on met dans l'azimut o l'axe de la lame antérieure, qui est traversée la première par le rayon polarisé. Alors l'action de cette lame sur le rayon ne changera absolument rien à la polarisation primitive; par conséquent les termes dus à cette action disparaîtront d'eux-mêmes de la formule, et il ne restera que les termes dus à l'influence de la seconde lame considérée à part. Or, ces termes sont connus, d'après notre théorie, et d'après les expériences contenues dans nos premières recherches. Faisons donc $i = o$, nous aurons alors $i' = a$, et en substituant ces valeurs, il viendra :

$$F_o = A + A_1 + (A_2 + A_3)\cos^2 2a; \quad F_e = (A_2 + A_3)\sin^2 2a.$$

D'après notre théorie, en nommant O' le faisceau que la seconde lame ne dévie pas, dans la transmission directe, et E' celui dont elle détourne les axes, les valeurs précédentes de F_o et F_e doivent se réduire à celles-ci :

$$F_o = O' + E'\cos^2 2a; \qquad F_e = E'\sin^2 2a;$$

par conséquent, il faudra qu'on ait

$$A + A_1 = O' \qquad A_2 + A_3 = E'$$

Réciproquement, je dis que, si l'on met l'axe de la seconde lame dans le méridien, il ne changera pas non plus la teinte que la première lame aurait donnée si elle eût agi seule, du moins tant que la section principale du rhomboïde qui sert pour analyser la lumière restera dans le méridien. En effet, lorsque la lumière a traversé la première lame, une partie est restée polarisée suivant le méridien CX, fig. 20, et l'autre a été polarisée suivant la ligne CX', dans un azimut égal à $2i$. L'axe de la seconde lame, que nous supposons également dirigé suivant CX, ne dévie point du tout la première partie, qui est tournée sur sa direction : quant à l'autre faisceau, qui est polarisé suivant CX', elle en laissera une partie; mais si elle

dévie le reste, ce sera pour le faire passer de l'autre côté du méridien en CX'', dans un azimut égal à $-2i$, ou, ce qui revient au même, elle lui fera décrire un angle double de $X'CX$, c'est-à-dire, $X'CX + XCX''$. Or, le faisceau ainsi polarisé suivant CX'', et celui qui est polarisé suivant CX' tombant, après leur émergence, sur le rhomboïde de spath calcaire, dont la section principale est dirigée suivant CX, ils s'y réfracteront de la même manière, et par conséquent le résultat sera le même que si la polarisation suivant CX' n'avait pas été troublée. Ceci n'aurait plus lieu si on tournait le rhomboïde, et les couleurs changeraient; mais ce n'est pas là le cas que nous considérons. Faisons donc i' égal à zéro dans notre formule générale, il viendra

$$F_o = A + A_2 + (A_1 + A_3)\cos^2 2a; \quad F_e = (A_1 + A_3)\sin^2 2a.$$

Or, en nommant O le faisceau que la première lame ne dévie pas, et E celui dont elle détourne les axes, on aurait, sans la présence de la seconde lame,

$$F_o = O + E\cos^2 2a \qquad F_e = E\sin^2 2a;$$

par conséquent

$$A + A_2 = O \qquad A_1 + A_3 = E;$$

on a déjà

$$A + A_1 = O' \qquad A_2 + A_3 = E'.$$

De là on tire d'abord

$$A_2 = O - A \qquad A_3 = E - A_1 = E - O' + A$$
$$A_1 = O' - A \qquad A_3 = E_1 - A_2 = E' - O + A.$$

Ces deux valeurs de A_3 devant être égales entre elles, il faut, pour qu'elles soient possibles, que l'on ait toujours

$$E - O' = E' - O \text{ ou } E + O = E' + O';$$

et en effet, cette condition est toujours satisfaite; car $E + O$ est la somme des deux faisceaux qui traversent la première lame, lorsqu'elle est seule exposée au rayon polarisé; et $E' + O'$ est la somme des deux faisceaux qui traversent la seconde, quand on la substitue à la première. Or, chacune de ces sommes est égale à la lumière incidente moins la somme des rayons réfléchis qui forment du blanc, et que nous négligeons dans ces calculs.

On voit par-là qu'un de nos trois coefficiens restera indéterminé. Supposons que ce soit A, nous aurons alors

$$A_1 = O' - A$$
$$A_2 = O - A$$
$$A_3 = \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 2A);$$

ce qui donne pour les deux rayons

$$F_o = A + (O' - A)\cos^2 2i + (O - A)\cos^2 2(i + a) + \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 2A)\cos^2 2a$$

$$F_e = (O' - A)\sin^2 2i + (O - A)\sin^2 2(i + a) + \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 2A)\sin^2 2a.$$

Voilà tout ce qu'on peut trouver de général et de commun à toutes les lames, parce que la partie de la formule qui se trouve maintenant déterminée dépend du simple mélange de leurs teintes primitives O, E, O' E'; au lieu que le coefficient A dépend de la manière dont les oscillations doivent se suivre et se renouer d'une lame à l'autre, quand les axes des lames sont croisés sous l'angle donné a. Cependant il existe un cas où F_o et F_e sont tout-à-fait indépendans de A : c'est celui où deux lames égales sont croisées à 45°; alors $2a = 90°$, par conséquent $\sin^2 2a = 1$; de plus, $\sin^2 2(i + a) = \cos^2 2i$, par conséquent il vient

$$F_e = (O' - A)\sin^2 2i + (O - A)\cos^2 2i + \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 2A).$$

Maintenant, si les lames sont égales en épaisseur, $O' = O$ et $E' = E$; par conséquent, les coefficiens de $\sin^2 2i$ et de $\cos^2 2i$ devenant égaux, i disparaît de la formule, et il reste

$$F_e = O - A + E - O + A \qquad \text{ou} \qquad F_e = E;$$

c'est-à-dire que la teinte du rayon extraordinaire est constante dans tous les azimuts, ainsi que son intensité; et l'une et l'autre sont égales à E, c'est-à-dire, au maximum de la teinte extraordinaire que chacune de ces lames aurait donnée par transmission sous l'incidence perpendiculaire, en plaçant son axe dans l'azimut de 45°, par rapport au plan primitif de polarisation. Ce résultat m'avait été donné ainsi par le calcul, avant que je l'eusse observé par expérience; mais je l'ai vérifié

plusieurs fois depuis, en me servant de deux moitiés d'une même lame que je croise l'une sur l'autre sous l'angle indiqué. Pour cela, je commence par fixer l'une d'elles sur l'anneau mobile, en la tournant de manière que son axe se dirige dans le plan de polarisation primitif; ce dont je m'aperçois quand elle n'imprime plus aucune polarisation nouvelle à la lumière incidente : puis je tourne l'anneau sur son plan de 45°, et je fixe la seconde moitié de la lame de la même manière, en recevant la lumière transmise par un des points où les lames ne se croisent pas. Ces conditions établies, je laisse ce système exposé perpendiculairement au rayon polarisé qui a servi pour le régler, et j'analyse la lumière transmise, en me servant d'un prisme rhomboïdal achromatique, dont la section principale soit dirigée dans le plan primitif de polarisation. On trouve alors que la teinte extraordinaire est constante, quelque position que l'on donne aux lames en les tournant dans leur plan. L'intensité et la couleur de cette teinte sont les mêmes qu'aurait données une seule des deux lames dans l'azimut de 45°, comme on peut s'en assurer facilement en écartant un peu le rayon visuel du point où les lames se croisent.

Les teintes données par les lames égales et croisées à 45° ne sont pas seulement constantes sous l'incidence perpendiculaire; elles le sont encore sous toutes les incidences et dans tous les azimuts, pourvu que le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière ait sa section principale parallèle ou perpendiculaire au plan du méridien.

Mais si l'on tourne le rhomboïde dans son plan, en laissant toujours sa première surface perpendiculaire aux rayons incidens, on voit les teintes des deux faisceaux se mêler d'une manière fort compliquée : la complication augmente encore, si les lames, au lieu d'être égales, sont inégales en épaisseur, et elle change suivant l'angle sous lequel elles sont croisées : néanmoins toute cette difficulté n'est qu'apparente; car, puisque nous avons trouvé que la lumière, après avoir traversé les deux lames, est généralement partagée en quatre

faisceaux, dont nous avons déterminé les sens de polarisation, et les intensités propres, il est bien facile de déterminer la manière dont ces faisceaux se diviseront en tombant perpendiculairement sur la face naturelle d'un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale fera un angle connu avec la direction de la polarisation de chaque faisceau. Si nous nommons α l'azimut de la section principale du cristal par rapport au plan de polarisation primitif, cela ne changera rien aux coefficiens qui expriment les intensités propres des faisceaux; seulement la portion que chacun d'eux abandonnera à l'une ou à l'autre réfraction dépendra de l'angle que sa direction de polarisation formera avec la section principale du rhomboïde. Ainsi il n'y a qu'à diminuer de α tous les angles contenus sous les signes de sinus et de cosinus, et mettre, au lieu du terme constant A, $A \cos^2 \alpha$ dans le rayon ordinaire, et $A \sin^2 \alpha$ dans le rayon extraordinaire; de cette manière on aura

$$F_o = A\cos^2\alpha + (O'-A)\cos^2(2i-\alpha) + (O-A)\cos^2[2(i+a)-\alpha)]$$
$$+ \tfrac{1}{2}(E+E'-O-O'+2A)\cos^2(2a-\alpha),$$
$$F_e = A\sin^2\alpha + (O'-A)\sin^2(2i-\alpha) + (O-A)\sin^2[2(i+a)-\alpha)]$$
$$+ \tfrac{1}{2}(E+E'-O-O'+2A)\sin^2(2a-\alpha).$$

Si les deux lames sont égales entre elles et croisées sous l'angle de 45°, on a de nouveau $a = 45°$, $O' = O$, $E' = E$, et la valeur de F_e devient

$$F_e = A\sin^2\alpha + (O-A)\sin^2(2i-\alpha) + (O-A)\cos^2(2i-\alpha)$$
$$+ (E-O+A)\cos^2\alpha;$$

En réunissant les termes susceptibles de réduction, A disparaît, et il reste $F_e = O + (E-O)\cos^2\alpha$,
ou bien $F_e = O\sin^2\alpha + E\cos^2\alpha$.

La valeur de F_e est donc précisément la même qu'elle serait si la lumière ne traversait qu'une seule lame dont l'axe serait situé dans l'azimut de 45°. Le rayon extraordinaire F_e donnera la teinte E séparée de l'autre quand α sera nul, c'est-à-dire, quand la section principale du rhomboïde sera dans le méridien : au contraire, il donnera la teinte O lorsque cette section principale sera perpendiculaire au méridien, ce qui suppose

$\alpha = 90°$; enfin il passera par le blanc dans la position intermédiaire du rhomboïde, où l'on aura $\alpha = 45°$. De plus, comme l'azimut i de la première lame a disparu de la formule, on voit que la position des lames autour du rayon polarisé n'influera pas sur le phénomène, et qu'ainsi on ne changera nullement les teintes en tournant le système dans son plan d'une manière quelconque. J'ai vérifié par l'expérience ces indications du calcul, et j'ai trouvé qu'elle les reproduisait très-exactement. Il serait également facile de démontrer directement l'expression de F_e, en appliquant nos raisonnemens généraux au cas de $a = 45°$.

Après avoir ainsi tiré de la formule tout ce qu'elle peut donner de général et d'indépendant de A, examinons les valeurs que ce coefficient doit prendre dans quelques cas particuliers. Deux surtout sont très-dignes d'attention ; ce sont ceux dans lesquels les axes des deux lames sont parallèles ou croisés à angles droits.

Dans le premier, a est nul, et il vient

$$F_o = \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 4A)\cos^2\alpha + (O + O' - 2A)\cos^2(2i - \alpha)$$

$$F_e = \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 4A)\sin^2\alpha + (O + O' - 2A)\sin^2(2i - \alpha)$$

Ces expressions de F_o et de F_e sont les mêmes que pour une seule lame, dont l'axe serait dirigé dans l'azimut $2i$. Cela est vrai en effet : car, selon ce que nous avons vu plus haut, le rayon émergent peut en général être réparti sur quatre directions de polarisations possibles, savoir : o ; $2i$; $2(i + a)$; $2a$, qui, dans le cas actuel, deviennent o ; $2i$; $2i$; o, c'est-à-dire, se réduisent à deux distinctes, o et $2i$, de même que pour une seule lame.

Quant à la valeur de A, qui convient à ce cas particulier, il faut la conclure des teintes O″, E″, qui, après avoir traversé le système, conservent ou perdent leur polarisation primitive. Or, l'expérience fait voir que, si les lames superposées exercent des actions de même nature, toutes deux attractives, ou toutes deux répulsives, la teinte E″ est la même que pour une seule lame de même nature qu'elles, mais égale à la somme de leurs épaisseurs ; et si, au contraire, les actions des deux lames sont de nature opposée, l'action du système est

celle d'une seule lame égale à leur différence. Donc, pour déterminer E″, il faudra évaluer les teintes E, E′, en parties de la table de Newton ; et si les deux actions sont de même nature, on prendra pour E″ la teinte indiquée par leur somme : si elles sont de nature contraire, on prendra pour E″ la teinte indiquée par leur différence ; de cette manière, on aura aussi O″, puisqu'il est le complément de E″, et ensuite on fera

$$(E + E' - O - O' + 4A) = O''; \qquad O + O' - 2A = E'',$$

d'où l'on tire

$$F_o = O'' \cos^2 \alpha + E'' \cos^2 (2i - \alpha)$$
$$F_e = O'' \sin^2 \alpha + E'' \sin^2 (2i - \alpha),$$

de même que pour une seule lame.

Si, au contraire, les axes sont croisés à angles droits, α devra être fait égal à 90°, et la formule générale deviendra

$$F_o = \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 4A)\cos^2 \alpha + (O + O' - 2A)\cos^2(2i - \alpha)$$
$$F_e = \tfrac{1}{2}(E + E' - O - O' + 4A)\sin^2 \alpha + (O + O' - 2A)\sin^2(2i - \alpha).$$

Ces expressions sont encore les mêmes que pour une seule lame placée dans l'azimut i. En effet, dans ce cas, les quatre sens de polarisation possibles se réduisent à 0 ; $2i$; $180 + 2i$, 180 ; de sorte qu'il y en a encore deux qui se confondent avec les deux autres, les molécules lumineuses s'y trouvant seulement retournées point pour point, ce qui, à cause de leurs propriétés symétriques, ne change pas la manière dont elles se comportent dans les réfractions suivantes. Mais ici la valeur du coefficient A est différente de ce qu'elle était précédemment.

En effet, dans le cas actuel, l'expérience démontre que, si les actions des lames superposées sont de même nature, toutes deux attractives ou toutes deux répulsives, la teinte E″ est la même que pour une seule lame égale en épaisseur à leur différence. Si elles sont de nature contraire, la teinte E″ est la même que pour une seule lame égale à leur somme. Ce cas est, comme on voit, l'inverse du précédent ; mais on pourra de même, avec la table de Newton, y déterminer la teinte E″, et par suite O″, quand on connaîtra les teintes élémentaires E E′, et la nature des deux lames superposées. Alors on aura F_o et F_e par les mêmes formules qui servent pour une seule lame.

Pour vérifier ces divers résultats par l'expérience, il faut opérer comme je l'ai dit plus haut en parlant des lames croisées à 45°; mais il est nécessaire de mettre un grand soin à diriger les axes des deux lames exactement dans les angles convenables; sans quoi les teintes ne seraient pas telles que je viens de les marquer. Comme ce genre d'observation est très-important par les nombreuses conséquences qui en dérivent, j'en rapporterai ici quelques exemples.

Je place sur l'appareil deux lames de chaux sulfatée déjà étudiées précédemment : je les nommerai A et B. Je les dispose de manière que leurs axes se trouvent à angles droits, et je les présente d'abord perpendiculairement au rayon polarisé.

La lame A, considérée seule, polarise dans l'azimut $2i$ l'indigo du troisième ordre. Son épaisseur, mesurée au sphéromètre, et réduite à l'échelle de Newton, est exprimée par 14,25

La lame B polarise un vert bleuâtre intermédiaire entre le bleu et le vert du second ordre, son épaisseur est..... 9,35

Différence.... 4,90

Suivant la table donnée par Newton, et rapportée page 77, cette différence répond un peu au-dessus de l'orangé du premier ordre, entre l'orangé et le jaune pâle, mais beaucoup plus près du premier; car l'orangé du premier ordre est représenté par 5,16, et le jaune par 4,6. En effet, le système de nos deux lames, exposé perpendiculairement au rayon blanc polarisé, donne pour F_e un orangé légèrement jaunâtre, et ne dévie que cette espèce de teinte dans tous les azimuts, précisément de la même manière, et suivant les mêmes lois que si les deux lames étaient réduites à une seule, qui polariserait cette même teinte dans l'azimut $2i$.

Mais comment savoir si cet orangé est réellement celui du premier ordre, ou un autre orangé? Car, bien que toutes les teintes des anneaux soient composées, il en est qui se ressemblent assez dans les différens ordres pour que l'œil les

confonde aisément. Afin de résoudre cette question, nous allons incliner le système de nos lames sur le rayon polarisé, en dirigeant un de leurs axes dans l'azimut du plan d'incidence; et, par les variations de leurs teintes, nous jugerons avec certitude de l'ordre d'anneaux qu'elles polarisent sous l'incidence perpendiculaire, car la succession des nuances est très-différente dans les différens ordres d'anneaux. Il faut faire cette expérience dans l'azimut de 45°, où les variations de teintes sont les plus étendues, comme je l'ai fait voir dans nos premières recherches. En voici les résultats observés sous deux incidences différentes : la première, d'environ 45°, à partir de la perpendiculaire; la seconde, plus forte de quelques degrés. Je n'ai point cherché à mettre de la rigueur dans les évaluations de ces incidences; il suffit à notre objet que l'une fût plus grande que l'autre. La lumière transmise est analysée au moyen d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est fixée dans le plan de polarisation primitive du rayon incident, comme je l'ai expliqué plus haut. Le résultat est le même quand on analyse la lumière par la réflexion d'une glace convenablement inclinée.

Azimut du plan d'incidence du rayon sur la lame.	Incidence du rayon sur la lame évaluée approximativement.	Azimut de l'axe de la lame A avec la trace du plan d'incidence sur sa surface.	F_o. Rayon ordinaire observé à travers le rhomboïde.	F_e. Rayon extraordinaire observé à travers le rhomboïde.
45°	45°		Bleu céleste violacé : minimum.	Blanc sensiblement jaunâtre : maxim.
		22° 30′	Blanc sensiblem.	Jaune.
		45	Blanc.	o
		77 30	Blanc sensiblem.	Rouge-brun.
		90	Blanc jaunâtre : minimum.	Violet rougeâtre : maximum.
	plus forte	o	Violet extrêmement sombre : minimum.	Blanc sensiblem. : maximum.
		22° 30′	Blanc violacé.	Jaune.
		45	Blanc.	o
		77 30	Blanc jaunâtre.	Pourpre sombre et violacé.
		90	Jaune : minimum.	Bleu : maximum.

D'après ce tableau, on voit d'abord que les intensités des deux rayons ordinaire, extraordinaire, ont varié par les mêmes périodes et suivant les mêmes lois que pour une seule lame. On remarque ensuite que les teintes parcourues par le faisceau extraordinaire F_e sont celles qui précèdent ou qui suivent l'orangé du premier ordre dans le premier et le second ordre d'anneaux. Ainsi, la teinte orangée, déviée par le système des deux lames, sous l'incidence perpendiculaire, était bien réellement l'orangé du premier ordre, comme la différence de leurs épaisseurs l'annonçait. En troisième lieu, lorsque l'axe de la lame A, la plus forte des deux, s'est abaissé sur le rayon polarisé, la teinte du faisceau F_e a monté dans l'ordre des anneaux comme si le système des deux lames fût devenu plus mince; et au contraire, lorsque le même axe s'est trouvé perpendiculaire au plan de réflexion, les teintes de ce faisceau ont descendu dans l'ordre des anneaux, comme si le système des deux lames fût devenu plus épais. Ce phénomène est facile à concevoir d'après l'action opposée des deux axes. Lorsque l'axe de la lame A se trouve incliné dans le plan d'incidence, l'axe de la lame B se trouve dans le plan perpendiculaire; par cette disposition, l'action polarisante de la première lame s'affaiblit, celle de la seconde augmente; et comme la première est la plus forte, leur différence diminue, ce qui produit le même effet que si le système des deux lames croisées devenait plus mince. Au contraire, lorsque l'axe de la lame A se trouve perpendiculaire au plan d'incidence, l'axe de la lame B se trouve dans ce plan. Par cette disposition, l'action de la première lame augmente comme si elle devenait plus épaisse; celle de la seconde diminue comme si elle devenait plus mince; l'excès de la première sur la seconde se trouve donc augmenté, et le système des deux lames croisées agit comme une lame plus épaisse. Enfin, ces augmentations et ces diminutions opposées, conspirant toujours pour augmenter ou diminuer, dans le même sens, l'action du système, les variations des teintes doivent être plus étendues qu'elles ne le seraient naturellement pour une seule lame qui aurait polarisé la même teinte sous

l'incidence perpendiculaire ; et c'est aussi ce que l'expérience confirme. En effet, d'après la table que nous avons construite page 380, une simple lame qui polarise l'orangé du premier ordre sous l'incidence perpendiculaire ne peut, même lorsqu'on la place dans l'air sous les plus grandes incidences, monter que jusqu'au jaune pâle, et descendre jusqu'au rouge brun du premier ordre ; tandis que le système des lames croisées, exposé au rayon incident sous des incidences beaucoup moindres, a monté jusqu'au blanc parfait du premier ordre, et est descendu jusqu'au bleu du second.

Ces phénomènes n'exigent point que les lames se touchent ; ils sont les mêmes à toute distance. Voici d'autres exemples analogues, pris dans des ordres d'anneaux différens.

Je choisis deux autres lames C et D, dont la première, sous l'incidence perpendiculaire, polarise une teinte intermédiaire entre le rouge ponceau du second ordre et le pourpre du troisième : son épaisseur, réduite à l'échelle de Newton, est 13

Je la croise à angles droits par la lame D, qui, sous l'incidence perpendiculaire, polarise le vert jaunâtre du troisième ordre : son épaisseur est 10

Différence 3

Cette différence répond un peu au-dessus du blanc du premier ordre, en tirant un peu vers le blanc bleuâtre ; car le blanc est représenté dans la table par 3,4, et le bleu par 1,55. En effet, le rayon extraordinaire est blanc, et dans l'azimut de 45°, où il est séparé du rayon ordinaire, celui-ci ne renferme plus qu'un violet sombre presque imperceptible.

De nos deux lames, C est la plus forte. Je place son axe dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé, les deux lames restant toujours posées l'une sur l'autre. Par ce moyen, C s'affaiblit, et D augmente. Par conséquent, leur différence diminue ; aussi les couleurs montent-elles dans l'ordre des anneaux, comme si le système devenait plus mince.

Le rayon extraordinaire arrive au bleu du premier ordre, au violet, et même au noir; alors il est nul, et le rayon ordinaire est blanc.

Au contraire, je place l'axe de D dans l'azimut de 45°, et je l'incline à son tour sur le rayon polarisé; alors D diminue, et C augmente; par conséquent leur différence augmente; aussi les couleurs du rayon extraordinaire descendent-elles dans l'ordre des anneaux, comme si le système devenait plus épais. Il arrive ainsi jusqu'à l'orangé et au rouge brun du premier ordre, tandis que le rayon ordinaire devient violet, bleu, et enfin presque blanc.

Dans la même série d'expériences, de laquelle j'ai extrait ces lames, j'en avais une, E, que le sphéromètre avait indiquée comme presque exactement égale à D, dont nous venons de faire usage : je fus curieux de les combiner. D'après des mesures prises précédemment, les épaisseurs de ces deux lames étaient

NUMEROS des lames.	Épaisseur réduite à l'échelle de Newton.	Teinte que la lame polarise.
E	.....10,1	Jaune verdâtre du 2e ordre.
D	.....10	Vert jaunâtre du 2e ordre.
	Différence.. 0,1	

La différence 0,1 est presque insensible; et, à ce degré de petitesse, elle tombe dans les limites des erreurs dont les mesures sont susceptibles. Ici l'observation des teintes devient plus minutieusement exacte que le sphéromètre même; car elle montre qu'il existe une petite inégalité entre ces lames, puisque la première donne un peu plus de jaune, la seconde un peu plus de vert. En effet, en croisant ces deux lames à angles droits, le rayon extraordinaire se trouve presque insensible; cependant, on y découvre encore une faible lueur violacée, ce qui est en effet la première espèce de rayon qui commence l'ordre des anneaux.

Je mets l'axe de D dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé ; par ce moyen, D diminue, et E augmente : leur différence augmente donc aussi. En effet, le rayon extraordinaire descend dans l'ordre des anneaux ; il passe au bleu du premier ordre, et de là presqu'au blanc ; tandis que le rayon ordinaire, qui était blanc d'abord, passe au jaune et à l'orangé.

Au contraire, je mets l'axe de E dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé ; alors E s'affaiblit, et D augmente ; leur différence, qui était originairement fort petite, devient donc nulle, et ensuite négative. Aussi le rayon extraordinaire, qui d'abord était violet, s'affaiblit encore de plus en plus, devient enfin nul, quand les actions des deux lames sont égales, et ensuite, reparaissant de nouveau quand la lame D est devenue prépondérante, parcourt de nouveau les mêmes anneaux dans un ordre contraire, en descendant du violet au bleu, et enfin au blanc du premier ordre, tandis que le rayon ordinaire, qui d'abord était blanc, perd successivement ces rayons.

Ici la variation des teintes indiquait encore une légère différence dans les épaisseurs des deux lames ; différence qui, malgré sa petitesse, n'avait pas échappé au sphéromètre. Pour combiner ainsi des lames parfaitement égales, j'en ai enlevé une, avec un grand soin, d'un cristal bien pur ; elle polarisait le pourpre rouge, intermédiaire entre le second ordre et le troisième. J'ai cassé cette lame en deux par ses joints naturels, et j'ai placé les deux fragmens sur l'appareil en les croisant à angles droits. Alors j'ai tourné le système dans tous les azimuts, en maintenant toujours l'incidence perpendiculaire ; il n'a pas donné le moindre signe de polarisation : c'est ce que j'ai éprouvé sur les deux fragmens dont je viens de parler, et sur beaucoup d'autres. Même, quand les lames sont très-minces, on peut incliner considérablement l'axe de l'une ou de l'autre dans tel azimut que l'on voudra, sans que le système produise aucune polarisation sensible ; néanmoins, si on place l'un des axes dans l'azimut de 45°, ce qui est

la position la plus influente où on puisse les mettre, et si on l'incline ensuite beaucoup sur le rayon incident, on finit par apercevoir un rayon extraordinaire, qui peu à peu descend dans l'ordre des anneaux à mesure que l'inclinaison augmente, précisément comme si le système des deux lames croisées devenait plus épais, c'est-à-dire que d'abord ce rayon est d'un violet très-faible, puis bleu, blanc, jaune, etc. Quand les lames sont assez minces pour donner par elles-mêmes des faisceaux colorés, ce rayon n'est sensible que dans les plus grandes inclinaisons de l'axe que l'on a ainsi abaissé; c'est pour cela qu'il est le plus sensible lorsque cet axe est dans le plan d'incidence même; mais si on remonte celui-ci, en tournant la lame dans son plan, sans changer l'inclinaison, le rayon extraordinaire remonte peu à peu dans l'ordre des anneaux, comme il avoit d'abord descendu; il devient nul quand l'axe est suffisamment remonté, et ne redevient plus visible ensuite, que lorsqu'en continuant de tourner le système, on a fait descendre au même point l'axe correspondant de l'autre lame: après quoi, en abaissant cet axe comme on avait fait l'autre, le rayon extraordinaire reparaît de nouveau comme auparavant. Ainsi, dans cette expérience, on peut faire tour-à-tour dominer tel ou tel axe, et telle ou telle lame, l'antérieure ou la postérieure, uniquement par le changement d'inclinaison. On verra plus loin, par la théorie, la raison de tous ces phénomènes, et nous parviendrons même ainsi, pour chaque système de lames, à prédire, par le calcul, l'incidence sous laquelle la polarisation doit commencer à se manifester.

Pour faire ces expériences avec exactitude, il faut employer un rayon bien exactement polarisé; il faut de plus que le prisme rhomboïdal achromatique, qui sert pour analyser la lumière, soit bien fixé dans une position telle, que le rayon extraordinaire direct y soit tout-à-fait nul; car, sans cela, on attribuerait à l'interposition de la lame ce qui viendrait de la seule action du rhomboïde: enfin, il faut employer une lumière qui ne soit pas trop vive; car, si l'on employait,

par exemple, un rayon solaire, alors, outre la lumière régulièrement réfléchie par la glace polarisante, il s'en trouverait aussi une quantité très-sensible qui serait réfléchie irrégulièrement; et c'est même par cette lumière dispersée que tous les corps les plus polis deviennent visibles dans la chambre obscure; or, cette lumière n'étant point polarisée comme l'autre, donnerait des images blanches en traversant les lames, ce qui troublerait toute l'exactitude des observations.

Enfin, j'ai voulu voir si les mêmes propriétés se soutiendraient dans tous les ordres d'anneaux : j'ai donc pris dans la même série une lame F, plus épaisse que les précédentes, car elle atteint presque la limite de la polarisation complète; la teinte qu'elle polarise se trouve intermédiaire entre le bleu verdâtre et le rouge pâle du sixième ordre : son épaisseur, réduite à la table de Newton, est de 39,3

Je l'ai croisée à angles droits par la lame D, dont l'épaisseur, réduite de la même manière, est, comme on l'a vu plus haut..... 10,0

Différence..... 29,3

Cette différence répond au bleu verdâtre du cinquième ordre : en effet, le rayon extraordinaire, observé sous l'incidence perpendiculaire, est bleu verdâtre; le rayon ordinaire est rouge pâle, mais l'un et l'autre sont incomparablement plus colorés qu'auparavant, parce qu'ils sont montés d'un rang tout entier dans l'ordre des anneaux.

Je mets l'axe de F dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé. Alors, l'axe de D se trouve perpendiculaire au plan d'incidence. Par conséquent, l'action de F diminue, celle de D augmente; leur différence devient donc moindre. Aussi, le rayon extraordinaire monte-t-il au bleu verdâtre plus décidé, et de là au rouge et au rouge jaunâtre; ce qui est l'ordre des anneaux quand les lames deviennent plus minces. La lame F toute seule, placée dans les mêmes circonstances, n'aurait monté d'elle-même que jusqu'au bleu verdâtre plus décidé : il faut l'influence opposée de la lame D

pour la faire monter au rouge et au rouge jaunâtre ; tout cela est conforme à nos précédens résultats.

Ces expériences me paraissent établir avec certitude la propriété que j'ai annoncée, savoir : si l'on croise deux lames de même nature, de manière que leurs axes soient rectangulaires, et si on les présente sous l'incidence perpendiculaire à un rayon polarisé, elles agiront sur lui comme ferait une seule lame, égale à la différence de leurs épaisseurs : si on les incline sur le rayon, elles conserveront aussi les mêmes périodes qu'une semblable lame dans leurs changemens d'intensité ; mais les variations de leurs teintes seront plus étendues. On observe le même phenomène avec les lames de mica ou de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe. Pour qu'il se produise, il n'est pas nécessaire que les lames superposées se touchent ; il a lieu de même à toute distance.

Ce résultat nous conduit à une conséquence bien remarquable, qui pourra lui servir d'épreuve. Puisque la loi précédente nous paraît subsister dans tous les ordres d'anneaux, elle doit s'étendre à toutes les épaisseurs où la polarisation mobile subsiste, quoique l'on ne puisse plus y apercevoir de couleurs; car, en quoi ces épaisseurs diffèrent-elles, sinon en ce qu'elles correspondent à des anneaux plus composés ? Ainsi, en croisant de pareilles lames à angles droits, si elles sont de même nature, ou en rendant leurs axes parallèles, si elles sont de nature contraire, elles doivent donner également des faisceaux colorés, lorsque la différence de leur épaisseur est plus petite que l'épaisseur qui donne des rayons blancs. C'est en effet ce qui a lieu ; et cette expérience, à laquelle j'ai été directement conduit par les résultats précédens, m'a servi à établir complètement les lois que j'ai exposées page 380. Je les ai vérifiées sur toutes sortes de cristaux.

J'ai vu ainsi que la polarisation mobile s'étend à des profondeurs beaucoup plus considérables que la simple observation des lames minces n'aurait pu le faire croire ; car j'ai développé les couleurs des faisceaux par le croisement, dans des morceaux de cristal de roche parallèles à l'axe, qui avaient

presque quatre centimètres d'épaisseur, et qui seuls ne donnaient que des images parfaitement blanches, et égales en intensité ; mais combinés à angles droits, ils faisaient paraître à volonté toutes les teintes dans le rayon extraordinaire. Ces teintes, comparées dans leur succession et leurs changemens avec les anneaux formés sur les corps minces, ont toujours confirmé le résultat établi par nos premières recherches, savoir, que la partie du rayon incident, qui perd sa polarisation primitive, suit l'ordre des anneaux réfléchis, tandis que la partie du même rayon qui la conserve suit les périodes d'intensité et de teinte des anneaux transmis : mais ici ce résultat se trouve établi pour des plaques d'une grande épaisseur, au lieu que mes premières expériences n'en démontraient matériellement l'existence que pour des lames d'une épaisseur limitée, et nécessairement fort petite. Pour indiquer ici une analogie qui me servira d'autorité aussi-bien que d'exemple, c'est ainsi que Newton, dans son Optique, a commencé par fonder la théorie des accès sur les réflexions et les transmissions de la lumière à travers les lames minces, et l'a ensuite confirmée en l'appliquant à des plaques épaisses d'un quart de pouce, et davantage, dans lesquelles il trouva le moyen de rendre les différences des anneaux sensibles, et de la grandeur indiquée par le calcul, quoique les molécules lumineuses, en traversant ces plaques, éprouvassent leurs accès alternatifs plusieurs centaines de fois, et même plusieurs milliers de fois.

L'opération du croisement des axes est la plus directe et la plus simple que l'on puisse employer pour reconnaître si un cristal est attractif ou répulsif. Il ne faut qu'en tailler une lame à faces parallèles, l'exposer perpendiculairement à un rayon polarisé, la croiser avec une plaque de chaux sulfatée, de cristal de roche, ou de toute autre substance dont la nature d'action est connue, et enfin, analyser le faisceau transmis au moyen d'un prisme de spath d'Islande achromatique. Si l'on obtient des couleurs en croisant les axes à angles droits, les deux cristaux superposés exercent des actions de même nature ; si l'on en obtient en rendant leurs axes parallèles,

leurs actions sont de nature opposés. Cette épreuve n'exige pas que les deux plaques soient taillées parallèlement à l'axe de leur cristal, ni même qu'elles le soient dans une direction semblable. Il suffit que l'on connaisse dans chacune d'elles la direction de la section principale, afin de savoir dans quel sens l'axe est placé (1).

Mais la similitude des coupes devient nécessaire lorsqu'on veut comparer les intensités des actions en même temps que leur nature. Alors les intensités sont réciproques aux épaisseurs qu'il faut donner aux deux plaques superposées pour que leur compensation soit parfaite, c'est à-dire, pour que le rayon transmis, à travers leur ensemble, ait repris entièrement sa polarisation primitive. On ne parviendrait pas aisément à cette égalité par la seule expérience; mais il suffit d'en approcher dans les limites de la table de Newton. En effet, concevons qu'une épaisseur e d'un certain cristal, étant combinée avec une épaisseur e' de chaux sulfatée, l'une et l'autre parallèles à l'axe, le système donne une teinte extraordinaire qui répond au nombre n dans la table de Newton. Il en résultera que l'épaisseur e' est trop forte ou trop faible; et en inclinant le système, on saura lequel de ces cas a lieu. Supposons que ce soit le second. Il n'y aura qu'à réduire le nombre n de la table de Newton en millimètres, ou en parties du sphéromètre, au moyen du facteur qui convient aux lames de chaux sulfatée; et si l'épaisseur qui en résulte est ε', $e'+\varepsilon'$ sera l'épaisseur corrigée qui compenserait exactement l'épaisseur e de l'autre cristal; de sorte que l'intensité d'ac-

(1) Pour obtenir cette indication d'une manière commode, j'ai fait tailler plusieurs petites lames de cristal de roche, d'épaisseurs diverses, parallèlement à l'axe, dont la direction dans cette substance est indiquée par celle des aiguilles mêmes. Je me sers de ces lames pour produire des couleurs dans les autres cristaux que je veux éprouver; si je trouve qu'elles n'ont pas l'épaisseur convenable, je les croise avec quelque autre plaque de chaux sulfatée, dont je découvre ainsi l'axe, et, après avoir marqué sa direction sur cette plaque par un trait d'encre ou de quelque autre manière, j'en extrais toutes les lames dont j'ai besoin.

tion de celui-ci sera $\frac{c'+\varepsilon'}{e}$, celle de la chaux sulfatée étant 1. C'est ainsi que j'ai découvert le rapport que j'ai annoncé page 361, entre les intensités des forces polarisantes et les accroissemens de la vitesse du rayon extraordinaire.

Voici un exemple de cette méthode, appliqué à la baryte sulfatée. Les cristaux de cette substance sont des prismes droits rhomboïdaux, et l'axe de double réfraction est parallèle à la petite diagonale de leur base. Si l'on prend une plaque perpendiculaire aux arêtes d'un pareil prisme, et qu'on la combine avec une plaque de chaux sulfatée, on trouve que, pour obtenir des couleurs, il faut croiser les axes des deux plaques à angles droits. La double réfraction de la baryte sulfatée est donc de même nature que celle de la chaux sulfatée, par conséquent attractive.

Ayant un jour combiné deux de ces plaques, il se trouva que la teinte E, polarisée par le système dans l'azimut $2i$, et sous l'incidence perpendiculaire, était le bleu verdâtre du cinquième ordre; ce que je reconnus par les teintes qui se succédèrent après celle-là, en inclinant les plaques. Le sens de cette variation indiquait que la plaque de chaux sulfatée était trop faible; de sorte que, pour rendre la compensation parfaite, il aurait fallu augmenter son épaisseur d'une quantité capable de polariser le bleu verdâtre excédant. Or, d'après les expériences précédemment rapportées, nous savons que, dans la chaux sulfatée bien pure, l'épaisseur qui donne le bleu du second ordre est représentée par 36 parties de mon sphéromètre, tandis qu'elle l'est par le nombre 9 dans la troisième colonne de la table de Newton. Donc, le bleu verdâtre du cinquième ordre, qui, dans cette même table, est représenté par $29\frac{2}{3}$, le sera en parties du sphéromètre par 119. Maintenant, les épaisseurs des deux plaques étant mesurées, j'ai trouvé pour celle de baryte sulfatée 2409^p, et pour celle de chaux sulfatée, 2649^p, qui, jointes aux 119 précédentes, font 2768. Donc, si l'on prend pour unité l'intensité d'action de la chaux sulfatée, celle de la baryte sulfatée sera $\frac{2768}{2409}$ ou 1,149.

On peut supposer, dans ce rapport, la chaux sulfatée remplacée par le cristal de roche; les forces polarisantes de ces deux substances sont presque égales. Or, suivant les observations de Malus, rectifiées en ayant égard au sens des actions, les carrés des vitesses de la lumière dans ces deux substances sont:

Baryte sulfatée..... $V^2 = 2,712090 + 0,038073 \sin^2 U$

Cristal de roche.... $V^2 = 2,427913 + 0,030261 \sin^2 U$.

Le rapport des deux coefficiens de $\sin^2 U$ est $\frac{38073}{30261}$, ou 1,25, au lieu de 1,15, que les expériences de polarisations m'ont donné; et la différence peut très-bien être attribuée en partie aux observations de Malus, à cause de la petitesse des déviations dans les deux substances comparées.

La seule difficulté de ce genre d'expérience consiste dans les essais qu'il faut faire pour découvrir à peu près les épaisseurs qui se compensent. Mais, avec un peu d'habitude, on y parvient assez promptement. Voici quelques résultats obtenus de cette manière, ou déduits de la double réfraction:

Noms des cristaux.	Intensités des forces polarisantes.	Nature de l'action.
Chaux carbonatée (spath d'Isl.)..	17,750	répulsive.
Baryte sulfatée.....	1,250	attractive.
Strontiane sulfatée.....	1,070	
Chaux sulfatée.....	1,000	attractive.
Cristal de roche.....	1,000	attractive.
Béril.....	0,523	répulsive.

On voit que les forces polarisantes des diverses substances ont des intensités très-inégales. La chaux sulfatée et le cristal de roche, par exemple, sont très-faibles, comparativement à la chaux carbonatée; mais elles sont deux fois plus énergiques que le béril; et elles le paraissent bien plus encore quand on les compare à des plaques d'eau glacée: car celles-ci, lorsqu'elles sont limpides, exercent aussi des forces polarisantes régulières; mais très-faibles. J'ai vu de pareilles plaques, épaisses de plus de quinze millimètres, donner des couleurs quand on les croisait avec des plaques de chaux sulfatée d'un millimètre

d'épaisseur. Cette faiblesse des forces polarisantes paraît une conséquence naturelle d'une cristallisation un peu confuse; car, si les divers élémens qui composent une plaque sont disposés tous d'une manière parfaitement symétrique et semblable, leurs forces polarisantes s'ajouteront les unes aux autres, puisque leurs axes individuels seront parallèles; et les rayons lumineux, transmis à travers la plaque, éprouveront des modifications correspondantes à la somme totale des actions. Mais si la cristallisation est un peu confuse, il y aura toujours un certain nombre d'élémens dont les actions se détruiront mutuellement comme celles des plaques croisées de même nature, et l'effet définitif ne sera plus que l'excès des unes sur les autres. Nous approfondirons bientôt cette idée, en l'appliquant à de nombreuses expériences faites par M. Brewster, sur des substances d'une cristallisation imparfaite.

CHAPITRE VI.

Des Propriétés physiques que les molécules lumineuses prennent dans l'intérieur des cristaux.

En déterminant, par l'expérience, les lois de la polarisation mobile et successive que les molécules lumineuses éprouvent dans les lames de chaux sulfatée, nous avons trouvé que ces molécules, après être sorties des lames, étant transmises à travers un prisme rhomboïdal de spath d'Islande, s'y réfractaient, comme si, à leur sortie de la lame, elles se fussent trouvées exactement à la limite d'une de leurs oscillations ; de là nous avons dû conclure que le seul sens suivant lequel la particule oscille, au moment où elle est sur le point de sortir de la lame, lui communique déjà une propriété ou disposition physique qu'elle emporte avec elle dans l'espace, puisqu'elle la possède encore lorsqu'elle arrive au prisme rhomboïdal. Cette communication d'impressions permanentes, semblable à une véritable aimantation, est un fait si nouveau et si important, qu'il a besoin d'être appuyé et confirmé par d'autres exemples. Or, l'action de nos lames produit beaucoup d'autres phénomènes qui conduisent à la même conclusion.

Tels sont, par exemple, ceux de la continuation ou de la rétrogadation des teintes dans l'ordre des anneaux, lorsque les molécules lumineuses traversent successivement plusieurs lames de même nature ou de nature différente, dont les axes sont parallèles ou croisés à angles droits. Si les lames sont de même nature avec leurs axes parallèles, nous avons vu que la valeur définitive de la teinte E est la même que si les molécules lumineuses eussent traversé une seule lame continue, égale à la somme des épaisseurs. Or, d'après l'identité parfaite des teintes E avec les anneaux réfléchis, nous avons reconnu que les molécules pénètrent d'abord une telle lame à une cer-

taine profondeur e' avant d'y commencer leurs oscillations. Il faut donc qu'il n'en soit plus ainsi quand elles traversent une seconde lame, une troisième, ou un nombre quelconque, ayant leurs axes parallèles ; autrement, la somme de ces espaces e', croissant toujours avec le nombre des lames, finirait par produire une différence sensible dans le rapport de la teinte définitive avec l'épaisseur totale ; au lieu que la proportionnalité de ces deux élémens reste invariable, puisqu'en multipliant indéfiniment les divisions dans une même lame mince, il n'en résulte absolument aucune variation quelconque dans la teinte E qu'elle donne sous l'incidence perpendiculaire, comme je l'ai déjà annoncé plus haut, et comme je m'en suis soigneusement assuré. Il faut donc que les molécules lumineuses, après être sorties de la première lame, en retiennent quelque impression, ou disposition physique, qui les détermine ensuite à reprendre leurs oscillations dans la seconde lame, à une profondeur telle que cette condition soit satisfaite. Or, nous avons trouvé qu'en général les molécules, après leur sortie de ces lames, se réfractent de même que si elles avaient achevé leur dernière oscillation commencée. Considérant donc une quelconque d'entre elles, supposons qu'à l'instant où elle sort de la première lame, il manque une épaisseur ε pour qu'elle ait complètement terminé sa dernière oscillation : il faudra qu'en pénétrant la seconde lame, jusqu'à la profondeur ε, elle ne fasse que recevoir le complément des modifications que cette oscillation lui aurait données, et qu'ensuite elle se mette à osciller de nouveau, suivant les même lois. Car si cela a lieu, les nouvelles oscillations commenceront à partir de la même limite et de la même épaisseur qu'elles auraient atteinte, si la lame se fût continuée ; et ainsi les molécules, dans la suite de leurs mouvemens, se trouveront toujours précisément dans le même cas que si cette continuité avait eu lieu.

De plus, nous avons remarqué que, dans chaque lame, il y a deux sens d'oscillation possibles, l'un de 0 à $2i$ pour les molécules qui subissent la réfraction ordinaire ; l'autre, de 0 à $-2(90-i)$, pour celles qui subissent la réfraction ex-

traordinaire. Or, quand on superpose deux ou plusieurs cristaux épais, de manière que leurs sections principales soient parallèles, l'expérience prouve que les molécules réfractées ordinairement par le premier le sont de même par tous les autres. Donc, pour satisfaire à cet état définitif, il faudra que, dans les lames minces dont les axes sont parallèles, les mêmes particules lumineuses suivent toujours un même mode d'oscillation.

Considérons maintenant deux lames minces superposées ayant, comme tout-à-l'heure, leurs axes parallèles, mais dont les actions soient de nature opposée; il faudra alors que les modifications imprimées aux molécules lumineuses ne se continuent pas de la même manière, puisque l'on observe la différence des teintes au lieu de leur somme. Pour prendre d'abord un cas simple, supposons les actions des deux lames égales en intensité, et suivons, fig. 21, la marche d'une molécule lumineuse M, qui sorte de la première lame dans une des phases d'une oscillation impaire, l'épaisseur qui manque pour qu'elle l'achève étant ε. D'après ce qui a été démontré plus haut, la molécule se comportera dans la seconde lame comme si elle partait de la limite CX′, où la conduisait sa dernière oscillation; seulement il faudra fixer l'instant où elle partira de cette limite, de sorte que la condition de la différence des teintes soit satisfaite. Or, je dis qu'elle le sera, si la molécule ne part de CX′ dans la seconde lame qu'après l'avoir pénétrée jusqu'à la profondeur e', exactement comme si elle n'avait pas été modifiée par la première, ou plutôt comme si les modifications nouvelles qu'elle reçoit dans cette profondeur suffisaient pour neutraliser toutes celles que sa dernière oscillation dans la première lame lui avait communiquées. Car alors, si on la considère à un instant quelconque, son mouvement à partir de la limite CX′ sera exactement le même et de même nature qu'il était dans la première, à pareille profondeur, en partant de la limite CX. Or, dans celle-ci, elle a fini par une portion d'oscillation impaire qui la conduisait vers la limite CX′. Donc pareillement, dans la seconde lame, elle finira par une portion d'oscillation impaire qui la conduira vers la limite CX, qui est

celle de la polarisation primitive ; et par conséquent, après être sortie de la seconde lame, elle se conduira comme si elle avait repris cette polarisation. Si l'on suppose que la dernière oscillation non terminée dans la première lame soit paire, fig. 22, le même raisonnement s'appliquera encore, et le retour à la polarisation primitive aura encore lieu, si le départ des molécules dans la seconde lame se fait à la profondeur e'. Enfin, des considérations pareilles s'appliqueraient évidemment aux molécules lumineuses, qui, dans les deux lames, vont de 0 à $-2(90-i)$.

Ce premier cas bien analysé, donnons à la seconde lame une épaisseur quelconque E′ différente de la première, que je supposerai égale à E. Alors, si celle-ci est la plus faible, on pourra décomposer l'autre en $E+E'-E$. Lorsque les molécules lumineuses auront traversé cette seconde lame jusqu'à la profondeur E, elles se trouveront toutes, d'après ce qui précède, revenues à leur polarisation primitive. Ainsi, dans le reste de la lame, elles éprouveront le nombre d'oscillations dû à l'épaisseur $E'-E$, c'est-à-dire, à la différence des épaisseurs.

Si l'on voulait supposer la première lame plus forte que l'autre, il n'y aurait qu'à considérer que, d'après l'expérience, un tel système donne toujours les mêmes teintes sous l'incidence perpendiculaire, quelle que soit celle des deux lames que l'on présente la première au rayon incident. Ainsi, en le retournant, on retomberait sur les résultats du premier cas.

Maintenant, si nous voulons considérer des lames dont les axes, au lieu d'être parallèles, soient croisés à angles droits, nous trouverons ce cas complètement pareil au précédent. En effet, soit, fig. 23, CA l'axe de la première lame, CA′ celui de la seconde, et CX, CX′, les limites des premières oscillations. C'est une règle générale de la polarisation fixe, que, lorsqu'on croise à angles droits les sections principales de deux cristaux épais, le faisceau qui subit dans le premier la réfraction ordinaire subit dans l'autre l'extraordinaire, et réciproquement. Donc, pour satisfaire à cette condition définitive, il faut que la même inversion ait lieu dans la polarisation mobile,

c'est-à-dire que les molécules qui ont oscillé autour de l'axe CA de la première lame oscillent autour de la ligne perpendiculaire à l'axe de la seconde. Or, les deux axes étant croisés à angles droits, la direction de cette perpendiculaire coïncide avec l'axe de la première lame; ce qui nous conduit à des modes de mouvemens exactement pareils à ceux que nous venons de considérer; seulement les conditions des profondeurs seraient inverses, c'est-à-dire que, si les lames croisées sont de même nature, les molécules ne se mettront en mouvement dans la seconde qu'après avoir pénétré à la profondeur e'; et si les lames sont de nature contraire, le mouvement commencera à la profondeur ε', complément de la dernière oscillation.

Tous les faits, exactement analysés, nous conduisent donc à reconnaître l'existence de modifications physiques permanentes que les molécules lumineuses reçoivent en traversant nos lames minces. Toutefois, comme cette conséquence est déduite d'une discussion assez délicate, j'ai cherché des moyens moins détournés de la mettre en évidence, et la théorie même, qui lui sert de base, m'a fourni les preuves les plus simples pour l'établir directement, comme on va le voir.

Je commence par polariser un rayon par réflexion sur une glace. Supposons que sa direction de translation soit perpendiculaire au plan de la fig. 24, et soit CX son plan de polarisation.

Je transmets ce rayon à travers une plaque de chaux sulfatée, dont l'épaisseur e excède, et même excède beaucoup, $\frac{45}{100}$ de millimètre, afin qu'il n'en résulte pas d'images colorées. Je dispose cette plaque de manière qu'elle soit perpendiculaire au rayon polarisé, et que son axe de double réfraction CA fasse un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation CX.

D'après ma théorie, les molécules lumineuses, en entrant dans la plaque cristallisée, commencent par osciller de part et d'autre de son axe; et les limites de leurs oscillations CX, CX′ font avec cet axe des angles égaux. Ainsi, en supposant que la plaque ne soit pas assez épaisse pour produire la polarisation fixe sous l'incidence perpendiculaire, et il serait

difficile d'en trouver de telles, lorsque le rayon l'a traversée, une partie de ses molécules prend sa polarisation suivant CX'; ce sont celles qui achèvent une oscillation impaire : les autres, qui achèvent un nombre d'oscillations paires, se trouvent ramenées à leur polarisation primitive CX. Ici les lignes CX et CX' sont perpendiculaires l'une à l'autre, à cause de la direction de 45° que l'on a donnée à l'axe CA; de plus, l'épaisseur de la plaque excédant $\frac{45}{100}$ de millimètre, les oscillations mêlent assez les molécules de couleurs diverses pour que les deux faisceaux soient blancs.

Pour pouvoir étudier séparément chacun de ces faisceaux, je les transmets à travers une pile de lames de verres parallèles, composée de dix lames ou davantage, et inclinée sous l'angle qui produit la polarisation complète sur le verre. Lorsqu'on tourne cette pile de manière que le plan d'incidence soit dirigé suivant CX, le faisceau polarisé dans le sens CX est tout entier rejeté par les réflexions successives, et le faisceau CX' passe librement, sans éprouver de la part des glaces aucune action. Si, au contraire, on dirige l'incidence suivant CX', le faisceau polarisé dans le sens CX' est complètement rejeté, et il n'y a de transmis que le faisceau CX, sur lequel la pile n'agit point. On peut donc étudier séparément chacun de ces faisceaux; et en choisissant par exemple CX, on y découvre les propriétés suivantes :

1°. Si vous l'analysez par un prisme de spath d'Islande, ou par la réflexion sur une glace, vous lui trouvez tous les caractères d'un rayon polarisé suivant CX, tel que la réflexion sur une lame de verre le produirait naturellement.

2°. Si vous lui faites traverser des lames *minces* de chaux sulfatée, dont l'épaisseur soit moindre que $\frac{45}{100}$ de millimètre, il vous donnera des images colorées, tout comme ferait un rayon qui aurait été polarisé par une simple réflexion, et les teintes de ces images seront sensiblement les mêmes.

3°. En lui présentant ainsi des lames de chaux sulfatée de plus en plus épaisses, vous trouverez qu'il finit par donner des images blanches. En cela, il s'accorde encore avec un rayon polarisé par réflexion.

4°. Mais voici une différence capitale entre ces deux espèces de rayons. Quand on est arrivé à la limite d'épaisseur où les images sont blanches, on peut augmenter tant que l'on voudra l'épaisseur de la seconde plaque de chaux sulfatée, le rayon polarisé uniquement par la réflexion ne donnera plus jamais de couleurs; mais le faisceau CX, préparé par une première plaque, recommence de nouveau à en produire, quand l'épaisseur de la seconde plaque est comprise entre les limites $e - \frac{45}{100}^{mm}$; $e + \frac{45}{100}^{mm}$; e étant l'épaisseur de la première plaque qu'il a traversée d'abord. Pour que l'expérience réussisse, il faut que la seconde plaque soit placée parallèlement à la première, et que leurs axes soient dirigés à angles droits, conformément aux indications de la théorie.

On voit donc, par cette expérience, que le rayon transmis à travers une première plaque de chaux sulfatée, a acquis des impressions qu'il ne perd point ensuite, puisqu'avec la même direction d'axes que le rayon polarisé par réflexion sur une glace, il produit, dans certains cas, des phénomènes différens; et, d'après cela, on peut dire qu'un rayon qui a traversé une certaine épaisseur de cristal n'a reçu que l'espèce d'impression ou d'aimantation que cette épaisseur peut produire; au lieu que celui qui a été polarisé sur une glace est dans le même cas que s'il avait traversé une plaque de cristal d'une épaisseur infinie.

5°. Les choses étant disposées comme précédemment, si vous dirigez l'appareil sur une lumière directe, telle que la flamme d'une bougie, le faisceau CX, qui a traversé la première plaque de chaux sulfatée et la pile de glaces, ne vous offrira plus les propriétés que nous lui avions trouvées tout-à-l'heure; une fois qu'il aura cessé de produire des couleurs en traversant des lames minces de chaux sulfatée, il n'en reproduira jamais pour aucune épaisseur plus forte. Cependant, si on l'analyse, on le trouve de même polarisé tout entier suivant CX. Mais, dans ce cas, il n'a pas conservé, sans altération, les propriétés qui lui avaient été imprimées par la plaque. Car, lorsqu'il en est sorti, ses molécules n'étaient

pas polarisés dans une seule direction. Elles l'étaient au contraire dans tous les azimuts, comme celles de la lumière directe, ainsi que nous l'avons démontré page 335. C'est pourquoi elles n'ont pas échappé, comme la première fois, à l'action de la pile de glaces, et c'est cette pile qui a tourné leurs axes dans une direction commune en les réfractant. Ainsi, nous devons conclure de ce fait que la polarisation par réfraction communique aux particules lumineuses des impressions aussi complètes que celles que la réflexion sur une glace pourrait leur donner.

6°. En revenant au premier mode d'expérience où le rayon incident est préalablement polarisé, on pourrait être étonné que le faisceau blanc C X donnât des images colorées, quand on le transmet seul à travers une plaque de chaux sulfatée mince; tandis que les deux faisceaux C X et C X′ soumis ensemble à cette épreuve, sans l'interposition de la pile, ne donneraient que des images blanches. Cette différence est une suite de la théorie. En effet, soit, fig. 25, i l'azimut dans lequel on place l'axe C a de la lame mince, c'est-à-dire, l'angle que forme cet axe avec la polarisation primitive C X; le rayon C X, après avoir traversé cette lame, se résoudra en deux autres, l'un polarisé dans le sens C X, l'autre polarisé dans le sens C x', formant avec C a un angle i. Soit O la somme des molécules lumineuses qui forment le premier, E celles qui composent le second; les teintes O, E seront complémentaires l'une de l'autre, puisque leur ensemble forme le faisceau blanc C X. De même le faisceau blanc C X′ se résoudra en deux autres, l'un polarisé dans le sens C X′, l'autre dans le sens C x'', formant avec C a un angle $90° - i$. De plus, la teinte du premier sera encore exprimée par O, celle du second par E. Or, par cette disposition, les deux faisceaux composans, dont la teinte est O, sont polarisés à angles droits, l'un suivant C X, l'autre suivant C X′. Si donc on les transmet simultanément à travers un rhomboïde de spath d'Islande, de quelque manière qu'on tourne la section principale de ce rhomboïde, ils donneront toujours une image ordinaire et une extraordinaire de même teinte et d'une intensité constante. Pareille chose arrivera pour

les deux faisceaux C x', C x'', dont la teinte est E, avec cette différence que E exprimera les teintes des images ordinaires et extraordinaires qui en résultent. Par conséquent, si l'on transmet ces quatre faisceaux ensemble à travers un même rhomboïde, comme, avant de le traverser, leur translation se fait sur la même ligne droite, les images partielles qu'ils donnent se superposeront, deux à deux, dans la réfraction, et formeront deux images résultantes qui seront blanches, puisque O + E fait du blanc. Ce mélange n'a plus lieu quand on commence par exclure complètement un des faisceaux C X ou C X′ avant d'interposer la lame mince; voilà pourquoi la coloration des images partielles se laisse alors apercevoir.

7°. Dans cette dernière expérience, en plaçant toujours la lame mince de la même manière, les deux images données par chaque faisceau, suivant chaque direction C X ou C X′, sont complémentaires l'une de l'autre; c'est-à-dire que, si on analyse successivement les deux faisceaux, avec un même rhomboïde fixement placé, la teinte ordinaire F_o, donnée par C X′, est la même que la teinte extraordinaire F_e, donnée par C X, et réciproquement. Cette inversion n'a pas lieu quand on reproduit de nouveau les couleurs par le croisement d'une seconde plaque épaisse, comme dans le paragraphe 4. On trouve alors que les images colorées sont les mêmes et distribuées de la même manière, soit que l'on ait rejeté par l'interposition de la pile le faisceau C X ou le faisceau C X′ : c'est-à-dire, par exemple, que si l'on analyse la lumière transmise au moyen d'un prisme de spath d'Islande fixe, et que, dans le premier cas, on obtienne une image ordinaire verte et une image extraordinaire rouge, on aura précisément la même chose dans le second cas. Ce résultat est encore tout-à-fait conforme à la théorie. Pour faire voir comment il en dérive, représentons par C A, C A′, fig. 26, les axes des deux lames croisées, et supposons que leurs épaisseurs soient e e', ces quantités pouvant être quelconques. D'après ce que j'ai prouvé précédemment, lorsque les molécules lumineuses ont traversé, dans la seconde plaque, une épaisseur e égale à la première, elles se trouvent toutes

complètement ramenées à leur polarisation primitive CX, et elles partent de là pour continuer leurs oscillations, comme elles auraient fait dans une seule plaque dont l'épaisseur aurait été $e' - e$. Or, puisque le croisement des deux plaques e, $e + (e' - e)$, agit ainsi sur *toutes* les particules lumineuses des deux faisceaux CX, CX′, et les ramène *toutes* à la polarisation primitive CX, d'où elles partent ensemble pour recommencer leurs oscillations et donner de nouveau des couleurs, il importe peu que l'on exclue par la pile de glaces l'un ou l'autre des faisceaux blancs CX ou CX′; la nature des teintes données par le rhomboïde doit toujours rester la même; ce qui est conforme aux observations.

Toutes les expériences précédentes sur le croisement des axes ont été faites avec des lames à surfaces parallèles. J'ai voulu savoir si le croisement aurait toujours le même effet, en supposant que la lumière traversât des prismes dans lesquels les molécules lumineuses se partageraient certainement en deux faisceaux séparés et distincts, en vertu de la double réfraction. Pour cela, j'ai fait tailler une plaque épaisse de cristal de roche, parallèle à l'axe de cristallisation; puis, de cette plaque, j'ai fait extraire deux prismes coupés de manière que leurs angles réfringens fussent égaux, et que chacun d'eux contînt l'axe de cristallisation dans une de ses faces; mais avec cette différence, que l'un avait ses arêtes parallèles à cet axe, et l'autre les avait perpendiculaires. En superposant ces deux prismes de manière que leurs angles réfringens fussent tournés du même côté, fig. 27, il est facile de voir qu'ils devaient se correspondre, point pour point, avec des épaisseurs égales, mais avec des axes croisés à angles droits. Aussi le système de ces prismes ainsi disposés, étant présenté au rayon polarisé, produisit le phénomène de la polarisation mobile; et lorsque j'analysai la lumière transmise, elle se résolut en deux images colorées et complémentaires; ou plutôt, comme l'épaisseur en divers points des deux prismes était inégale, et graduellement croissante depuis leur partie la plus mince, il arrivait qu'au lieu d'apercevoir une seule teinte uniforme, comme dans nos lames de chaux sulfatée, on apercevait dans toute l'étendue des deux images une succession de bandes colorées

séparées par des intervalles qui devenaient, à volonté, blancs, colorés ou noirs, selon l'inclinaison que je faisais prendre au prisme par rapport au rayon incident. Les angles de ces prismes étaient d'environ 15°, ce qui donnait 30° pour l'angle réfringent de leur somme. Chacun d'eux, pris à part, réfractait doublement la lumière naturelle et la polarisait fixement, comme tous les autres cristaux de cette nature, c'est-à dire, le faisceau ordinaire parallèlement à l'axe, et le faisceau extraordinaire perpendiculairement : mais, lorsqu'ils étaient superposés, la séparation des images n'était plus visible, à cause de l'opposition de leurs axes, qui détruisait presque totalement l'effet de la double réfraction, comme on peut le voir en calculant la marche des rayons par les formules données dans notre 3e volume. J'ai répété l'expérience avec des prismes d'un plus grand angle encore, et elle a réussi de même; seulement, les bandes colorées ont été plus étroites et plus serrées, parce que la variation des épaisseurs était plus rapide. Ainsi, quoique dans ces prismes, la double réfraction imprimât à chaque faisceau émergent une polarisation fixe comme à l'ordinaire, cependant cette propriété n'était pas tellement stable, que l'action de l'autre prisme ne parvînt à la détruire et à la changer en oscillation. Cela n'aurait probablement pas eu lieu, si les prismes eussent eu des épaisseurs beaucoup plus grandes; mais il paraît que celles-là n'étaient pas suffisantes pour imprimer aux molécules lumineuses l'aimantation complète qui ne peut plus être compensée.

De là, je serais porté à conclure que les faisceaux qui les traversaient ne recevaient la polarisation fixe qu'au moment de leur émergence, par la même cause qui produisait alors leur séparation; et que, dans le système des prismes superposés, l'effet de ce genre, produit par la seconde surface du premier, était détruit par la première surface du second; de sorte que, après cette compensation, les molécules lumineuses se trouvaient ne posséder plus que les seules impressions qui leur avaient été communiquées progressivement, dans leur trajet à travers l'épaisseur du premier prisme, comme elles l'auraient

été par une même épaisseur de toute autre plaque, indépendamment de l'inclinaison de ses surfaces. Ce genre d'expériences paraît mériter d'être suivi, comme étant propre à nous faire connaître le passage de la polarisation mobile à la polarisation fixe, et l'influence de l'inclinaison des surfaces sur ce phénomène.

Revenant aux lames ou plaques cristallisées, à surfaces parallèles, nous avons trouvé que, lorsqu'elles sont traversées perpendiculairement par un rayon polarisé, les molécules lumineuses ne commencent à y osciller qu'après avoir pénétré à une certaine profondeur e'. Cette profondeur, quoique fort petite, est très-considérable relativement à la distance à laquelle agissent les forces réfringentes ordinaires, et ces dernières se sont déjà compensées bien avant que la molécule arrive à l'épaisseur e'; ceci est conforme avec les indications de plusieurs autres phénomènes où l'on peut comparer les deux genres de réfraction. Mais on peut aussi prouver d'une manière frappante que la même chose a lieu encore à la surface de sortie, et que, quand les molécules lumineuses s'y trouvent, elles sont tout-à-fait hors de l'action des forces qui produisent la réfraction extraordinaire dans l'intérieur du cristal. Elles en sont, dis-je, aussi éloignées que si elles en étaient à 100 mètres de distance. Pour prouver cette vérité, j'ai disposé un rayon polarisé SL, fig. 28, de manière qu'il tombât perpendiculairement sur une lame L de chaux sulfatée, et je me suis assuré que cette condition était remplie en dirigeant la lame de manière que le rayon réfléchi LR tombât sur la surface même, ou tout près de la surface AB, qui avait produit la polarisation. Dans ce cas, il s'opère deux réflexions sur la lame, l'une à sa première surface, l'autre à la seconde. La première ne donne qu'un rayon blanc, comme nous l'avons déjà constaté; et ainsi, à la distance où elle s'opère, les forces polarisantes du cristal n'ont pas d'action sensible. La portion de lumière qui a échappé à cette première réflexion se divise en deux genres de polarisation en traversant la lame; et quoique les deux faisceaux qui en résultent ne se séparent point, sous l'incidence per-

pendiculaire, ils sont cependant réfléchis chacun avec le genre de polarisation qu'ils ont acquise selon les lois de la double réfraction; par conséquent le faisceau réfracté ordinairement se réfléchit ordinairement, *et vice versâ*. Mais dans cette réflexion, il se passe un autre phénomène. Lorsqu'on analyse par un cristal la lumière réfléchie, on trouve qu'elle se divise en deux teintes, O′, E′, précisément comme si elle avait traversé deux lames parallèles, égales en épaisseur à la lame L. Cela ne peut pas se reconnaître sur le faisceau O′, qui reprend sa polarisation primitive, parce qu'il reste mêlé avec la lumière blanche réfléchie par la première surface, laquelle revient aussi avec son sens primitif de polarisation. Mais on s'en aperçoit sur la teinte du faisceau E′, dont les axes sont déviés par l'action de la lame; car il se trouve ainsi tout-à-fait séparé de l'autre, lorsque l'axe de la lame est tourné dans l'azimut de 45°; c'est-à-dire, forme un angle de 45° avec le plan de polarisation primitive du rayon incident. Alors on voit que ce faisceau réfléchi E′ diffère de la teinte du faisceau E, que la lame polarise par transmission, sous l'incidence perpendiculaire; et en rapportant ces deux teintes à la table de Newton, la première E′ se trouve toujours exprimée par un nombre double de E, comme si elle était donnée par une lame de l'épaisseur 2 L.

Par exemple, j'ai pris une lame de chaux sulfatée qui, réduite à l'échelle de Newton, a pour épaisseur 4,6 : vue par transmission dans l'azimut de 45°, sous l'incidence perpendiculaire, elle donne pour E le jaune du premier ordre. Le faisceau qui conserve sa polarisation primitive est un bleu très-faible et sombre. Mais en observant cette lame par réflexion sous l'incidence perpendiculaire, on a un rayon extraordinaire qui, au lieu d'être jaune, est d'un beau bleu céleste, et le rayon ordinaire est blanc légèrement jaunâtre. En effet, deux fois 4,6 font 9,2, qui répond au bleu du second ordre, bleu très-vif et très-lumineux.

J'ai pris une autre lame que je n'ai point mesurée, mais qui, sous l'incidence perpendiculaire, polarisait par transmission une teinte E, d'un jaune légèrement verdâtre. L'autre

faisceau était pourpre : je juge, d'après la teinte, que c'est le jaune du second ordre qui est représenté dans la table de Newton par $10\frac{1}{5}$. Cette lame, observée par réflexion, doit donner un rayon extraordinaire correspondant à l'épaisseur double, c'est-à-dire à $20\frac{4}{5}$: c'est donc le rouge bleuâtre du troisième ordre, au lieu du jaune du second. En effet, cela se trouve parfaitement conforme à l'expérience ; le rayon extraordinaire réfléchi s'est trouvé d'un rouge rose, espèce de teinte qui est particulière au rouge du troisième anneau. Tous les autres essais que j'ai pu faire se sont également accordés à cette loi.

Dans ces expériences, je ne pouvais voir que la teinte du faisceau réfléchi qui perdait sa polarisation primitive; l'autre faisceau, qui la conservait, se mêlait à la lumière blanche réfléchie par la première surface de la lame, et y produisait seulement une légère coloration. Je ne pouvais donc juger des teintes qu'isolément ; et quoique l'ensemble des expériences montrât avec évidence que le faisceau réfléchi E′ répondait à une épaisseur double, on aurait pu toujours élever des doutes sur la parfaite comparaison des teintes, et supposer qu'elles différaient plus ou moins de cette loi. Pour éloigner tout soupçon, j'ai placé derrière la lame, et parallèlement à sa surface, une glace étamée G G, qui en était éloignée d'un décimètre. Cette glace recevait donc aussi perpendiculairement les rayons transmis, et elle les renvoyait avec leur polarisation primitive, le tain ne faisant qu'augmenter l'intensité de la réflexion. En plaçant mon œil tout près de la lame de verre horizontale A B, qui produisait par sa réflexion le rayon polarisé, je pouvais voir à la fois et à côté les unes des autres, 1° l'image blanche réfléchie directement par la glace étamée ; 2° l'image réfléchie directement par la seconde surface de la lame de chaux sulfatée; 3° l'image de la lumière qui avait traversé une seule fois la lame, et que la glace étamée renvoyait à mon œil ; 4° enfin, la lumière qui, après avoir traversé une première fois la lame, et avoir été réfléchie par la glace, traversait encore la lame de nouveau. Or, en analysant cette dernière portion de la lumière qui avait traversé deux fois la lame cristallisée, on y découvrait un rayon E′, précisément de même

teinte que celui qui était renvoyé par la seconde surface de la lame elle-même ; par exemple, avec la dernière lame des expériences précédentes, les deux faisceaux E′ étaient également d'un rouge rose, sans que l'on pût apercevoir la plus légère différence entre eux. Mais de plus, comme les rayons divers qui les formaient traversaient la lame en des points différens, il arrivait que, dans le rayon réfléchi du dehors, on pouvait voir aussi le rayon ordinaire O′ qui était vert, au lieu que, dans la lumière réfléchie par la seconde surface de la lame, ce faisceau se confondait avec la lumière blanche que la première surface réfléchissait. Cette comparaison achève de prouver que la lumière réfléchie perpendiculairement par la seconde surface d'une lame de chaux sulfatée est modifiée comme celle qui traverse deux fois la lame après en être sortie, et par conséquent la réflexion ne s'opère à la seconde surface qu'après que la polarisation a cessé.

En admettant ce résultat, qui recevra encore d'autres confirmations, par les phénomènes de la réflexion sous les incidences obliques, on voit que le doublement des teintes, réfléchies sous l'incidence perpendiculaire, est un résultat nécessaire de la théorie des oscillations. De plus, puisque la seconde surface ne fait que renvoyer les molécules lumineuses sans changer la direction de leurs axes, on voit que la polarisation du faisceau réfléchi doit être dirigée exactement dans le même sens que celle du faisceau transmis, c'est-à-dire, dans l'azimut $2i$, si l'on nomme i l'angle formé par le plan de polarisation primitif des molécules incidentes avec l'axe de la lame cristallisée. Ainsi, lorsqu'on voudra analyser cette lumière réfléchie en se servant d'un prisme de cristal d'Islande, il faudra, pour que la séparation des teintes soit complète, placer l'axe de la lame de manière qu'on ait $i = 45°$; ce qui est en effet confirmé par l'observation.

CHAPITRE VII.

Examen théorique des phénomènes opérés sous les incidences obliques par les lames et les plaques parallèles à l'axe de cristallisation.

Les phénomènes dont il s'agit ici sont ceux que nous avons étudiés par la simple expérience dans le chapitre III. Ils se manifestent également, dans les lames minces et dans les plaques croisées, par les variations de la teinte E qu'elles enlèvent à la polarisation primitive, sous les incidences diverses, et dans les diverses positions où l'on place leur axe. Nous avons, dans le chapitre cité, formé les lois expérimentales de ces variations ; il faut maintenant les déduire de la théorie, et tâcher ainsi d'expliquer ce qu'elles offrent en apparence de compliqué ou de bizarre. Dans cette recherche, je suivrai la même marche que nous avons suivie alors ; j'examinerai premièrement les conditions qui limitent l'intensité des images, c'est-à-dire, qui les font s'évanouir ou reparaître ; nous étudierons ensuite les variations de leur couleur.

Pour résoudre la première question, et généralement pour concevoir les effets que produisent les lames et les plaques quand on les expose obliquement à un rayon polarisé, il faut savoir que toutes les surfaces réfringentes, même celles des corps non cristallisés, dévient les axes de polarisation des particules lumineuses qui les traversent sous des incidences obliques ; et cette déviation est complètement opérée avant que les molécules aient pénétré dans les lames assez profondément pour ressentir l'influence de leur cristallisation. La nouvelle direction d'axes qui en résulte est donc réellement celle à partir de laquelle les molécules commencent à osciller dans la lame. Pour savoir comment elles le font, il ne faut que traduire ici la règle générale que nous avons déduite plus haut de l'expé-

rience, page 370. Soit, fig. 29, M C S le plan de polarisation primitive du rayon S C. Je supposerai que c'est le méridien. Le plan d'incidence S C T coupe la surface de la lame suivant une ligne C T, qui est d'une grande importance dans ces phénomènes. Soit A l'azimut de ce plan, ou l'angle dièdre qu'il forme avec le méridien S C M; prenez dans le plan de la lame un angle oblique T C X égal à cet azimut : la ligne C X représentera la direction de la polarisation des molécules lumineuses, lorsqu'elles commencent à subir l'action de la lame, comme corps cristallisé. Tracez aussi dans le plan de la lame la direction C A de son axe, et nommez i l'angle A C T qu'il forme avec la trace C T du plan d'incidence. Lorsque cet axe sera dirigé suivant C X, aucune des molécules lumineuses ne perdra sa polarisation primitive, ou du moins elles l'auront entièrement reprises après leur sortie, et la lame n'agira pas plus que ne ferait un morceau de verre. Alors, quand les molécules sortiront de la lame, l'*azimut oblique* T C X se transformera en un azimut droit de même valeur, compté de même à partir du plan d'incidence, et les axes de polarisation se trouveront replacés dans le plan du méridien comme auparavant. Mais si l'axe C A de la lame ne coïncide pas avec la direction C X de la polarisation primitive, les molécules lumineuses se mettront à osciller autour de l'axe C A, comme elles auraient fait si l'incidence, au lieu d'être oblique, eût été perpendiculaire; c'est-à-dire, que l'oscillation aura pour limite une ligne C X′, formant avec C A un angle égal à celui que C A forme avec C X. Les molécules continuant ainsi leur trajet dans la plaque, parviendront à sa seconde surface; et lorsqu'elles en seront assez près pour n'être plus influencées par les forces dépendantes de la cristallisation, elles emporteront en sortant l'espèce de modification propre à leur dernière oscillation. Ainsi, celles qui achèveront alors une oscillation paire, se comporteront après leur sortie comme si elles étaient tout-à-fait revenues dans la direction C X de la polarisation primitive. Quand elles sortiront de la lame, l'azimut oblique X C T se transformera pour elles en un azimut droit de même valeur, comme

précédemment, et elles paraîtront n'avoir point perdu leur polarisation primitive, parce qu'elles l'auront reprise. Mais il n'en sera pas ainsi des molécules qui auront tourné leurs axes suivant la ligne CX'. Car cette ligne forme avec CX un angle égal à 2XCA ou $2(i - A)$; ainsi, en ajoutant l'angle XCT, qui est A, on aura l'angle TCX' égal à $A + 2(i - A)$. Maintenant, lorsque les molécules lumineuses sortiront de la lame, l'azimut oblique TCX ou $A + 2(i - A)$ se transformera en un azimut droit de même valeur, compté à partir du plan d'incidence. Si l'on veut le compter à partir du méridien CM, il faudra en retrancher l'azimut de CM, relativement au plan d'incidence, c'est-à-dire A, et ainsi il restera $2(i - A)$ pour l'angle formé par le méridien avec la direction de la nouvelle polarisation imprimée par la lame à cette portion des molécules lumineuses : ce sera l'azimut de cette nouvelle polarisation.

Par conséquent, si l'on analyse la lumière émergente, en se servant d'un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale soit dirigée dans le plan du méridien, ce rhomboïde recevra une portion de lumière O, polarisée suivant le méridien, et une autre portion E, dirigée suivant l'azimut $2(i - A)$; ainsi, les intensités des deux rayons F_o F_e, ordinaire et extraordinaire, seront

$$F_o = O + E\cos^2(i - A) \qquad F_e = E\sin^2 2(i - A).$$

D'après cela, on voit que le rayon extraordinaire F_e deviendra encore nul quand on aura $i - A = 90$, d'où $i = 90 + A$. Il est aisé d'en découvrir la raison physique. Dans ce cas, l'axe CA de la lame formera un angle droit avec la direction CX de la polarisation primitive; par conséquent, l'étendue des oscillations sera de deux angles droits. Ainsi, les molécules qui auront fait un nombre d'oscillations impair reviendront sur la direction Cx, prolongement de CX, comme celles qui auront fait un nombre d'oscillations pair; elles seront seulement retournées point pour point; mais ce retournement ne change rien à leurs propriétés. Lors donc que les molécules seront sorties de la lame, leurs axes se retrouveront tous

replacés dans le méridien, comme si elles n'avaient pas fait d'oscillations, et voilà pourquoi le rayon F_e s'évanouit.

Si le rhomboïde, qui sert pour analyser la lumière, n'avait pas sa section principale dirigée dans le plan du méridien, mais dans l'azimut α, alors l'angle de cette section principale avec le plan de polarisation nouvelle serait $\alpha - 2(i - A)$, et par conséquent on aurait :

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 [\alpha - 2(i - A)]$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 [\alpha - 2(i - A)].$$

Les angles i et A doivent être comptés dans un même sens, à partir du plan d'incidence, par exemple, de l'est à l'ouest. L'angle α doit aussi être compté dans le même sens, mais à partir du méridien. Ces formules sont identiquement les mêmes que nous avons trouvées plus haut par l'expérience, page 371. Dans le cas particulier, où l'incidence est perpendiculaire, $i - A$ devient l'azimut droit du premier axe de la lame, compté à partir du méridien, et l'on retombe sur nos premières formules, page 328.

On peut remarquer avec quelle simplicité la théorie des oscillations nous explique la singulière influence que nous avions reconnue à l'azimut A sous les incidences obliques. On voit que ce n'est qu'un premier mode de polarisation, opéré par les forces réfringentes ordinaires. Aussi la direction de cette polarisation reste-t-elle constante lorsqu'on fait tourner la lame cristallisée sur son propre plan, quelque direction que l'on donne d'ailleurs à son axe ; et cette indépendance même est une preuve suffisante de l'espèce de polarisation nouvelle imprimée ainsi aux molécules par la réfraction ordinaire. Néanmoins, cet effet ne pourrait pas devenir sensible sur une plaque non cristallisée, à faces parallèles, quoiqu'il s'y produisît encore ; parce que, dans ce cas, la seconde surface détruit ce que la première a fait ; au lieu que, dans nos lames cristallisées, les oscillations, déviant les axes d'un certain nombre de molécules lumineuses, détruisent cette symétrie d'effet. Nous n'avons considéré que l'action d'une seule lame inclinée. Si le rayon en traversait successivement plusieurs, on

connaîtrait les directions de la polarisation définitive de la même manière : car d'abord, par les formules que nous venons d'exposer, on connaîtrait les directions des axes des faisceaux polarisés par la première lame ; appliquant ensuite à chacun de ceux-ci les mêmes formules, on connaîtrait la manière dont il se résout dans la seconde lame, et ainsi de suite : le calcul serait absolument le même que nous avons fait plus haut sous l'incidence perpendiculaire pour les lames croisées sous un angle quelconque.

Supposons, par exemple, qu'après être sorties de la première lame, les molécules lumineuses tombent sur une seconde lame parallèle à la première et croisée sur elle à angles droits. Soit, fig. 30, CA′ la direction de l'axe de cette seconde lame perpendiculaire à CA : représentons toujours par CX la direction primitive des axes de polarisation des molécules lumineuses, lorsqu'elles se sont introduites dans l'intérieur de la première lame, et qu'elles n'ont pas encore subi son action comme corps cristallisé. Prolongez les lignes CX, CA, de l'autre côté du point d'incidence C ; alors XCx est la direction des axes pour les molécules lumineuses qui ont conservé leur polarisation primitive, et $X'Cx'$ formant avec CA un angle $X'CA = XCA$, sera la direction des axes pour celles qui auront changé de polarisation. Maintenant, lorsque la seconde lame aura agi sur ces deux faisceaux, l'égalité d'amplitude qu'exige le mouvement oscillatoire fera que le saxes des molécules lumineuses ne pourront encore être répartis que sur les directions CX, CX′, ou sur leurs prolongemens Cx, Cx', de même que nous l'avons démontré pour l'incidence perpendiculaire. Ainsi il n'y aura encore que deux directions distinctes de polarisation; et de plus, on peut prouver ici, comme pour l'incidence perpendiculaire, que le faisceau qui perd définitivement sa polarisation, et qui, en sortant de la seconde lame, se trouve polarisé suivant $X'Cx'$, est précisément celui qu'aurait donné une seule lame égale en action à la différence des deux lames superposées, en ayant égard à la variation opposée d'intensité que chacune d'elles subit par l'inclinaison.

Nous avons vu plus haut que, lorsqu'on présente une lame de chaux sulfatée à un rayon polarisé, sous l'incidence perpendiculaire, si l'on analyse la lumière réfléchie par cette lame, on trouve que le faisceau E′ qui en résulte a la même teinte qui s'observerait par transmission à travers une lame d'une épaisseur double. Nous avons expliqué ce fait, en remarquant que la lumière, parvenue à la seconde surface de la lame, se trouve hors de la portée des forces dépendantes de la figure des molécules du cristal; et par conséquent, lorsqu'elle revient sur elle-même, elle éprouve les mêmes influences que si elle était réfléchie d'une distance quelconque au-dehors du corps. Voici maintenant un autre fait, en apparence contradictoire. Exposez une semblable lame à un rayon polarisé, *mais obliquement*, et sous l'incidence précise qui produirait par réflexion la polarisation complète sur sa première surface; mettez de plus le plan d'incidence dans l'azimut de 90°, et ensuite tournez l'axe de la lame à 45° de ce plan; alors vous verrez que la lumière réfléchie est entièrement colorée, et colorée de la même teinte que la lame polarise par transmission sous cette incidence : si vous la tournez sur son plan, la teinte réfléchie change d'intensité et de couleur. Quelle est la liaison de ce fait avec le premier que nous avons rapporté? Ne semble-t-il pas que la lumière, dans son trajet à travers la lame oblique, avant et après la réflexion, traverse aussi deux fois son épaisseur; ce qui devrait doubler le nombre de ses oscillations, et par conséquent rendre la teinte du rayon réfléchi différente de celle du rayon polarisé par la lame sous la même incidence? Cela paraît, en effet, ainsi au premier coup-d'œil, mais la théorie des oscillations fait voir que cela n'est pas.

Soit, fig. 31, SC le rayon incident, polarisé dans le plan du méridien SCM; soit SCT le plan d'incidence supposé perpendiculaire au précédent; et soit CT sa trace sur la lame. Si, à partir de CT, on prend sur la surface de cette dernière l'angle oblique TCX égal à un angle droit, la ligne CX sera la direction de l'axe de polarisation des molécules lumineuses, lorsqu'elles seront entrées dans l'intérieur de la

lame, et qu'elles commenceront à ressentir l'influence de la cristallisation. Maintenant, dans le plan de la lame, menons la ligne CA à 45° sur CT, pour représenter son axe de cristallisation, et examinons quel sera l'état des molécules lumineuses quand elles se présenteront à la seconde surface de la lame pour en sortir. Il y en aura une partie qui auront repris leur polarisation primitive, celles-là auront leurs axes de polarisation dirigés suivant CX, c'est-à-dire perpendiculairement à CT. Quand elles parviendront à la seconde surface de la lame, elles y éprouveront les mêmes effets que si elles tombaient sur un morceau de verre, ou, plus exactement, sur la première surface de la lame elle-même. Or, d'après l'azimut d'incidence et l'inclinaison que l'on a choisis, elles se trouveront alors tournées, et inclinées de manière qu'elles seront tout-à-fait inaccessibles à ce genre de réflexion, de même qu'elles l'avaient été en arrivant à la première surface : elles sortiront donc encore librement, par la seconde surface, comme elles étaient entrées par la première, et par conséquent aucune de ces molécules qui composent le faisceau CX n'entrera dans la lumière réfléchie.

Considérons maintenant les autres molécules qui ont perdu leur polarisation primitive, et qui composent le faisceau CX′; celles-ci ont amené leurs axes de polarisation à 45° de CA. Ainsi, puisque l'angle XCA est de 45°, elles sont dirigées suivant CT, c'est-à-dire, dans le plan d'incidence même. Or, ces molécules n'échappent point à la réflexion de la seconde surface ; au contraire, elles sont dans la situation la plus favorable pour la subir ; mais de plus, celles d'entre elles qui l'éprouvent cessent tout-à-fait leurs oscillations, et même elles perdent momentanément toute tendance à les continuer, parce que, sous l'incidence qu'on a choisie, elles sont complètement polarisées par la force réfléchissante de la seconde surface qui les renvoie suivant CT. Elles rentrent donc dans la lame, comme ferait un rayon fixement polarisé qu'on introduirait, avec ces conditions, par derrière sa surface, c'est-à-dire, comme le rayon incident lui-même y était entré d'abord, sous

la même inclinaison, en faisant le même angle de 45° avec l'axe, et polarisées comme la première fois. Ainsi, elles doivent recommencer de même leurs oscillations, et, à leur sortie de la lame, elles doivent se retrouver encore avec une polarisation commune, dirigée suivant CX; car, dans ce dernier trajet, partant du même état, et étant soumises aux mêmes forces, leurs oscillations ne les séparent pas plus qu'elles ne les ont séparées dans le premier; voilà de quelle manière elles composent un rayon réfléchi exactement de même teinte que le rayon polarisé par transmission sous cette incidence.

On voit que cette permanence est due uniquement à la nouvelle polarisation fixe que ces molécules reçoivent par réflexion à la seconde surface : elle ne pourrait pas avoir lieu sans cette circonstance, et les molécules, en rentrant dans la lame, continueraient ou reprendraient leurs oscillations. Ce dernier cas arrive sous l'incidence perpendiculaire, parce que les surfaces qui reçoivent le rayon perpendiculairement à sa direction ne font que le renvoyer sans modifier en rien la position des axes de ses molécules.

En revenant à l'incidence oblique, que nous considérions tout-à-l'heure, on observe que la teinte du rayon réfléchi change lorsqu'on tourne la lame sur son plan, sans changer l'incidence ni l'azimut du plan de réflexion; en même temps son intensité diminue, et elle devient nulle lorsque l'axe de la lame coïncide avec la trace CT du plan d'incidence ou lui est perpendiculaire. La raison de ce dernier phénomène est évidente; car si l'axe CA de la lame coïncide avec CT, il se trouve à angle droit sur CX. Ainsi, dans ce cas, l'amplitude des oscillations est égale à une demi-circonférence, c'est-à-dire que les molécules qui devraient composer la teinte E′ ont simplement leurs axes retournés et dirigés suivant Cx, prolongement de CX, ce qui fait qu'elles échappent de même à la réflexion sur la seconde surface : si au contraire l'axe CA est rectangulaire sur CT, il coïncide alors avec CX, et il ne se produit point d'oscilla-

tion, ce qui fait que toutes les molécules échappent ensemble à la réflexion en arrivant à la seconde surface, comme elles y avaient échappé en arrivant à la première. Entre ces deux limites, l'intensité du rayon réfléchi varie, et elle atteint son maximum dans le cas que nous avons considéré d'abord, lorsque l'axe CA forme avec CX un angle de 45°. Mais de plus, la teinte du rayon réfléchi varie avec l'azimut en même-temps que son intensité, parce que l'action de la lame, sous une même incidence, varie avec l'inclinaison de son axe sur le rayon réfracté : elle est la plus faible possible lorsque cet axe coïncide avec CT; et au contraire elle atteint son maximum lorsqu'il lui est perpendiculaire, comme nous l'avons démontré plus haut par l'expérience. La teinte du rayon qui perd sa polarisation primitive, et qui seule subit la réflexion à la seconde surface de la lame, doit donc varier quand on tourne la lame sur son plan; et en même temps son intensité doit changer selon que la direction des particules lumineuses les présente à la surface d'émergence dans un sens plus ou moins favorable à la réflexion.

Lorsque l'épaisseur des lames excède une certaine limite, elles ne produisent plus de couleurs, et le rayon réfléchi est blanc. Mais les molécules qui composent ce blanc n'en ont pas moins fait leurs oscillations en revenant de la seconde surface; et d'après la théorie, on voit qu'il est aisé de rendre l'effet de ces oscillations sensible : il suffit pour cela de faire passer perpendiculairement le rayon réfléchi à travers une seconde plaque d'une épaisseur à-peu-près égale à la première, et dont les axes soient croisés à angles droits sur les siens; car l'action de cette seconde plaque, démêlant les molécules que la première avait rassemblées, donnera par transmission un rayon extraordinaire tel que le comporte la différence d'épaisseur des deux plaques; et si cette différence est assez petite pour produire des couleurs, le rayon réfléchi par la première plaque, et transmis par la seconde, paraîtra coloré lorsqu'on l'analysera avec un rhomboïde de spath d'Islande; au lieu qu'il aurait paru blanc, si la seconde plaque

avait seulement été exposée à une lumière incidente directe, ou à un rayon polarisé par la réflexion. J'avais tiré ces conséquences de la théorie, et je les avais complètement rédigées telles qu'on les vient de lire, avant de les avoir vérifiées par l'expérience; mais je les ai constatées depuis sur plusieurs plaques épaisses de chaux sulfatée, et l'observation s'y est trouvée parfaitement conforme.

Je puis également tirer de la théorie un autre phénomène remarquable, et qui m'a été très-utile dans le commencement de mes recherches pour déterminer exactement les couleurs polarisées par les lames d'épaisseurs diverses : je veux parler de l'effet qu'elles produisent sur les rayons de lumière directe que l'on fait tomber sur leur surface, avec une incidence telle, qu'elles puissent les polariser par réflexion. Soit, fig. 32, ACM le plan de la lame, que je suppose horizontal. Désignons par CM la trace du plan d'incidence SCM, que je supposerai être le méridien. Le rayon naturel SC, qui tombe sur la lame, éprouve d'abord à sa première surface une réflexion partielle, qui produit le faisceau blanc CR, polarisé dans le plan d'incidence, et dont j'exprimerai l'intensité par B. Le reste de la lumière, qui a échappé à cette réflexion, traverse la lame; mais elle ne s'y polarise point, ou plutôt elle n'y éprouve qu'une polarisation confuse, qui ne range point les axes de ses molécules sur un nombre fini de directions autour du point d'incidence. Car, d'après la théorie des oscillations, l'axe CA du cristal laisse toujours à une partie des molécules leur polarisation primitive, et tourne les axes des autres dans l'azimut $2i$, en supposant que i désigne l'azimut de l'axe du cristal autour du plan de polarisation. Or, dans un rayon naturel, les axes de polarisation des molécules lumineuses sont dirigés dans tous les sens possibles; ainsi, l'azimut $2i$ aura toutes les valeurs possibles depuis zéro jusqu'à la circonférence entière; c'est-à-dire que tous les axes de polarisation seront distribués uniformément autour de la direction de translation CC′. Mais lorsque cette lumière blanche arrive à la seconde surface de la lame, elle y subit une réflexion partielle qui, à cause de l'incidence que l'on a

choisie, polarise fixement le faisceau réfléchi, et tourne les axes de polarisation de ses particules dans la direction CC′M′ du plan d'incidence. Maintenant, lorsque ce faisceau rentre dans la lame, les molécules qui le composent se mettent de nouveau à osciller autour de l'axe de cristallisation C′A′; mais alors elles partent d'une position commune, qui est celle que la polarisation par réflexion leur a imprimée fixement. Une partie de ces molécules faisant un nombre d'oscillations pair, se retrouve à sa sortie dans la direction de sa polarisation primitive C′M′ ou CM : cette portion, que nous nommerons O, s'ajoute à la lumière B, polarisée dans le même sens à la première surface, et forme un faisceau ordinaire B + O. Le reste de la lumière réfléchie, qui a fait un nombre d'oscillations impair, tourne, à sa sortie, ses axes dans un azimut double de l'angle M′C′A′ ou MCA; et par conséquent, si CA forme un angle de 45° avec CM, la direction de cette polarisation nouvelle, au moment de l'émergence, sera dirigée suivant CY, perpendiculairement à la première. La réfraction que le rayon éprouve, en rentrant dans l'air, ne détruit point cette perpendicularité, du moins si la double réfraction de la lame est très-faible, comme dans le cas actuel; car alors les deux rayons émergens n'étant point sensiblement séparés, peuvent être censés réfractés suivant le plan SCM lui-même, de sorte que les axes de polarisation, dirigés suivant CM, sont seulement tournés dans ce plan par les forces réfringentes, de manière à devenir perpendiculaires au nouvel axe de translation C″R″ du rayon émergent; et, quant aux axes dirigés suivant CY, ces forces ne leur impriment aucun mouvement, puisqu'elles leur sont perpendiculaires. D'après cela, si l'on reçoit l'ensemble de toute la lumière réfléchie, sur une glace noire inclinée de 35° 25′ à sa direction, et tournée de manière que le plan d'incidence soit perpendiculaire au plan de polarisation du faisceau CM, ce faisceau, en tombant sur la glace, n'éprouvera aucune réflexion, et la traversera ou se combinera avec sa substance. Mais le faisceau polarisé suivant CY, subira sur cette même glace la réflexion partielle; il sera même placé dans la situation la plus favorable pour la subir, et ainsi il

donnera un rayon réfléchi, qui sera tout entier composé de la teinte que la lame polarise par transmission sous cette incidence, par conséquent aussi sous l'incidence perpendiculaire; car ces deux teintes sont sensiblement les mêmes dans la position présente de l'axe, qui forme, avec le plan de la polarisation primitive C'M', un angle de 45°.

Si l'épaisseur de la lame cristallisée excède $\frac{454}{1000}$ de millimètre, la teinte ainsi réfléchie sur le verre noir est blanche; mais il est facile de prouver que les oscillations ont eu également lieu dans cette lumière ainsi mêlée. Pour cela, au lieu de recevoir sur un verre noir les faisceaux réfléchis, il faut les analyser avec un prisme de spath d'Islande achromatique; et, avant qu'ils parviennent au prisme, il faut leur faire traverser une plaque de chaux sulfatée d'une épaisseur à peu près égale à la première, qui lui soit à peu près parallèle, et dont les axes soient dirigés à angles droits sur les siens. La lumière réfléchie, après avoir traversé cette seconde plaque, se divisera dans le prisme en deux faisceaux colorés. Mais les teintes de ces faisceaux seront incomparablement moins vives que celles que l'on observait sur le verre noir avec les lames minces; et ceci est encore une conséquence de la théorie des oscillations. Car, d'après cette théorie, la seconde plaque cristallisée n'agit pas seulement sur les portions de lumière colorée, O, E, qui ont pénétré dans la première plaque; elle agit encore sur la portion de lumière blanche B, qui, s'étant réfléchie à la première surface de cette plaque, a été ainsi polarisée dans le même sens que O. Puisque la seconde plaque est, par supposition, trop épaisse pour donner immédiatement des couleurs, elle séparera B en deux faisceaux blancs de polarisation diverse, qui se mêleront avec les faisceaux colorés provenant de E et de O, et affaibliront leurs teintes, conformément à l'observation.

Pour éviter cet inconvénient, il faudrait ne pas faire tomber sur la première plaque un rayon de lumière naturelle, mais un faisceau blanc déjà polarisé perpendiculairement à la direction CM du plan d'incidence. Par ce moyen, il ne se ferait

aucune réflexion à la première surface de la première plaque ; toute la réflexion s'opérait à sa seconde surface ; et la lumière ainsi modifiée, traversant ensuite la seconde plaque rectangulaire sur l'autre, serait divisée par le prisme de cristal en deux faisceaux dont les teintes ne seraient point affaiblies par un mélange de lumière blanche ; mais alors, il est visible que l'on retombe sur la disposition d'appareil que nous avons décrite plus haut, page 445, et dont les effets se sont trouvés conformes à ce que la théorie indiquait.

J'ose croire que les résultats que je viens d'exposer sont assez nombreux et assez d'accord avec la théorie des oscillations pour l'établir avec quelque certitude, quand même cette théorie ne serait pas déjà l'expression simple et rigoureuse des phénomènes qui ont lieu sous l'incidence perpendiculaire, comme je l'ai déjà remarqué plus haut ; mais ce qui prouve qu'elle en est véritablement l'expression simple, c'est l'accord parfait des phénomènes avec toutes les conséquences qu'on en déduit.

Jusqu'ici je n'ai examiné que la direction de la polarisation produite par les plaques sous les diverses incidences ; je viens maintenant à la considération des teintes, qui, ainsi que je l'ai déjà dit plusieurs fois, suivent des lois absolument indépendantes des intensités. Pour commencer par un cas simple, ne considérons d'abord que deux lames ou plaques A et B, dont la première, A, soit perpendiculaire au rayon incident, et la seconde, B, inclinée sur ce rayon d'une manière quelconque. Alors l'action de A sera constante, et celle de B pourra se calculer d'après la table que nous avons construite page 380. Il ne restera plus qu'à composer les effets de ces actions, suivant les mêmes règles que nous avons déjà suivies page 410, pour les lames superposées, et l'on aura les teintes produites par le système.

Par exemple, si les axes des deux plaques sont croisés dans des plans rectangulaires, la teinte E, que le système enlève à la polarisation primitive, sera donnée par la différence des deux actions réduite à l'échelle de Newton ; c'est-à-dire qu'on aura

$$E = B - A,$$

les valeurs positives de E répondant au cas où B surpasse A, et les négatives au cas où A surpasse B.

Pour éprouver cette méthode, je l'appliquerai aux expériences suivantes, que j'ai déjà publiées ailleurs. J'ai pris deux plaques de chaux sulfatée bien pure, dont les épaisseurs, mesurées au sphéromètre, étaient 1055p et 1118p; ce qui donne pour différence 63p. Des expériences antérieures m'avaient appris que le bleu du second ordre, qui, dans la table de Newton, est représenté par le nombre 9, répondait à peu près dans ces plaques à 37p,8 du sphéromètre; de sorte qu'en réduisant les épaisseurs observées suivant ce rapport, la première plaque vaudrait 251, la seconde 266; et leur différence étant 15, on voit que la teinte enlevée à la polarisation primitive par le système des deux lames, sous l'incidence perpendiculaire, aurait dû être le bleu du troisième ordre. Or, l'observation montrait, au lieu de ce bleu, le vert jaunâtre du même ordre, intermédiaire entre le vert vif et le jaune blanchâtre, et dont l'épaisseur ainsi calculée est exprimée par 17,88; ceci paraîtra peu surprenant, si l'on considère de quelle extrêmement petite quantité il faudrait faire varier le facteur, dans l'une ou l'autre de ces lames, pour l'accorder avec l'observation. Mais cette correction ne sera pas nécessaire; car on peut éviter à cet égard toute hypothèse, en prenant la teinte observée pour une des données à laquelle on satisfait; c'est-à-dire que, trouvant cette teinte exprimée par 17, il faudra prendre sous l'incidence perpendiculaire, $A = 249$ $B = 266$.

Maintenant, ayant tourné les axes du système dans l'azimut de 45°, j'incline l'axe de B dans cet azimut, A restant toujours perpendiculaire au rayon incident. Alors B s'affaiblit, A restant le même, et par conséquent leur différence diminue. C'est ce que montre en effet le tableau suivant, où j'ai rapporté les teintes successives, F_o, F_e, observées à travers un prisme rhomboïdal achromatique, dont la section principale était fixée dans l'azimut zéro.

Incidence observée θ.	Angle de réfract. θ'.	Teinte du rayon ordinaire, observée.	Teinte du rayon extraordinaire, observée.	Valeur de E, d'après la teinte observ.	Ordre des teintes.
0° 0′ 0″	0 0 0	Violacé.	Vert jaunât.	17,00	3e ordre.
12 30 40	8 18 10	Rouge.	Vert vif.	16,25	
17 35 40	11 37 30	Jaune.	Bleu.	15,10	
19 38 20	12 56 50	Jaune orangé.	Indigo.	14,25	
24 18 0	15 55 20	Vert.	Rouge vif.	12,25	2e ordre.
26 37 20	17 22 50	Bleu.	Orangé.	11,11	
33 22 20	21 30 50	Orangé.	Bleu.	9,00	
36 4 50	23 7 0	Jaune pâle.	Indigo.	8,17	
37 19 20	23 50 30	Blanc bleuâtr.	Violacé.	7,10	
37 50 40	24 8 30	Blanc verdâtre.	Rouge mordoré.	5,80	1er ordre.
39 24 40	25 2 30	Blanc un peu bleuâtre.	Orangé.	5,11	
41 8 50	26 1 10	Blen un pen blanchâtre.	Jâune pâle.	4,60	
44 7 40	27 39 20	Noir.	Blanc brillant	3,40	
51 25 0	31 24 30	Blanc brillant	Noir ou blen très-sombre.	0	1er ordre.
58 18 10	34 33 20	Violet très-sombre.	Blanc un pen jaunâtre.	3,40	
63 13 20	36 31 30	Bleu.	Orangé.	5,10	
66 11 40	37 35 0	Vert blanchâtre.	Rouge mordoré.	5,80	
70 56 20	39 3 30	Jaune.	Indigo.	8,20	2e ordre.
75 24 10	40 10 40	Rouge.	Vert blanch.	9,71	

Pour comparer ces résultats à nos formules, il faut partir de la valeur primitive de B, qui est 266p sous l'incidence perpendiculaire; puis, d'après la première colonne de la table rapportée page 380, ou, ce qui est plus exact, d'après la formule même appliquée aux circonstances que cette colonne indique, on calculera la valeur oblique de B, pour chacun des angles de réfraction observés; et on la comparera à la valeur A + E, tirée de l'observation des teintes. Voici quelques essais de ce calcul, qui en feront voir l'exactitude :

Angles de réfraction θ'.	Valeur de la plaque inclinée B	
	calculée.	observée.
0° 0′ 0″	266	266
17 22 50	259,65	260
31 24 30	247,50	249
40 10 40	238,80	239,29

Les petits écarts du calcul ne font que placer l'observation de chaque teinte un peu avant ou après le point précis de son milieu. Si l'on considère que cette épreuve est antérieure à la construction de notre table, qu'elle n'y est entrée pour rien, et qu'elle porte sur des épaisseurs bien plus considérables que celles auxquelles on peut apercevoir des couleurs dans les lames simples, on devra la regarder comme une confirmation assez frappante des considérations théoriques qui nous ont servi à prédire tous ces résultats.

Tournons maintenant le système de manière que l'axe de la plaque B devienne perpendiculaire au plan d'incidence, et inclinons B. Alors, son action deviendra plus forte; et comme celle de A reste constante, la teinte enlevée à la polarisation primitive baissera dans l'ordre des anneaux. C'est ce que montre en effet le tableau suivant, où sont consignées les observations :

Incidence observée, θ.	Angle de refract. θ'.	Teinte du rayon ordinaire, observée.	Teinte du rayon extraordinaire, observée.	Valeur de E, d'après la teinte observ.	Ordre des teintes.
0° 0′ 0″	0° 0′ 0″	rouge violacé	vert jaunâtre.	17,00	3e ordre.
7 12 0		bleu.	jaune paille.	17,50	
15 51 0		vert.	rouge.	19,67	
22 50 0	14 59 30	rouge.	vert vif.	22,75	4e ordre.
30 29 0	19 46 0	vert.	rouge	26,00	
36 22 10		rouge.	bleu verdâtre.	29,67	5e ordre.
42 11 30	26 55 50	bleu verdâtre.	rouge.	34,00	
46 7 30		rouge.	bleu verdâtre.	38,00	6e ordre.
50 6 40	30 45 50	bleu verdâtre.	rouge.	42,00	
53 45 30		blanc rougeât.	bleu verdâtre.	45,80	7e ordre.
59 20 10	34 59 30	bleu verdâtre.	blanc rougeât.	49,67	

Pour déduire ces résultats de notre théorie, il faut employer la dernière colonne de la table rapportée page 380; et, d'après cette colonne, ou mieux encore, d'après la formule qu'elle représente, on calculera la valeur oblique de B, pour chaque angle de réfraction observée; puis on comparera le résultat aux valeurs de A + E déduites de l'observation des teintes. Voici quelques exemples de ce calcul :

Angle de réfraction θ'.	Valeur oblique de la plaque B	
	observée.	observée.
0° 0′ 0″	266	266
14 59 30	271,62	271,75
19 46 0	275,87	275
26 35 50	284,36	283
30 45 50	291,19	291
34 59 30	299,71	298,67

Ici l'observation et le calcul s'accordent encore aussi bien que l'on puisse le desirer. Au reste, pour arriver à ce degré de conformité, on conçoit qu'il faut mettre un grand soin à croiser les axes à angles droits, et à les incliner exactement dans le plan d'incidence, comme le calcul le suppose.

Si la plaque A, qui reste perpendiculaire au rayon incident, avait une épaisseur différente de celle que nous lui avons donnée, la marche des valeurs de B serait encore la même; mais la teinte E, résultante de leur excès sur A, aurait des valeurs différentes sous les mêmes inclinaisons. Par exemple, si A valait 266 au lieu de 249, les actions des deux plaques se compenseraient exactement sous l'incidence perpendiculaire; la valeur de E serait donc alors nulle, et de là elle irait en augmentant avec l'incidence à mesure que B angmenterait; de sorte qu'elle atteindrait déjà le rouge du 1er ordre, quand l'angle θ' serait de 14° 59′ 30″. Mais si les deux plaques, quoique égales, étaient beaucoup plus minces, l'étaient, par exemple, assez pour donner individuellement des couleurs, l'accroissement de B, toujours proportionnel à l'épaisseur primitive, serait aussi beaucoup moindre, et tant qu'il n'aurait pas atteint la valeur $1\frac{2}{7}$, qui, dans la table de Newton, répond au commencement des couleurs, le système des deux plaques ne devrait produire aucune déviation définitive dans les axes du rayon transmis. Cela explique complètement les phénomènes dont j'ai parlé page 416. Néanmoins il se pourrait que cette limite ne fût

pas tout-à-fait aussi rigoureuse, et que quelques molécules lumineuses, en très-petit nombre, fussent déviées avant de l'atteindre. Car, en traçant la figure qui représente le progrès successif des teintes réfléchies, Newton nous a prévenus que les épaisseurs où commence et finit chaque anneau ne sont pas mathématiquement limitées, comme le représente cette figure et la table qu'il en a déduite; mais qu'il faut, dans la rigueur, supposer la réflexion indéfiniment continuée, de part et d'autre de ces limites, avec une dégradation continuelle et fort rapide, qui la rende peu ou point sensible au-delà. Il remarque même que cette extension se laisse apercevoir dans les premiers anneaux, où la réflexion est un peu plus vive, en sorte que c'est seulement pour simplifier sa construction qu'il a supposé à ces anneaux les mêmes intervalles d'épaisseur qu'aux autres. Nous devons donc retrouver aussi quelque chose d'analogue dans les phénomènes de la polarisation, qui sont liés aux précédens d'une manière si fidèle; et c'est en effet ce que l'expérience confirme.

J'ai tiré d'un morceau de chaux sulfatée très-pure une lame mince qui, sous l'incidence perpendiculaire, donnait pour E le beau bleu du second ordre, représenté par 9 dans la table de Newton. Je posai cette lame sur un verre plan, et je la sciai doucement en deux parties A, B, que je plaçai sur les anneaux de mon appareil, en croisant leurs axes à angles droits sous l'incidence perpendiculaire; c'est la méthode décrite plus haut. Le système, tourné dans tous les azimuts, ne produisit absolument aucune déviation dans les axes des molécules lumineuses transmises. Alors je pris pour plan d'incidence l'azimut de 45°, j'y plaçai la ligne perpendiculaire à l'axe de B, et je l'inclinai sur le rayon incident, en laissant toujours A perpendiculaire. J'obtins les résultats consignés dans le tableau suivant. J'y ai joint les accroissemens de l'action de B, calculés par la troisième colonne de la table rapportée page 380, en prenant le nombre 9 pour représenter la valeur totale de cette action sous l'incidence perpendiculaire, selon ce qu'indiquait l'expérience.

Angle d'incidence sur B...θ.	Angle de réfraction, θ'.	Teinte du faisceau ordinaire, F_o.	Teinte du faisceau extraordinaire F_e.	Accroissem. d'action de B, calculé.
0° 0'	0° 0'' 0'	blanc.	noir.	0,000
35	22 28 50	blanc sensiblem.	bleu commenç. à paraître.	0,435
55	33 6 0	blanc sensiblem.	bleu pâle.	1,061
70	38 47 20	blanc tant soit peu jaunâtre.	bleu blanchâtre.	1,477

On voit ici la confirmation de tout ce que nous avions soupçonné ; et même, si je l'ose dire, cette épreuve est plus délicate que celles dont Newton a pu faire usage ; car le faisceau F_e étant vu isolément, et séparé de l'autre, les plus petites traces de lumière, s'y laissent aisément apercevoir. L'observation précédente étant faite, j'ai placé, dans le plan d'incidence, l'axe de B au lieu de la ligne perpendiculaire, et j'ai encore obtenu des résultats analogues : même, les premières traces de polarisation ont paru un peu plus tôt, sous l'incidence de 30°.

Dans les expériences rapportées page 416, nous opérions d'une manière un peu différente, en ce qu'alors nous inclinions les deux lames ensemble, au lieu qu'ici nous ne faisons mouvoir que la seconde seule. Mais le calcul peut aussi s'appliquer de même à ce premier cas, en ayant égard à la fois aux inclinaisons des deux plaques, qui, par la direction rectangulaire de leurs axes, font varier leurs actions en sens opposé. En effet, si l'on introduit cette considération dans les formules, on trouve que l'écart entre l'observation et le calcul est très-faible, ou même insensible, tant que l'épaisseur de chaque plaque n'excède pas quatre cents parties du sphéromètre, ou environ cent parties de la table de Newton. Mais il n'en est plus tout-à-fait ainsi quand on augmente considérablement l'épaisseur, jusqu'à la porter, par exemple, pour chaque plaque, à douze ou treize cents parties du sphéromètre; ce qui équivaut à trois cents parties de la table de Newton. Cette différence ne saurait pourtant être attribuée à l'erreur de nos premières lois, car je les ai vérifiées dans des limites d'épaisseurs aussi considérables que celles que je viens de supposer, et elles

y satisfaisaient parfaitement. Il faut donc qu'il y ait entre les deux problèmes quelque circonstance physique qui ne soit pas la même, et à laquelle nous n'ayons pas fait attention. Il s'en présente une, en effet, qui peut avoir quelque influence : lorsqu'on n'incline que la seconde des deux plaques, elle agit toujours sur un rayon déjà modifié par la première ; tandis que, lorsqu'on incline à la fois les deux plaques, les variations d'action que la première éprouve s'exercent sur un rayon direct qui n'a reçu aucune modification de cette espèce. D'après tout ce que nous avons vu des impressions que les molécules lumineuses prennent dans ces plaques, il se pourrait que l'action de la seconde n'éprouvât pas tout-à-fait les mêmes changemens dans les deux cas. En outre, quand les plaques sont toutes deux inclinées, une petite portion de la lumière qui traverse la première est probablement polarisée, par réfraction, perpendiculairement au plan d'incidence, et elle arrive sur la seconde plaque avec cette modification ; tandis que cela n'a pas lieu lorsque la première plaque est perpendiculaire au rayon polarisé. La réflexion, à la seconde surface de la première plaque, ne se fait pas non plus de la même manière. Ces dissemblances peuvent suffire pour amener les différences dont j'ai parlé, et qui, dans des plaques dont l'épaisseur est douze ou treize cents parties du sphéromètre, m'ont paru changer, seulement de trois ou quatre degrés, l'incidence à laquelle les plaques devraient se compenser exactement.

Pour confirmer la réalité de cette petite aberration que présentent les plaques croisées très-épaisses, lorsqu'on les incline *ensemble*, je rapporterai les observations suivantes, qui ont été faites de cette manière sur deux plaques A et B, dont les épaisseurs observées au sphéromètre étaient 1257^p et 1330^p. La différence 73, étant réduite à l'échelle de Newton, avec le facteur moyen $\frac{1}{4}$ qui convient à la chaux sulfatée, valait 18,25, et devait par conséquent répondre au rouge du 3e ordre de la table de Newton. En effet, sous cette incidence, lorsque les axes ont été croisés à angles droits, la teinte F_e a été un rouge de cet ordre tirant un peu au jaune. Alors on a successivement placé dans le plan d'incidence l'axe de la

lame la plus faible, et l'axe de la lame la plus forte, pour opérer les deux variations opposées. Or, les teintes développées dans ces deux circonstances se sont très-sensiblement écartées des nombres que notre table de la page 380 aurait indiqués, pour les mêmes incidences, comme on pourra s'en assurer en essayant de les déterminer. Je les rapporterai donc pour cette raison; mais de plus elles auront encore pour nous une autre application; car, comme elles ont été très-nombreuses, elles nous offriront l'exemple que j'ai promis depuis long-temps de la correspondance entre les teintes réfléchies et transmises des anneaux.

Correspondance des anneaux réfléchis et transmis, observée avec les lames épaisses de chaux sulfatée croisées à angles droits.

1re Série. L'axe de la lame la plus faible est dirigé dans l'azimut de 45°, et on l'incline dans cet azimut sur le rayon polarisé (1).

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Teinte du rayon ordinaire; anneau transmis.	Teinte du rayon extraordinaire; anneau réfléchi.	Désignation de l'anneau correspondant de Newton.
0°	0′	0″	vert très-beau.	rouge jaunâtre.	fin du 3e ordre.
			vert vif.	rouge.	
			vert blanchâtre.	rouge bleuâtre.	
			rouge jaunâtre.	vert bleuâtre.	4e ordre.
15	39	40	rouge.	vert.	
			rouge bleuâtre.	vert jaunâtre.	
21	23	30	bleu verdâtre.	rouge.	
25	15	50	rouge.	bleu verdâtre.	5e ordre.
28	46	20	bleu verdâtre.	rouge.	
32	23	30	rouge.	bleu verdâtre.	6e ordre.
35	40	30	bleu verdâtre.	rouge pâle.	
38	27	24	blanc rougeâtre.	bleu verdâtre.	7e ordre.
42	44	30	bleu verdâtre.	blanc rougeâtre.	

Tous les passages du bleu verdâtre au rouge, et du rouge au bleu verdâtre, dans les quatre derniers anneaux, se font en passant par un blanc imparfait. Cette blancheur est surtout

(1) Le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière a sa section principale fixée invariablement dans l'azimut 0, c'est-à-dire, dans le plan pritif de polarisation.

sensible dans le passage de la teinte verte à la teinte rouge de chaque série, le mélange s'opérant alors plus également ; et ainsi cette qualité alterne d'un anneau à l'autre, entre l'anneau réfléchi et l'anneau transmis. Ici nous apercevons les nuances intermédiaires, parce que nous ralentissons à volonté la succession des teintes, et que nous les observons isolément. Newton n'avait pas ces avantages en observant les anneaux colorés ; aussi n'a-t-il pas fait mention de ces passages progressifs, dont l'intermédiaire est la blancheur, mais une blancheur imparfaite, parce que les diverses couleurs nécessaires pour produire le blanc n'arrivent pas tout-à-fait au même instant dans chacune des deux images.

2e Série. L'axe de la lame la plus forte est dirigé dans l'azimut de 45°, et on l'incline dans cet azimut sur le rayon polarisé.

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire ; anneau transmis.	Teinte du rayon extraordinaire ; anneau réfléchi.	Désignation de l'anneau correspond. de la table de Newton.
0° 0′ 0″	vert.	rouge jaunâtre.	
	violacé.	jaune.	
12 26 20	rouge pourpre.	vert (le plus vif des verts).	3e anneau.
	rouge jaunâtre.	bleu.	
15 54 10	jaune.	indigo.	
	jaune verdâtre.	pourpre.	
	vert jaunâtre.	rouge ponceau.	
18 14 30	vert vif.	rouge éclatant.	
	bleu verdâtre.	orangé brillant.	
	bleu.	jaune (le plus beau des jaunes).	
	violet rougeâtre et sombre.	vert blanchâtre et blafard.	2e anneau.
24 8 10	orangé.	bleu céleste.	
	jaune pâle presque blanc.	indigo sombre.	
	blanc légèrement verdâtre.	violet bleuâtre très-sombre.	
26 15 10	blanc légèrement bleuâtre.	rouge.	
	blanc bleuâtre.	orangé.	
	bleu un peu blanchâtre.	jaune pâle.	
29 29 35	noir ou presque noir, il reste un peu de bleu.	blanc.	1er anneau.
	blanc presq. parfait.	blanc verdâtre sombre.	

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teintes du rayon ordinaire ; anneau transmis.	Teintes du rayon extraordinaire ; anneau réfléchi.	Désignation de l'anneau correspond. de la table de Newton.
33° 51′ 0″	blanc.	noir ou presque noir (*).	
	blanc légèrement verdâtre.	bleu.	Répétition du 1er anneau.
35 9 50	noir ou presque noir, il reste un peu de bleu.	blanc légèrement jaunâtre.	
	bleu.	jaune pâle.	
	blanc bleuâtre.	orangé.	
38 6 20	blanc légèrement verdâtre.	rouge.	
	blanc légèrement verdâtre.	violet bleuâtre et très-sombre.	2e anneau.
	jaune verdâtre.	indigo sombre.	
39 39 50	orangé.	bleu céleste.	
	rouge pourpre sombre.	vert blanchâtre et blafard.	
	bleu.	jaune (le plus beau des jaunes).	
	bleu verdâtre.	orangé.	
43 9 50	vert.	rouge éclatant.	
	jaune verdâtre.	pourpre.	3e anneau.
	jaune.	indigo.	
	rouge jaunâtre.	bleu.	
45 16 40	rouge pourpre.	vert (le plus vif des verts).	
	bleu violacé.	jaune.	
47 55 0	vert vif.	rouge.	
	vert blanchâtre.	rouge bleuâtre.	
	rouge jaunâtre.	vert bleuâtre.	4e anneau.
50 22 20	rouge.	vert.	
	rouge bleuâtre.	vert jaunâtre.	
52 54 0	bleu verdâtre.	rouge.	
54 42 40	rouge.	bleu verdâtre.	5e anneau.
58 21 20	bleu verdâtre.	rouge.	
59 54 50	rouge.	bleu verdâtre.	6e anneau.
63 0 30	bleu verdâtre.	rouge.	
65 56 30	blanc rougeâtre.	bleu verdâtre.	7e anneau.
68 41 20	bleu verdâtre.	blanc rougeâtre.	

Au-delà de ce terme, les couleurs sont insensibles, et c'est aussi à ce point que finit la table de Newton.

(*) Il est digne de remarque que le violet, qui devrait faire partie de la dernière teinte du premier anneau réfléchi, semble y manquer, ce qui fait que cet anneau se termine par une teinte verdâtre. On serait tenté d'attribuer ce phénomène à une absorption opérée par la lame. Il est en effet assez naturel que les lames de chaux sulfatée absorbent les rayons violets en plus grande abondance que les autres, puisqu'elles paraissent jaunâtres par transmission; et cet effet, insensible sur les lames minces, peut et doit le devenir sur les lames épaisses; mais alors pourquoi le bleu violacé reparaît-il au commencement de la série suivante, où il est même plus intense qu'on ne s'attendrait à le voir ? Il est plus vraisemblable d'attribuer ce phénomène aux mêmes conditions qui, dans les anneaux colorés ordinaires, déterminent la largeur de la roue occupée par chaque anneau d'une couleur simple

Nous avons vu, page 368, qu'en général, dans les lames isolées, lorsqu'on a placé ainsi leur axe dans un azimut A, sous une inclinaison quelconque, il faut, pour faire évanouir le rayon extraordinaire, faire tourner la lame dans son plan de l'angle A ou $90° + A$, $180° + A$, $270° + A$. Cela se vérifie également sur le système des deux lames croisées que nous employons ici. Je l'ai vérifié, non-seulement pour l'azimut $A = 45°$, mais pour tout autre, plus grand ou moindre; et cela a lieu de même avant et après que le rayon extraordinaire a passé par le zéro des teintes. De là résulte cette conséquence singulière : ayant placé le plan d'incidence dans un certain azimut, et la lame ou le système des deux lames sous une certaine inclinaison, si on le tourne dans son plan jusqu'à ce que le faisceau dont il dévie les axes s'évanouisse, on peut ensuite incliner, tant que l'on voudra, le système des deux lames, ce rayon ne reparaîtra jamais. Ce résultat, que j'ai soigneusement vérifié par l'expérience, tient à la manière dont les molécules lumineuses détournent leur axe de polarisation lorsqu'elles entrent obliquement dans une lame cristallisée ou non cristallisée, conformément à ce que nous avons expliqué page 440.

Je n'ai considéré ici que des expériences faites dans l'air; mais pour pouvoir obtenir des angles de réfraction plus considérables, j'ai introduit les lames B dans un tuyau creux, fig. 33, fermé à ses deux orifices par deux verres, et dans lequel je pouvais les incliner à volonté au moyen d'une tige métallique à laquelle elles étaient fixées par une pince. Je plaçais ce tambour sur le second anneau de mon appareil, après l'avoir rendu perpendiculaire au rayon incident; et, choisissant l'azimut d'incidence convenable aux observations que je me proposais de faire, j'y inclinais la plaque en tournant la tige. Les angles d'incidence étaient mesurés sur une division extérieure au tambour et perpendiculaire à la tige. Enfin le zéro d'incidence était donné par la position où la plaque, convenablement inclinée, coïncidait, par sa tranche, avec l'axe de translation du rayon. Après avoir ainsi étudié les plaques dans l'air, je remplissais le tambour avec de l'eau ou de l'huile de térébenthine, substances qui réfractent bien plus que l'air, et

je recommençais de nouveau à observer ; mais cette fois je pouvais atteindre des angles de réfraction bien plus considérables. J'ai étudié ainsi les effets des lames, soit minces, soit épaisses, en croisant ces dernières par une lame A, qui restait extérieure au tambour, et perpendiculaire au rayon. C'est sur l'ensemble de ces expériences qu'a été construite la table de la page 380, et les formules qui l'accompagnent.

J'ai voulu savoir si les mêmes lois que j'avais obtenues, dans la chaux sulfatée, pour le développement des teintes par l'inclinaison, se soutiendraient également dans le cristal de roche, et si elles y conserveraient les mêmes rapports avec les variations des forces émanées de l'axe. Pour cela, j'ai fait polir les faces opposées d'une aiguille bien pure de cristal de roche, de manière à en former une plaque épaisse d'environ neuf millimètres, dont les surfaces fussent parallèles à l'axe de cristallisation, et je l'ai croisée avec une plaque à peu près égale de chaux sulfatée : car l'observation des lames minces m'avait fait précédemment connaître que les énergies de ces deux substances étaient sensiblement égales, ainsi que je l'ai annoncé plus haut ; et toutes les expériences que j'ai faites depuis, plus en grand, sur des lames épaisses, ont pleinement confirmé ce résultat. Le système de mes deux plaques ainsi croisées devait donc produire des couleurs, étant exposé à un rayon polarisé ; en effet, ces couleurs parurent sous l'incidence perpendiculaire, et varièrent par l'inclinaison entre certaines limites, comme on devait naturellement le prévoir. Mais quoique l'artiste qui avait travaillé la plaque de cristal de roche se fût efforcé de rendre ses deux surfaces parallèles, il lui avait été impossible d'y réussir complètement sur de si petites dimensions ; ce qui produisait entre ses diverses parties une inégalité d'épaisseur à la vérité fort légère, mais cependant sensible par l'observation des teintes ; car trois centièmes de millimètre en plus ou en moins sur cette épaisseur font varier la teinte de 3,2 dans la table de Newton. Il devait donc arriver, comme cela eut lieu en effet, que la forme prismatique de ma plaque altérait la régularité et l'uniformité des couleurs transmises ; de sorte que chaque image n'était pas d'une seule

couleur uniforme, comme cela arrive quand les surfaces des plaques sont parfaitement parallèles, mais qu'elles offraient une dégradation de nuances qui y faisait concourir et mêler à la fois plusieurs teintes voisines. C'est ainsi que des anneaux colorés, formés régulièrement entre deux objectifs, peuvent être changés et mêlés différemment lorsqu'on les observe à travers un prisme; mais ici la grande cause de leur mélange tenait à la succession graduellement variée des épaisseurs de la plaque dans ses différens points.

Ne pouvant rien espérer de plus régulier dans ce genre de plaques, je cherchai à affaiblir l'influence de leur inégalité en diminuant la force émanée de l'axe du cristal. Pour cela, je fis tailler une autre plaque dans laquelle l'axe de cristallisation, au lieu d'être parallèle aux surfaces, faisait avec elles un angle considérable. En effet, toutes les expériences que j'avais faites précédemment sur les variations des teintes, annonçant de la manière la plus évidente le rapport de ce genre d'action avec la force de double réfraction qui émane de l'axe, il y avait tout lieu de croire que cette action deviendrait moindre quand on diminuerait l'angle de l'axe avec le rayon réfracté. La chose arriva en effet ainsi, comme on le verra par les expériences que je vais rapporter.

L'épaisseur de cette plaque est de 1415 parties du sphéromètre, ce qui fait environ trois millimètres. L'angle de l'axe de cristallisation avec sa surface a été mesuré par M. Cauchois, au moyen de la réflexion de la lumière, et il l'a trouvé de 40°. En présentant cette plaque au rayon polarisé sous l'incidence perpendiculaire, fig. 34, et analysant la lumière transmise au moyen d'un rhomboïde de spath d'Islande, elle ne donne point de couleurs; mais si on l'incline, comme le représente la fig. 35, de manière à abaisser son axe A′ B′ sur le rayon réfracté, on affaiblit son action; aussi commence-t-on à apercevoir des couleurs au-delà d'une certaine limite d'incidence. Ces couleurs répondent d'abord au septième ordre d'anneaux de Newton, c'est-à-dire aux anneaux les plus composés; et à mesure que l'on augmente l'inclinaison, on les

voit remonter de plus en plus dans l'ordre des anneaux, comme si la plaque devenait plus mince. Il est visible, en effet, que l'angle B′TI ou V, formé par le rayon réfracté avec l'axe du cristal, est moindre dans les incidences obliques que dans l'incidence perpendiculaire, où il était égal à BAI; car en nommant a l'angle ABI, ou A′B′I, et désignant par θ' l'angle de réfraction N′IR, on aura B′TI ou V égal à $90-(a+\theta')$, valeur toujours au-dessous de $90-a$, lorsque θ' est positif, et qui diminue de plus en plus à mesure que θ' augmente.

Au contraire, si l'on incline la plaque du côté opposé, comme le montre la fig. 36, on augmente l'angle B′TI du rayon réfracté avec l'axe; car alors cet angle devient égal à $90-a+\theta'$ ou $90-(a-\theta')$, par conséquent plus grand que $90-a$. Ainsi, la plaque étant trop épaisse pour donner des couleurs sous l'incidence perpendiculaire, si on l'incline dans ce dernier sens, on ne doit jamais en apercevoir, et c'est en effet ce qui a lieu.

En nous reportant au premier de ces deux cas, j'ai mesuré les incidences qui répondaient aux premières teintes de la table de Newton. J'ai commencé par celles qu'il était possible de voir sous les plus grandes inclinaisons, parce qu'elles sont les plus vives, et de là je suis revenu de teinte en teinte jusqu'au blanc rougeâtre du septième ordre : c'est ainsi que j'ai reconnu l'ordre auquel répondaient les teintes observées. Voici maintenant le tableau de ces résultats :

Azimut de la section principale de la plaque.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	Incidence.		
45°	vert.....	rouge du 3e ordre.....	78°	48′	50″
	rouge.....	vert vif du 4e ordre.....	73	58	50
	bleu verdâtre...	rouge du 4e ordre.....	68	44	30
	rouge.....	bleu verdâtre du 5e ordre..	65	2	30
	bleu verdâtre...	rouge du 5e ordre.....	62	24	50
	rouge.....	bleu verdâtre du 6e ordre..	59	39	10
	bleu verdâtre...	rouge du 6e ordre.....	57	49	30
	blanc rougeâtre.	bleu verdâtre du 7e ordre.	54	55	0
	bleu verdâtre...	blanc rougeâtre du 7 ordre.	52	45	30

En allant d'une de ces teintes à la suivante, il y a un moment où les deux images passent par un blanc composé. Cette circonstance, la nature des teintes, leur succession et leur nombre, nous montrent avec évidence que les couleurs du rayon extraordinaire répondent aux quatre derniers ordres d'anneaux de la table de Newton, et que le premier rouge qui répond à la plus grande incidence est celui du 3e ordre : c'est ce que le calcul confirmera plus loin de la manière la plus certaine. Je ne présente ici ces résultats que comme des faits que nous généraliserons bientôt, et dont nous trouverons la loi.

En inclinant la plaque sur le rayon incident dans le sens opposé, fig. 36, quelque inclinaison qu'on lui donne, on n'aperçoit jamais de couleurs.

Le premier élément qu'il faut connaître pour calculer ces phénomènes, c'est l'action de la plaque sous l'incidence perpendiculaire. Quand nous l'aurons déterminée, nous saurons dans quel rapport elle se trouve affaiblie par l'inclinaison de l'axe sur le plan des lames, et nous verrons si cet affaiblissement est toujours réglé sur celui de la force de double réfraction, combiné avec le changement d'épaisseur.

Pour résoudre cette question, j'ai croisé cette plaque, que je nommerai A, avec une autre plaque de chaux sulfatée B, beaucoup moins épaisse. J'ai exposé le système à un rayon polarisé, sous l'incidence perpendiculaire, et dans l'azimut de 45° : en analysant la lumière transmise, j'ai reconnu qu'il polarisait dans l'azimut $2i$ le jaune du premier ordre. Si l'on inclinait l'axe de la plaque A de manière à l'affaiblir, la teinte ainsi déviée montait dans l'ordre des anneaux, comme si le système fût devenu plus mince; elle arrivait ainsi presque tout de suite à l'origine des anneaux, c'est-à-dire au noir; après quoi, en continuant toujours à incliner la plaque dans le même sens, on recommençait une autre série de teintes qui descendaient constamment dans l'ordre des anneaux. Cette expérience montre que la plaque de cristal de roche, sous l'incidence perpendiculaire, était plus forte que la plaque de chaux sulfatée avec

laquelle je l'avais croisée, puisqu'il fallait l'affaiblir, et renforcer cette dernière pour que l'action devînt égale.

Pour vérifier ce résultat d'une autre manière, j'ai incliné la plaque de cristal de roche en sens contraire, sans changer l'azimut de son axe, mais seulement de manière à augmenter l'angle V que formait cet axe avec le rayon réfracté. De cette manière, j'augmentais l'action de la plaque A ; et, puisqu'elle était déjà plus forte que l'autre sous l'incidence perpendiculaire, les teintes polarisées par le système dans l'azimut $2i$ devaient constamment descendre dans l'ordre des anneaux, comme s'il fût devenu plus épais. C'est aussi ce qui a eu lieu réellement, comme je m'en suis assuré par l'expérience.

Il suit de là que, pour rendre la plaque de chaux sulfatée égale en action à celle de cristal de roche sous l'incidence perpendiculaire, il fallait lui ajouter une épaisseur qui, considérée isolément et sous cette incidence, polarisât le jaune du premier ordre : celui-ci est représenté par 4,6 dans la table de Newton ; ainsi, en le multipliant par 4, on aura 18p,4 pour le nombre de parties du sphéromètre qui représente cette épaisseur.

Ces observations faites, j'ai procédé à la mesure des épaisseurs absolues, par le moyen du sphéromètre, et j'ai trouvé

Epaisseur de la plaque de cristal de roche A = 1415p.

Epaisseur de la plaque de chaux sulfatée B = 810.

Ajoutant à cette dernière 18p,4, on aura, dans le cas de la compensation parfaite,

Plaque de chaux sulfatée parallèle à l'axe..... 828p.

Plaque de cristal de roche oblique à l'axe..... 1415.

Ici nous voyons bien clairement l'influence de l'obliquité de l'axe ; car les lames de chaux sulfatée et de cristal de roche parallèles à l'axe se compensent à égalité d'épaisseur ; au lieu que, dans le cas présent, si nous représentons par l'unité l'épaisseur de chaux sulfatée, dans laquelle une certaine espèce de molécules lumineuses fait une oscillation entière, l'épaisseur correspondante pour la plaque de cristal de roche sera exprimée par $\frac{828}{1415}$, en raison inverse des épaisseurs totales

par lesquelles s'opère la compensation. Or, en analysant les effets des lames de chaux sulfatée sous des incidences obliques, nous avons reconnu que la force polarisante principale émanait de l'axe et était proportionnelle à la quatrième puissance du sinus de l'angle V qu'il formait avec le rayon réfracté; d'où il résultait que son influence sur les oscillations était proportionnelle au carré du sinus du même angle. Dans l'expérience de compensation que nous venons de faire sous l'incidence perpendiculaire, cet angle est $90 - a$ pour notre plaque de cristal de roche; donc, si les mêmes lois s'y appliquent, et que la force principale soit seule sensible dans l'inclinaison actuelle de l'axe, son action sur les teintes doit y être affaiblie suivant le rapport de $\cos^2 a$ à l'unité; et comme, d'après nos premières expériences sur les lames parallèles à l'axe, cette force égale celle de la chaux sulfatée, il s'ensuit que $\cos^2 a$ doit représenter le rapport des intensités actuelles. C'est en effet ce qui a lieu très-exactement; car $\cos^2 40^\circ$ est égal à $\frac{828,45}{1415}$, au lieu de $\frac{828}{1415}$ que nous a donné la comparaison des épaisseurs; et il n'est pas possible de répondre de si petites différences dans les observations.

D'après cela, si l'on réduit l'épaisseur 1415 à l'échelle de Newton, en la multipliant par le facteur $\frac{1}{4}$, qui est commun au cristal de roche et à la chaux sulfatée, puisque ces deux substances exercent sur la lumière des actions égales, toutes les teintes E′ produites par notre plaque de cristal de roche, quand on inclinera son axe dans le plan d'incidence, devront, si la force principale seule est sensible, être exprimées de même que pour les plaques de chaux sulfatée, c'est-à-dire par les formules

$$E' = \frac{353,7 \cos^2(40^\circ + \theta')}{\cos u};$$

$$\sin u = 1,205515 \sin \theta' - 0,205515 \sin^5 \theta'.$$

En effet, ces formules représentent les observations avec une exactitude remarquable, comme le prouve le tableau suivant, qui en offre la comparaison. On y a calculé l'angle de réfraction θ', d'après le rapport de réfraction ordinaire, supposé égal à $\frac{25}{16}$, conformément aux expériences de Newton.

Incidence sur la plaque de cristal de roche, observée. θ.	Angle de réfraction, θ'.	Valeur de la teinte E', calculée.	Teinte du rayon extraordinaire, observée.	Valeur de l'act. de la plaque concl. de la teinte, observée.
52° 45′ 30″	30° 37′ 50″	48,97	blanc rougeâtre du 7e ordr.	49,67
54 55 0	31 35 0	44,66	bleu verdâtre du 7e ordre.	45,80
57 49 30	32 48 0	40,40	rouge du 6e ordre.....	42,00
59 39 10	33 31 30	37,66	bleu verdâtre du 6e ordre	38,00
62 24 50	34 33 30	33,85	rouge du 5e ordre.....	34,00
65 2 30	35 28 0	30,61	bleu verdâtre du 5e ordre.	29,67
68 44 30	36 37 0	26,62	rouge du 4e ordre.....	26,00
73 58 50	37 57 40	22,27	vert du 4e ordre.....	22,75
78 48 50	38 53 20	19,43	rouge du 3e ordre.....	18,71
	Somme...	304,47	Somme.....	307,06

On voit que les évaluations particulières des teintes s'accordent avec l'observation aussi bien qu'on peut le désirer dans des expériences où les sens sont pris pour juges. La somme de toutes les valeurs conclues de l'observation des teintes ne diffère de celle qui se conclut de la formule que de 2p,59, ou $\frac{1}{119}$ de leur valeur totale ; de sorte que, pour faire disparaître l'écart, il suffirait de supposer que j'ai observé cette série sur un point de la plaque où l'épaisseur était de $\frac{1}{119}$ plus grande que je ne l'ai supposée ; et, comme l'épaisseur moyenne de la plaque, observée au sphéromètre, est de 1415 parties, on voit que la différence dont il s'agit répondrait à 11 parties du sphéromètre, ou à $\frac{25}{1000}$ de millimètre, quantité que l'on n'aurait même pas espéré de pouvoir rendre sensible dans des expériences de ce genre, et qui ne peut en effet le devenir que par la comparaison des observations avec une loi extrêmement approchée. Cette épreuve a d'autant plus de poids, que les observations dont nous venons de faire usage sont depuis long-temps publiées, ainsi que les évaluations expérimentales des teintes ; de sorte qu'elles sont venues, d'elles-mêmes, s'accorder avec nos formules sans aucune altération.

On pourrait également déduire du calcul les effets de notre plaque, en supposant son axe croisé avec celui d'une plaque

de chaux sulfatée perpendiculaire au rayon incident; mais cette application n'offrirait qu'une répétition de celles que nous avons faites sur le croisement des lames de chaux sulfatée entre elles. L'expérience précédente et son accord avec nos formules suffisent pour prouver avec évidence le résultat important que nous devions nous proposer d'établir; savoir que, dans le cristal de roche comme dans la chaux sulfatée, la force polarisante principale émane de l'axe, et que son action sur les teintes est proportionnelle au quarré du sinus de l'angle V formé par cet axe avec le rayon réfracté.

On peut encore en conclure que, dans les limites d'épaisseur où nous avons éprouvé nos formules pour la chaux sulfatée, elles satisferont de même aux phénomènes présentés par les plaques de cristal de roche, et pourront servir à les prévoir. Néanmoins, il ne faudrait pas étendre cette conclusion indéfiniment : car, au-delà de certaines épaisseurs, les molécules lumineuses prenant la polarisation fixe, les formules de la polarisation mobile doivent cesser de leur être applicables. Il serait fort intéressant d'examiner si le passage d'un de ses états à l'autre est simultané pour toutes les molécules que composent chaque faisceau réfracté, ou si, comme je le soupçonne d'après quelques épreuves, il est partiel et successif, quelques molécules étant d'abord polarisées fixement à une certaine profondeur, puis d'autres à une profondeur plus grande, et ainsi de suite, jusqu'à ce que le faisceau tout entier éprouve cette modification. Quoi qu'il en soit, il est facile de constater la succession de ces deux modes dans le même morceau de cristal, pourvu qu'il soit suffisamment épais, et que l'axe de cristallisation ne soit ni parallèle ni perpendiculaire à ses surfaces. Car alors, si l'on regarde un objet délié à travers sa substance, on en verra deux images séparées et distinctes, qui, analysées par un prisme rhomboïdal ou à l'aide d'une tourmaline, se trouveront polarisées fixement dans deux sens rectangulaires. Et cependant si, dans ce même morceau, l'on taille une plaque à faces parallèles, dont l'épaisseur n'excède

pas cinq ou six millimètres, il sera très-facile de lui faire produire les phénomènes de la polarisation mobile, en la croisant avec une autre plaque de chaux sulfatée ou de cristal de roche parallèle à l'axe, et d'une épaisseur convenablement calculée. Ce procédé est même un des plus simples, et des plus directs que l'on puisse employer, pour trouver la direction de l'axe dans un morceau donné. Car si l'on en tire ainsi une plaque à faces parallèles d'une épaisseur e, qui exige une épaisseur e' de chaux sulfatée parallèle à l'axe pour être exactement compensée sous l'incidence perpendiculaire, il n'y a qu'à désigner par a l'angle inconnu que l'axe de cristallisation forme avec les surfaces de cette plaque, et l'on aura

$$e \cos^2 a = e', \quad \text{d'où} \quad \cos a = \sqrt{\frac{e'}{e}}.$$

J'ai employé plusieurs fois cette méthode, et j'ai toujours trouvé ses indications très-fidèles. Quand on connaît ainsi l'inclinaison de l'axe sur le plan des surfaces, il ne reste plus qu'à trouver sa direction, et on la reconnaît aisément en considérant dans quel sens se trouve l'axe de la plaque connue que l'on a employée dans le croisement.

Lorsque j'eus ainsi constaté l'existence des deux modes de polarisation mobile et fixe, dans le même morceau de chaux sulfatée et de cristal de roche, à diverses profondeurs, cela me conduisit à penser que, si le spath d'Islande paraissait toujours produire la polarisation fixe, cela tenait à la grande énergie de sa force répulsive; et que, si l'on atténuait cette force, on pourrait l'amener aussi à faire seulement osciller la lumière et à produire des couleurs. Or, d'après les observations précédentes, il y avait deux choses à faire pour atteindre ce but. Il fallait d'abord amincir les lames, pour diminuer le trajet des molécules lumineuses, et par conséquent le nombre de leurs oscillations à force répulsive égale; il fallait ensuite diriger le rayon réfracté de manière qu'il s'approchât d'être parallèle à l'axe du cristal. Pour cet objet, je priai M. Cauchoix de me tailler des lames minces de spath d'Islande, paral-

lèles aux faces naturelles du rhomboïde. Je les inclinai sur un rayon polarisé, de manière que le plan d'incidence se trouvât dirigé suivant la petite diagonale des rhomboïdes, et que le rayon réfracté s'approchât de l'axe de cristallisation. Elles produisirent aussitôt des couleurs par réfraction et par réflexion, comme les lames de cristal de roche et de chaux sulfatée. La teinte dépendait également des épaisseurs et de l'incidence, conformément à la théorie. Mais la grande intensité de la force répulsive du spath d'Islande exigeait que l'angle des rayons réfractés avec l'axe fût très-petit, pour que les couleurs pussent se développer, ce qui ne pouvait avoir lieu que sous des incidences très-obliques : c'est pourquoi je priai M. Cauchoix de me tailler d'autres lames presque perpendiculaires à l'axe des rhomboïdes, parce qu'alors, le rayon réfracté pouvant devenir parallèle à cet axe sous des incidences presque perpendiculaires, la force répulsive pouvait être affaiblie à volonté. En effet, de cette manière les couleurs se développèrent sous toutes les incidences. De plus, elles étaient encore diverses en divers points des lames, parce que, quelque soin que l'on prenne à exécuter celles-ci, leurs surfaces ne sont jamais rigoureusement parallèles ; ce qui fait que le trajet de la lumière n'est pas le même dans tous leurs points ; et comme la force répulsive est très-intense, cette petite différence de trajet en produit une sur l'espèce des teintes qui prennent l'une ou l'autre polarisation. J'ai fait des expériences pareilles sur l'arragonite, dont la double réfraction est aussi très-forte, et presque égale à celle du spath d'Islande, selon les expériences de Malus. Le succès a été le même. Toutes les lames minces de cette substance ont produit la polarisation mobile, et donné des faisceaux colorés, soit lorsqu'elles étaient taillées presque perpendiculairement à l'axe des aiguilles, soit lorsqu'elles étaient taillées obliquement, et qu'on les inclinait de manière que le rayon réfracté devînt presque parallèle à cet axe ; ce qui montre que l'axe de cristallisation de l'arragonite est en effet parallèle à l'axe des

aiguilles, comme Malus l'a reconnu le premier, par d'autres moyens.

Je dois faire remarquer que l'observation des couleurs avec ces lames est une affaire très-délicate, quand l'axe de cristallisation est incliné sur leur surface; car, à cause de la grande énergie de la force répulsive, il faut incliner bien exactement l'axe de manière que le rayon réfracté s'approche autant que possible d'être parallèle à sa direction. Cette précaution est tellement indispensable, qu'en prenant, par exemple, des lames de spath d'Islande parallèles aux faces naturelles du rhomboïde, et assez minces pour produire des couleurs, quand elles sont convenablement inclinées sur un rayon polarisé, on ne les découvrirait probablement pas, si l'on n'était pas prévenu par la théorie de la manière de s'en servir; et c'est ce qui est arrivé à plusieurs personnes fort exercées aux observations d'optique, lorsque je leur ai montré ces expériences pour la première fois.

Quoiqu'un accord si parfait, et si exactement prévu, semblât montrer avec évidence que la polarisation s'opère, dans le spath d'Islande, par les mêmes degrés, et par le même mode que dans le cristal de roche et la chaux sulfatée, cependant je ne le regardais pas encore comme une preuve complète. Car l'inégale épaisseur des lames, et la grande intensité de leur force répulsive, faisant naître des couleurs différentes en des points très-rapprochés les uns des autres, je ne pouvais y appliquer le sphéromètre, et mesurer le rapport des épaisseurs avec les couleurs, pour m'assurer s'il était conforme à la théorie des oscillations. Mais il me restait encore une épreuve sûre pour constater l'existence de ces dernières, c'était de développer des couleurs dans des plaques de spath d'Islande incapables par elles-mêmes d'en produire, en les croisant avec des plaques de chaux sulfatée. J'essayai de le faire, et le résultat confirma mes espérances.

Mais telle est l'exactitude qu'il faut mettre à ces recherches, que mes premières tentatives n'eurent aucun succès, parce que je m'étais borné à opérer le croisement à la main, au

lieu d'employer les appareils divisés qui m'avaient servi jusqu'alors. Car la grande énergie du spath d'Islande fait que, si l'on s'écarte le moins du monde des positions indiquées par la théorie, on passe à la polarisation fixe, et les couleurs ne peuvent plus se développer. Cette cause faisait aussi qu'il était plus difficile de tomber précisément sur la proportion des épaisseurs de chaux sulfatée, qui pouvait servir à compenser les lames de spath d'Islande soumises à l'expérience. Il fallait donc trouver une méthode directe et sûre pour opérer graduellement cette compensation, et c'est à quoi je suis parvenu, comme on va le voir.

J'ai pris une lame mince de spath d'Islande, dont les surfaces étaient à très-peu de chose près parallèles entre elles, et aux faces naturelles du rhomboïde (1). Son épaisseur moyenne, mesurée au sphéromètre, était de 162 parties, ce qui équivaut à $0^{mm},365958$. Pour éviter de la briser pendant les expériences, on l'avait travaillée sur un verre poli, où elle était collée avec de l'essence de térébenthine épaissie au feu, ce qui permettait à la lumière réfractée un passage presque aussi libre que si la lame eût été isolée. Pour la présenter dans les situations convenables à un rayon polarisé, je la plaçai sur l'appareil divisé que j'ai décrit précédemment, et après avoir mis l'axe de cristallisation dans l'azimut de 45°, par rapport au plan de polarisation du rayon incident, je l'inclinai dans le sens convenable pour développer des couleurs, et je m'arrêtai à l'instant où elles étaient sur le point de paraître, ce qui répondait au blanc-rougeâtre et au bleu-verdâtre du septième ordre d'anneaux de la table de Newton. Lorsque j'eus ainsi extrêmement affaibli la force répulsive de ma lame, et que je l'eus amenée tout près des limites de la table de Newton, j'opposai à son action la force attractive d'une lame de chaux sulfatée, dont l'épaisseur était $0^{mm},517$, et qui seule ne produisait pas de coloration. Pour cela, je

(1) Les faces de cette petite lame faisaient entre elles un angle de 8′ sur une longueur de deux centimètres.

plaçai l'axe de cette seconde lame parallèlement à la section principale de la lame de spath. Aussitôt je vis se développer dans le système les couleurs les plus vives ; et en inclinant plus ou moins la seconde lame, ce qui faisait varier sa force, elles parurent dans tous les ordres d'anneaux. Ici l'effet de l'opposition des forces se montrait donc avec évidence. J'ôtai cette lame de chaux sulfatée, et lui en substituai une autre de même nature, mais dont l'épaisseur était $0^{m},94860$. Alors cette épaisseur l'emporta tellement sur l'action de la lame de spath d'Islande, relativement à l'incidence où elle était placée, que la différence sortit des limites de la table de Newton, et il ne se produisit plus de couleurs. Mais elles reparurent quand je rapprochai un peu la lame de cristal d'Islande de l'incidence perpendiculaire, parce qu'alors sa force répulsive augmentait. La différence d'action étant ainsi rentrée dans les limites de la table de Newton, je continuai de faire mouvoir la lame de spath d'Islande, jusqu'à ce qu'elle égalât l'autre lame, qu'elle la surpassât, et même qu'elle fît de nouveau sortir la différence des mêmes limites en sens contraire ; alors il ne se produisit plus de couleurs. Mais je les fis reparaître en employant une autre lame de chaux sulfatée plus forte que la précédente, et dont l'épaisseur était $2^{mm},409$. Je trouvai encore les limites des couleurs pour cette dernière, en augmentant progressivement l'action de la lame de cristal d'Islande, et je fis de même pour une quatrième dont l'épaisseur était $5^{m},940$. Alors la lame de spath d'Islande avait dépassé l'incidence perpendiculaire, et il fallait incliner sa surface en sens contraire de ce que l'on avait fait d'abord, afin d'accroître sa force répulsive, en augmentant l'angle de son axe de cristallisation avec le rayon réfracté. Tous ces phénomènes sont exactement conformes à la théorie des oscillations ; mais de plus, ils sont tellement déterminés, tellement circonscrits dans leurs limites, qu'il est difficile de croire qu'on les eût aperçus, si cette théorie ne les eût indiqués. Pour qu'on puisse plus facilement en saisir l'ensemble, je les ai réunis dans le tableau suivant :

Incidence sur la lame de spath d'Islande, comptée de la perpendiculaire θ.	Épaisseur de la plaque de chaux sulfatée en millimètres.	Épaisseur de la même plaque en parties de la table de Newton.	Limite des teintes observée.
+ 58° 48′ 50″	0,0000	0	encore un peu de coloration.
+ 55 41 30	0,9486	105	commencem. de la coloration.
+ 30 55 30	*idem.*	*idem.*	fin de la coloration.
+ 21 42 30	2,4100	267	commencem. de la coloration.
+ 6 19 0	*idem.*	*idem.*	fin de la coloration.
— 27 1 40	5,8385	657	commencem. de la coloration.
— 24 29 20	*idem.*	*idem.*	fin de la coloration.

J'ai désigné les incidences par le signe +, lorsque la lame de spath d'Islande était inclinée de manière que le rayon réfracté s'approchât de l'axe plus que sous l'incidence perpendiculaire; et j'ai employé le signe —, lorsque le rayon incident a passé de l'autre côté de la normale; ce qui augmentait au contraire l'angle de l'axe de cristallisation avec le rayon réfracté.

Un autre fait, qui résulte encore des mêmes principes, c'est la succession plus ou moins rapide des teintes, dans les diverses parties de la lame de spath d'Islande, selon les inclinaisons où elle est placée. En effet, nous avons vu que des lames, ainsi obtenues par l'art, sont toujours un peu prismatiques. L'inégalité de leur épaisseur doit donc faire naître des couleurs différentes dans leurs diverses parties, et la succession de ces couleurs doit être d'autant plus serrée, que la force répulsive est plus énergique. Aussi observe-t-on que, dans les grandes inclinaisons, où le rayon réfracté fait un très-petit angle avec l'axe de la lame, les couleurs sont très-étendues, et chaque image est presque entièrement d'une teinte uniforme, ou du moins ne contient que des teintes voisines. Mais, à mesure que cet angle augmente, l'inégalité des teintes s'accroît aussi; et enfin, quand la force répulsive est à son maximum, leur multiplicité est telle, qu'il en résulte, sur chaque image, une foule d'anneaux très-serrés, où l'on ne distingue plus que les teintes dominantes du blanc rougeâtre et du vert, comme dans les anneaux colorés ordinaires, lorsqu'ils sont décomposés par un

prisme très-réfringent. Ici le prisme est l'inégalité d'épaisseur des diverses parties de la lame; et cette inégalité, qui s'élève à peine à des centièmes de millimètre d'un bout de la lame à l'autre, suffit pour varier à ce point la nature des teintes, qui prennent l'une ou l'autre polarisation.

J'ai répété les mêmes essais sur l'arragonite, dont la double réfraction est presque aussi énergique que celle du spath d'Islande. Elle a offert des résultats pareils. Toutes les lames de cette substance ont donné des couleurs, et produit les autres phénomènes de la polarisation mobile, lorsque leur action a été suffisamment atténuée par la diminution de l'épaisseur, ou en transmettant les rayons de manière qu'ils formassent un très-petit angle avec l'axe, ou enfin par ces deux procédés réunis. Elles en ont donné encore lorsque leur action, sans être affaiblie, a été simplement compensée par des lames de chaux sulfatée d'une épaisseur convenable dont l'axe était placé parallèlement à leur section principale, comme la nature opposée des forces polarisantes l'exigeait.

Ayant ainsi reconnu que, dans ces cristaux, comme dans ceux dont la double réfraction est la plus faible, la force polarisante principale émane toujours de l'axe, je voulus essayer si elle ne suivrait pas aussi la même loi, c'est-à-dire, si elle serait proportionnelle au carré du sinus de l'angle formé par l'axe avec le rayon réfracté. Cela se réduisait à examiner si l'action d'une même lame, sous les diverses incidences, pouvait, comme celle des plaques de cristal de roche, être représentée par la formule

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta')}{\cos u},$$

en y donnant toutefois aux coefficiens numériques une valeur différente, appropriée à l'intensité de la nouvelle force répulsive; de sorte que cette expression, appliquée, par exemple, au spath d'Islande, pût indiquer toutes les limites de coloration que nous avons rapportées plus haut. Mais cette application présente une difficulté nouvelle. Dans les lames formées de substances dont la double réfraction était très-faible, nous avons

pu légitimement négliger l'angle des deux faisceaux, ordinaire, extraordinaire, puisqu'il était inappréciable : ici, cette simplification n'est plus admissible, au moins en général ; car, par exemple, dans les lames de spath d'Islande parallèles aux faces naturelles du rhomboïde, l'angle des deux faisceaux, sous l'incidence perpendiculaire, est de $6^{\circ}12'38''$ selon la théorie. Ainsi, pour calculer la limite de coloration, dans cette circonstance et toutes les autres analogues, il faudrait examiner par laquelle des deux réfractions elle est produite ; et si elle l'est au commencement par l'une, et à la fin par l'autre, ou toujours par la même. Il faudrait ensuite déterminer, pour ces diverses suppositions, la valeur qu'il faut attribuer à l'épaisseur e de la plaque en parties de la table de Newton, ainsi que la forme de l'angle auxiliaire u, qui peut très-bien n'être pas exactement la même pour les deux sortes de réfractions. Je ne suis point entré dans cette recherche délicate, qui, sans doute, exigerait des expériences plus nombreuses que celles dont on a vu ci-dessus le tableau : mais voulant au moins obtenir un aperçu qui pût faire présumer les résultats d'une application plus rigoureuse, j'ai effectué le calcul en prenant toujours pour θ' l'angle de la réfraction ordinaire. De plus, comme les valeurs de cet angle ont toujours été fort peu considérables, j'ai supposé qu'il suffisait de l'employer dans le dénominateur de la formule, au lieu de l'angle auxiliaire u. Enfin, j'ai déterminé, d'après les expériences mêmes, la valeur qu'il fallait attribuer à e, et je l'ai trouvée de 753,38 : ce sera donc l'épaisseur de notre lame de spath d'Islande réduite à l'échelle de Newton, pour le cas où l'axe de cristallisation serait parallèle à sa surface. On a vu plus haut que cette épaisseur, mesurée au sphéromètre, s'était trouvée de 162 parties. Ainsi, le facteur par lequel il faut multiplier les parties de cet instrument pour les réduire à la table de Newton, quand il s'agit du spath d'Islande, est, d'après cette expérience, $\frac{753,38}{162}$ ou 4,6505. Pour la chaux sulfatée et le cristal de roche, ce facteur est $\frac{1}{4}$, comme nous l'avons trouvé précédemment ; ainsi, en prenant pour unité l'action polarisante de cette dernière substance, celle du spath

d'Islande serait 18,602. Ce résultat diffère peu du nombre 17,75 que nous avons obtenu plus haut, en comparant les coefficiens qui expriment les variations du carré de la vitesse, dans le rayon extraordinaire.

J'ai pris de plus, d'après Malus, le rapport de réfraction ordinaire dans le spath d'Islande, égal à $\frac{1}{0,604487}$, et l'angle a formé par l'axe avec les faces du rhomboïde égal à 45°. 23'. 30". Avec ces élémens, les observations rapportées plus haut, m'ont donné les résultats suivans :

Angle d'incidence, θ.	Angle de réfraction ordinaire, θ'.	Epaisseur de la plaq. de chaux sulfatée, mesurée.	Action de la plaq. de spath d'Islande en parties de la table de Newton, calculée.	Différence	Limites des teintes observées.
58° 48' 50"	31° 8' 30"	0	47,73	+ 47,73	fin de la color.
55 41 30	29 57 20	105	55,64	— 49,36	commenc.
30 55 30	18 6 0	105	157,89	+ 52,89	fin.
21 42 30	12 55 10	267	214,49	- 52,51	commenc.
6 19 0	3 48 50	267	322,30	+ 55,30	fin.
— 27 1 40	— 15 56 40	657	594,15	— 62,85	commenc.
— 42 29 20	— 24 5 50	657	716,29	+ 59,29	fin.

On voit que, malgré toutes les petites causes d'erreur que nous avons admises, la différence calculée des deux lames s'est toujours extrêmement rapprochée des limites assignées par la table de Newton. Cet accord, qu'on aurait eu peine à espérer, indique, avec beaucoup de vraisemblance, que le commencement et la fin de la coloration ont été réellement déterminés dans tous les cas par le faisceau ordinaire ; ce qui annoncerait que la force polarisante du spath d'Islande, et probablement des autres cristaux répulsifs, agit plus énergiquement sur ce faisceau que sur le faisceau extraordinaire, quoiqu'elle soit toujours, pour chacun d'eux, proportionnelle à la quatrième puissance du sinus de l'angle, formé par l'axe avec le rayon réfracté ordinairement ou extraordinairement.

Cette loi de la force, que l'analogie nous avait indiquée, et que le calcul des expériences confirme, était encore susceptible d'une autre vérification qui se présentait d'elle-même,

d'après les résultats précédens, mais qui, sans eux, n'aurait guère pu être soupçonnée. Nous avons vu plus haut que le nombre 18,602 exprimait le rapport des actions polarisantes du spath d'Islande et de la chaux sulfatée. Si l'on veut appliquer ce résultat à des plaques parallèles aux faces naturelles du rhomboïde, pour l'incidence perpendiculaire, il faut multiplier le nombre 18,602 par le carré du sinus de l'angle que l'axe de cristallisation fait avec la normale à la surface de ces plaques ; angle qui est ici de 44° 36′ 30″. Le nombre 18,602 se trouve ainsi réduit à 9,174 ; c'est-à-dire que, si l'on veut croiser une plaque de chaux sulfatée, parallèle à l'axe, avec une lame de spath d'Islande parallèle aux faces naturelles du rhomboïde, il faut, pour la compensation parfaite, que l'épaisseur de la première soit 9,174, celle de la seconde étant l'unité. J'ai voulu vérifier ce résultat. Pour cela, j'ai détaché d'un morceau de spath d'Islande un petit rhomboïde naturel, dont l'épaisseur, mesurée au sphéromètre, s'est trouvée de $0^{mm},621126$; ainsi, en multipliant ce nombre par 9,174, on aura $5^{mm},698$ pour l'épaisseur de la plaque de chaux sulfatée, capable de le compenser sous l'incidence perpendiculaire. Cette épaisseur était à peu près celle de la dernière plaque qui m'avait servi dans les expériences précédentes, puisque celle-ci avait pour valeur $5^{mm},8385$. Aussi, en la croisant avec le petit rhomboïde, et variant tant soit peu l'incidence, elle produisit des couleurs, tandis que ni elle, ni le rhomboïde, n'en donnaient isolément.

Ces couleurs étaient disposées par ondulations, qui suivaient les stries dont les surfaces du petit rhomboïde étaient hérissées ; car le poli naturel des surfaces du spath d'Islande est toujours assez imparfait, ce qui est, je crois, un résultat de la fragilité de cette substance, et de sa facilité à se diviser. Je ne sais même si, par cette raison, de très-petits rhomboïdes sont toujours parfaitement plans. Mais, dans tous les cas, ces inégalités ne font, par les variétés de couleurs qu'elles donnent, qu'offrir une nouvelle confirmation de la théorie.

J'en ai obtenu depuis une plus forte encore par la décou-

verte d'un très-beau phénomène que produisent les plaques de spath d'Islande taillées perpendiculairement à l'axe, et qui, dans ses détails très-multipliés, offre autant d'applications mathématiques des lois auxquelles nous venons de parvenir. La disposition la plus convenable pour l'observer est représentée fig. 37. MM est un grand disque de verre, noirci par derrière, et sur lequel on polarise par réflexion un large faisceau de la lumière blanche des nuées. On reçoit ensuite ce faisceau sur un verre noir VV, disposé de manière à n'en rien réfléchir. On reconnaît que cette condition est remplie, lorsque l'œil placé en O, et regardant dans le verre VV, voit la surface du disque M tout-à-fait obscure. Les choses étant ainsi disposées, on introduit dans le trajet des rayons une plaque de spath d'Islande taillée perpendiculairement à l'axe de cristallisation, et on la tourne de manière qu'elle reçoive le faisceau polarisé, sous l'incidence perpendiculaire. Alors l'œil, toujours fixe en O, aperçoit, dans le verre VV, une multitude d'anneaux colorés concentriques, séparés en quatre quadrans par une grande croix noire, dont les branches vont en s'évasant comme les queues des comètes, à mesure qu'elles s'éloignent du centre; le tout ensemble forme l'arrangement représenté fig. 38. On produit les mêmes effets, et avec plus de vivacité encore, en substituant à la lumière des nuées la flamme d'une lampe à courant d'air, entourée d'un globe de verre dépoli, ou d'une simple enveloppe sphérique de papier très-blanc, pour avoir un large faisceau de lumière, fig. 39. Dans ce cas, il est commode de rendre le disque M vertical, et de le placer à la hauteur du centre de la flamme. Alors le faisceau réfléchi est horizontal, et l'on peut y introduire la plaque de spath d'Islande, en la plaçant sur un support à la même hauteur, Le plan de polarisation primitive se trouvant ainsi horizontal, le plan d'incidence sur le verre VV doit être vertical, et le faisceau polarisé doit faire un angle de 35° 25′ avec sa surface.

Si l'on examine d'abord les couleurs des anneaux, surtout lorsqu'ils sont formés par la lumière des nuées qui est parfaitement blanche, on trouve au centre une tache noire bordée

d'un bleu sombre, qui bientôt se change en un blanc bleuâtre, puis en blanc parfait, et de là en jaune pâle, en orangé et en rouge mordoré, exactement comme dans le premier des anneaux réfléchis de Newton. Les couleurs des autres anneaux suivent pareillement, dans le même ordre, aussi loin qu'on peut les apercevoir. La croix noire, étendant ses branches rectangulaires tout au travers, ne participe point à leurs nuances, qui viennent successivement s'y perdre avec une dégradation rapide d'intensité.

La grandeur de ces anneaux paraît changer avec la distance de l'œil à la plaque cristallisée, augmentant quand il s'éloigne, diminuant quand il s'approche. Mais si l'on promène l'œil parallèlement à la plaque, ils restent les mêmes, et de même grandeur, quel que soit le point de ses surfaces par lequel les rayons sont transmis.

L'observation de ces diverses particularités me fit connaître que la dépolarisation du faisceau, transmis à travers la plaque, était due aux forces polarisantes qu'elle exerçait sur les divers rayons qui la traversaient obliquement à son axe. Car l'intensité de ces forces étant inégale, à diverses distances du centre, mais restant la même, à une même distance, tout autour de l'axe, elles devaient, selon les lois de la polarisation mobile, produire des anneaux de même couleur et de même ordre que les donnait l'observation. En effet, dans le cône de rayons qui parvient à l'œil à travers la plaque, choisissons d'abord celui qui la traverse exactement suivant son axe, et désignons-le par CIO, fig. 40. Pour celui-là, les forces polarisantes de la plaque sont absolument nulles, et il conserve sa polarisation primitive sans aucune altération quelconque; de sorte qu'arrivé au verre noir VV, il le pénètre, et le point d'incidence I paraît noir : il en arrivera autant à tous les autres rayons ci, $c'i'$, qui se trouveront contenus dans le plan de la polarisation primitive. Car, bien que la plaque cristallisée exerce sur eux une force répulsive, puisqu'ils la traversent obliquement à son axe, cependant comme sa force s'exerce dans le plan de cette polarisation même, elle ne la leur ôte point;

de sorte qu'ils se comportent sur le verre VV comme s'ils y étaient parvenus directement ; et ainsi ils ne s'y réfléchissent point du tout, ou infiniment peu, parce que la cessation de la réflexion n'a pas lieu seulement sous l'incidence fixe de 35° 25′, mais encore, à quelque distance de part et d'autre de cette limite ; et de là elle va en croissant peu à peu, de manière à être encore très-faible à des incidences déjà éloignées de la précédente de plusieurs degrés. La suite des points $c\,c'$, où la réflexion sera ainsi nulle, donnera donc une ligne noire XX, qui se dirigera dans le plan de la polarisation primitive, et formera deux des branches opposées de la croix, dont la noirceur ira graduellement en décroissant, à mesure qu'elles s'éloigneront du centre.

Les deux autres branches de la croix seront produites par une ligne semblable YY, menée dans la plaque, perpendiculairement au plan primitif de polarisation. Car les rayons qui passeront par un des points de cette droite, hors de l'axe, pour arriver à l'œil, éprouveront à la vérité, de la part de la plaque, une force polarisante ; mais cette force s'exerçant dans un plan perpendiculaire à la polarisation qu'ils ont déjà reçue, ne l'altérera point ; ainsi, en arrivant au verre noir VV, ils ne se réfléchiront pas plus qu'ils ne faisaient avant que la plaque fût interposée. Ceci n'explique encore que les deux axes de la croix noire, ou le milieu de ses branches : nous verrons bientôt pourquoi elles ont une certaine largeur.

Mais la conservation de la polarisation primitive n'a plus lieu pour aucun autre des rayons qui traversent la plaque hors de ces lignes ; car celui qui passe en N, par exemple, fig. 41, éprouve de la part de la plaque une force polarisante, dirigée suivant le plan NCI. Ainsi, en supposant cette force assez faible pour produire la polarisation mobile, une partie O′ du rayon conserve sa polarisation primitive ; le reste E′ la perd et dirige ses axes suivant une direction CX′, également inclinée de l'autre côté de CN ; de sorte que, si l'angle NCX est désigné par i, l'angle X′NX sera $2i$. Alors, quand ce faisceau

arrive au verre V V, il s'en réfléchit une portion dont l'intensité peut être exprimée par $E \sin^2 2i$, en appelant E la proportion qui s'en réfléchirait s'il tournait ses axes suivant CY, dans le plan même de réflexion du verre noir. Cette proportion, ainsi que la teinte E, sont évidemment les mêmes tout autour de l'axe CI, à égale distance du centre, de manière à former un anneau circulaire d'une même couleur, mais dont l'intensité, sur le verre noir, paraît inégale dans les diverses parties de son périmètre, à cause des valeurs inégales de l'angle i.

Quant à la nature de la teinte E, comme les rayons qui la donnent ne s'écartent presque pas de l'incidence perpendiculaire, il résulte de nos précédentes recherches, qu'on l'obtiendra en parties de la table de Newton, en multipliant l'épaisseur oblique de la plaque de spath d'Islande, réduite à cette échelle, par le carré du sinus de l'angle que l'axe de la plaque forme avec le rayon réfracté. Comme cet angle est toujours fort petit dans l'étendue du champ que les anneaux embrassent, la force répulsive y est nécessairement très-faible; ainsi, nous pouvons user de la même simplification que nous avons employée pour les plaques de chaux sulfatée et de cristal de roche, c'est-à-dire, traiter les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire, comme se confondant sur une même direction. Alors, l'angle du rayon réfracté avec l'axe, sera l'angle de réfraction même du rayon dans la plaque, que nous nommerons θ'; et en désignant par e l'épaisseur de la plaque, en parties de l'échelle de Newton, la valeur de la teinte E, qui perd sa polarisation primitive, sera

$$E = \frac{e \sin^2 \theta'}{\cos \theta'}.$$

Comme l'incidence est toujours presque perpendiculaire, on peut remplacer $\cos \theta'$ par l'unité au dénominateur, ce qui revient à négliger l'effet de l'obliquité sur la longueur du trajet que les molécules lumineuses parcourent dans la plaque. Alors, si l'on veut déterminer la direction des rayons qui forment l'anneau dont la teinte est E dans la table de Newton,

il n'y a qu'à tirer $\sin\theta'$ de l'équation précédente, ce qui donne

$$\sin\theta' = \sqrt{\frac{E}{e}}.$$

De là il est facile de conclure la grandeur de l'anneau à toute distance. Pour cela, concevons que les rayons qui le forment soient prolongés à travers le verre noir, fig. 40, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en un point O', qui sera symétrique avec la position de l'œil ; et désignons par D la distance O'IC de ce point à la plaque, laquelle sera égale à la distance brisée OIC. Nommons de plus θ l'angle formé par les rayons obliques, avec le rayon central qui passe dans l'axe de la plaque, et soit ϱ le demi-diamètre de l'anneau mesuré sur la surface de la plaque même, du côté de l'œil, on aura alors

$$\frac{\varrho}{D} = \text{tang}\,\theta, \qquad \text{ou simplement} \qquad \varrho = D\sin\theta.$$

Car, à cause de la petitesse de l'angle θ, on peut remplacer sa tangente par son sinus. En outre, si l'on désigne par n le rapport de réfraction dans le spath d'Islande pour une quelconque des deux réfractions, l'ordinaire, par exemple, $\sin\theta$ sera égal à $n\sin\theta'$; ainsi, en substituant à $\sin\theta'$ sa valeur dans ϱ, il viendra

$$\varrho = Dn\sqrt{\frac{E}{e}};$$

expression dans laquelle ϱ et D sont exprimées en parties de la même unité de longueur, par exemple en millimètres, et E, e, en parties de la table de Newton.

Ceci nous apprend que, pour une même distance de l'œil, les carrés des diamètres des anneaux, formés dans une même plaque, sont proportionnels aux nombres assignés par la table de Newton, pour les couleurs dont ces anneaux sont formés. Mais si l'on compare des plaques d'épaisseurs différentes, les carrés des diamètres des anneaux semblables sont réciproques aux racines carrées des épaisseurs.

Pour vérifier commodément ces résultats, il ne faut pas mesurer les diamètres des anneaux sur la plaque même, ce

qui pourrait la déplacer ou altérer le poli de sa surface. Il est plus sûr de prendre ces mesures sur un plan de verre mince et bien diaphane que l'on interpose à quelque distance dans le trajet des rayons, ou mieux encore, sur le disque de verre même qui sert à polariser la lumière. Pour approprier notre formule à cette disposition, suivons le prolongement du rayon lumineux que nous venons de considérer tout-à-l'heure, et qui perce la plaque du côté de l'œil, à la distance ϱ de l'axe. Il la percera du côté opposé à une distance $\varrho + e' \operatorname{tang} \theta'$, en désignant par e' l'épaisseur de la plaque *en millimètres;* et à cause de la petitesse de θ', cette expression peut être remplacée par $\varrho + \frac{e'}{n} \operatorname{tang} \theta$, ou $\left(D + \frac{e'}{n}\right) \operatorname{tang} \theta$, en mettant pour ϱ sa valeur primitive. Enfin, si l'on suit encore le même rayon jusqu'à une distance D' au-delà de la plaque, le demi-diamètre de l'anneau croîtra encore de $D' \operatorname{tang} \theta$, et deviendra ainsi $\left(D + D' + \frac{e'}{n}\right) \operatorname{tang} \theta$, à quoi l'on pourra, si l'on veut, substituer $\left(D + D' + \frac{e'}{n}\right) \sin \theta$, à cause de la petitesse de θ. Cette expression convient au cas où l'on mesurerait l'anneau sur un plan de verre diaphane, placé perpendiculairement au rayon central. Mais si l'on veut incliner ce plan d'un angle I, ce qui, en allongeant les anneaux, rend leurs mesures plus exactes, il faudra, pour obtenir le demi-grand axé de l'ellipse qu'ils forment, diviser l'expression précédente par $\sin I$: du moins cela suffira, si les anneaux sont fort petits comparativement à la distance de l'œil au plan où on les mesure. Ainsi, en désignant ce demi-grand axe par R, et mettant pour $\sin \theta$ sa valeur en $\sin \theta'$, il viendra

$$R = \frac{n\left(D + D' + \frac{e'}{n}\right)}{\sin I} \cdot \sqrt{\frac{E}{e}}.$$

Quand on mesurera les anneaux sur le disque même où la polarisation s'opère, on aura $I = 35° \, 25'$. Alors les mesures

devront être faites dans le sens du plan de réflexion qui se trouvera naturellement indiqué par une des branches de la croix noire. Pour procéder avec exactitude, il faut commencer par fixer invariablement la place de l'œil en assujettissant au-devant du verre V un disque métallique percé d'un trou circulaire auquel on peut adapter un verre concave, si l'on a la vue courte. Puis, en même temps qu'on regarde les anneaux, on porte sur le disque un compas ouvert dont on dirige les pointes sur la branche de la croix située dans le plan de réflexion, sur la branche horizontale, par exemple, si le disque est vertical, comme nous l'avons supposé; et, quand on y est placé, on écarte ou l'on resserre les branches du compas jusqu'à ce que l'anneau qu'on veut mesurer soit exactement compris entre elles. L'opération ainsi pratiquée est facile et sûre, comme le prouve la répétition des mêmes résultats.

J'ai mesuré de cette manière les diamètres des trois premiers ordres de rouge dans une plaque dont l'épaisseur e' était $23^{mm},5$. Les distances D, D', également exprimées en millimètres, étaient $D = 70$; $D' = 286,5$.
Adoptons pour rapport de réfraction celui de 5 à 3 donné par Newton, par Huyghens, et confirmé par Malus; $\frac{e'}{n}$ sera 14,1, et $D + D' + \frac{e'}{n}$ deviendra 370,6; substituant donc ces résultats dans l'expression générale de R, nous aurons, dans les circonstances assignées

$$R = 1065,828 \sqrt{\frac{E}{e}}.$$

Cela posé, les diamètres des trois premiers anneaux, mesurés dans l'endroit où le rouge était le plus intense, se sont trouvés de $22\frac{1}{2}$, 34 et 44 millimètres. Les carrés de ces nombres sont $506\frac{1}{4}$, 1156 et 1936. En les multipliant par le facteur commun 0,0102270, ils deviennent 5,18; 11,82 et 19,8; ils sont alors presque égaux aux nombres 5,8; 12,19 et 19,69, qui représentent les milieux des mêmes teintes dans la table de Newton.

Le premier seul est un peu trop faible, ce qui indique que j'aurai mesuré le diamètre du premier anneau dans l'orangé foncé qui avoisine le rouge du premier ordre. Cela est d'autant plus probable, qu'ayant opéré avec la lumière artificielle d'une lampe à courant d'air, le rouge sombre et mordoré du premier ordre a dû être un peu effacé par l'orangé qui l'avoisine. Malgré cette légère imperfection, l'ensemble des trois résultats vérifie très-bien la loi de proportionnalité, indiquée par la théorie, entre les carrés des diamètres et les nombres de la table de Newton.

En élevant au carré la valeur de R donnée par notre formule, on en tire

$$4\,R^2 \cdot \frac{e}{(2131{,}656)^2} = E.$$

Sous cette forme, le multiplicateur de $4\,R^2$ dans le premier membre doit représenter le facteur commun qui nous a servi tout à l'heure, pour réduire à la table de Newton les mesures des carrés des diamètres, et que j'avais déterminé pour cela d'après l'ensemble des trois expériences. En l'égalant à son expression théorique, nous en tirerons la valeur e de notre plaque, en parties de la même table; nous aurons ainsi

$$\frac{e}{(2131{,}656)^2} = 0{,}0102276, \quad \text{d'où} \quad e = 46475{,}15.$$

C'est l'épaisseur de notre plaque, évaluée en parties de la table de Newton, eu égard à l'intensité de la force polarisante du spath d'Islande; ou en d'autres termes, c'est l'expression de la teinte E que donnerait une pareille plaque, taillée parallèlement à l'axe de cristallisation. En divisant ce résultat par 23,5, épaisseur de notre plaque en millimètres, on aura la valeur de la teinte E, correspondante à une lame de spath d'Islande parallèle à l'axe et d'un millimètre d'épaisseur. Cette valeur sera $1977\frac{2}{3}$. On voit combien elle dépasse les limites de la table entre lesquelles la coloration est sensible, puisque ces limites sont fixées à $49\frac{2}{3}$.

Effectuons la même évaluation pour la chaux sulfatée, ou le

cristal de roche, parallèles à l'axe. Nous le pouvons d'après les résultats que nous a donnés le sphéromètre. Nous avons vu que 250 parties de cet instrument valent en millimètres 0,56466, ou, ce qui revient au même, 1000 valent $2^{mm},25864$. Par conséquent chaque millimètre vaut un nombre de ces parties exprimé par $\frac{1000}{2,25864}$ ou 442,7443. Or, nous avons trouvé que quatre de ces parties, formées ainsi par la chaux sulfatée ou le cristal de roche, en valent une de la table de Newton; par conséquent une épaisseur d'un millimètre de ces cristaux, taillée parallèlement à l'axe, vaudra en parties de la même table $\frac{1}{4}(442,7443)$ ou 110,6861. Si l'on divise par ce nombre celui que nous avons trouvé tout à l'heure pour le spath d'Islande, le quotient exprimera le rapport des épaisseurs qui donneraient la même teinte E dans ces deux substances. Or le nombre ainsi obtenu est 17,867, presque exactement égal à celui que nous avait donné la variation du carré de la vitesse extraordinaire, et aussi presque le même, mais plus sûr que celui que nous avions déduit des expériences faites sur des lames rhomboïdales. Cet accord remarquable me semble une confirmation frappante de la théorie.

Il suit de là qu'en partant du seul rapport 17,75, donné par la comparaison des carrés des vitesses extraordinaires, dans les deux substances, on aurait pu prédire et retrouver exactement tous les diamètres des anneaux observés à travers notre plaque, dans les circonstances assignées. En effet, sachant que 1 millimètre de chaux sulfatée parallèle à l'axe vaut $110^{p},6861$ de la table de Newton, il n'y a qu'à multiplier ce nombre par 17,75, et l'on aura la valeur d'un millimètre de spath d'Islande en parties de la même table, qui sera 1964,678; puis multipliant encore ce produit par 23,5, nombre de millimètres que contient l'épaisseur de notre plaque, on aura 46170 pour la valeur de e qui lui correspond. Ce nombre étant substitué dans l'expression de R, il viendra

$$R = 1065,828\sqrt{\frac{E}{46170}}, \quad \text{ou} \quad R = 4,9603\sqrt{E}.$$

Il ne reste plus qu'à mettre pour E les diverses valeurs que la table de Newton assigne aux diverses teintes, et l'on aura les demi-diamètres des anneaux qui les produisent dans notre plaque, ces diamètres étant supposés pris sur le verre réflecteur aux distances assignées, et dans la direction du plan de réflexion. Choisissons, par exemple, pour E les nombres 5,8; 12,19, et 19,69, qui appartiennent aux trois premiers ordres de rouge, dans leurs parties les plus distinctes. En les substituant dans la formule, les valeurs correspondantes de R seront 11,946; 16,593; 22,0105; et en les doublant, on aura les diamètres absolus des anneaux, qui seront 23,892; 33,186; 44,0210. L'observation a donné 22; 34; et 44; le premier nombre est un peu trop faible, le second un peu trop fort, et le troisième exactement d'accord avec la formule; mais les écarts sont tels, qu'on ne peut guère en répondre dans l'expérience, à cause de l'étendue sensible que chaque teinte occupe. Ainsi l'on peut dire que les diamètres des anneaux, à une distance donnée, sont assignés, par notre théorie, presque aussi bien que par l'observation. Quoique cette comparaison pût paraître confirmer suffisamment la théorie, j'ai voulu lui faire subir encore de nouvelles épreuves. J'ai fait diviser la plaque précédente en deux autres d'épaisseur très-inégale; et ayant disposé l'appareil comme dans les expériences que nous venons de décrire, j'ai mesuré de même les diamètres des anneaux qui en résultaient, en les prenant dans les endroits où le rouge était le plus intense. Voici les élémens du calcul, où j'ai désigné par A et B les deux plaques.

	A	B	
	mm	mm	
Epaisseur.....	10,5524	3,63641	déterminée par le sphéromètre.
Distance de l'œil au verre noir.	40,000	40,0000	
De l'œil à la première surface de la plaque.....	85,000	85,0000	
De la seconde surface au verre réflecteur.....	279,449	286,3636	

De là, à l'aide du facteur 1964,678, on tire,

1re plaque A... $D + D' + \frac{e'}{n} = 410,78 \qquad e = 20732,00$

2e plaque B... $D + D' + \frac{e'}{n} = 413,55 \qquad e = 7144,37.$

si l'on substitue ces données dans l'expression générale de R, et qu'on achève le calcul pour les trois premiers ordres de rouge, on trouve les diamètres suivans, que j'ai rapprochés à l'observation.

Désignation des teintes observées.	Plaque A. Diamètres des anneaux en millimètres,		Plaque B. Diamètres des anneaux en millimètres,	
	calculés.	observés.	calculés.	observés.
	mm	mm	mm	mm
Rouge 1er ordre..	39,52	37	67,78	68
Rouge 2e ordre...	54,89	55	94,14	95
Rouge 3e ordre...	72,89	68	non observé.	

On voit que le calcul suit fidèlement l'observation; et l'accord paraîtra encore plus satisfaisant, si l'on considère la difficulté de prendre ces mesures, ainsi que toutes les petites causes d'erreurs dont les résultats peuvent être influencés.

Dans les exemples précédens, nous avons calculé les grands axes des anneaux, d'après l'observation de leur teinte E; mais réciproquement, si l'on se donne à volonté le demi-grand axe R d'un des anneaux sur le disque de verre où la polarisation s'opère, la formule fera connaître E, c'est-à-dire la valeur de la teinte de cet anneau en parties de la table de Newton, d'où l'on conclura ensuite sa couleur, d'après la même table.

Si l'on considère la teinte E en elle-même et au moment où les rayons sortent de la plaque pour aller vers l'œil, son intensité est constante sur toute la circonférence de chaque anneau, et elle y est formée d'un certain système de molécules lumineuses, que l'on peut déterminer d'après la composition que la

table de Newton lui assigne. Mais les axes de ces molécules ont des directions diverses en divers points du périmètre de l'anneau ; et cette circonstance les détermine à se réfléchir plus ou moins abondamment sur le verre noir V V, ce qui rend l'intensité apparente de chaque anneau variable en différens points de son périmètre, quand on le regarde de cette manière. Pour évaluer ces variations, considérons les anneaux sur la surface de la plaque qui est tournée vers l'œil, ce qui les rend circulaires, et définissons les points de leur contour par deux coordonnées, dont l'une ϱ soit leur distance à l'axe central, et i l'angle formé par cette distance avec le plan de polarisation primitif des rayons. Alors, en conservant à la lettre E la signification que nous lui avons donnée page 485, $E \sin^2 2i$ exprimera l'intensité apparente de l'anneau en ses divers points. Cette intensité sera donc nulle quand i sera nul ou égal à 90°, ce qui donne les deux branches de la croix noire centrale, comme nous l'avons remarqué dès l'origine. Cette croix aura une largeur sensible, correspondante aux valeurs de i, qui différeront assez peu de zéro ou de 90° pour que le produit $E \sin^2 2i$ soit insensible à l'œil. De plus, sa largeur ira en augmentant à mesure que ses branches s'éloigneront du centre, puisque les valeurs de i, où l'intensité commence à être sensible, répondent à des cercles plus grands à mesure que ϱ augmente. Enfin, l'inégalité absolue qui existe entre les intensités propres des teintes E, dans les différens anneaux, fera que la réflexion commencera plus tôt sur les unes que sur les autres, et cela produira les espèces d'aigrettes latérales, qui semblent partir des diverses branches de la croix, à diverses distances du centre.

Jusqu'ici nous avons supposé que la lumière transmise par la plaque était reçue sur un verre noir V V, disposé de manière à ne point réfléchir les rayons qui auraient conservé la polarisation primitive ; mais on peut aussi rendre les anneaux sensibles en analysant cette lumière avec un prisme de spath d'Islande achromatique. Pour calculer les effets de ce prisme, désignons par α l'angle que sa section principale forme avec le

plan de polarisation primitif; et nommons toujours i l'angle formé avec le même plan par le rayon vecteur ϱ du point des anneaux que nous voudrons considérer ; alors il y aura en ce point la teinte E′ de même nature que E, mais d'une intensité différente, qui sera polarisée dans l'azimut $2i$, et une teinte complémentaire, que je nommerai O′, qui conservera sa polarisation primitive. Désignant donc par F_o, F_e, les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire qui se forment dans le prisme, par la réfraction de ces teintes, et reprenant les lettres O, E, pour désigner ce qui s'en transmet à travers le rhomboïde, on aura toujours

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (\alpha - 2i);$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (\alpha - 2i).$$

Si la section principale du prisme est dirigée dans le plan de la polarisation primitive, α est nul, et il vient

$$F_o = O + E \cos^2 2i;$$
$$F_e = E \sin^2 2i.$$

Dans ce cas, le faisceau F_e est uniquement composé de la teinte E, et la loi des intensités y est la même que dans le faisceau que la glace réfléchissait. Aussi voit-on de cette manière des anneaux exactement pareils, partagés par une croix noire de la même manière. Quant au faisceau F_o, pour bien comprendre sa composition, il faut le mettre sous la forme

$$F_o = O \sin^2 2i + (O + E) \cos^2 2i;$$

alors on voit qu'il contient une teinte $O \sin^2 2i$, complémentaire de $E \sin^2 2i$; plus, une portion de lumière blanche dont l'intensité est égale à $(O + E) \cos^2 2i$, en sorte que la teinte O ne saurait s'y voir isolément, excepté quand $\cos 2i$ est nul. C'est ce que l'expérience confirme. La lumière ainsi transmise forme encore des anneaux, complémentaires de ceux que F_e donne; de sorte, par exemple, que les branches de la croix y sont blanches au lieu d'être noires, et une opposition pareille s'observe dans toutes les autres couleurs ; mais la vivacité des teintes de ces anneaux est beaucoup moindre à cause de la portion de lumière blanche avec laquelle ils sont mélangés. La séparation n'est complète que pour les points des anneaux

qui répondent aux quatre valeurs $i = 45°$, $i = 135°$, $i = 225°$, $i = 315°$, parce que toutes ces valeurs de i rendent $\cos^2 2i$ nul, et rendent F_0 égal à O. Ces points répondent aux milieux des quatre quadrans compris entre les branches de la croix noire : aussi est-ce là que les couleurs de F_0 sont les plus vives. Mais elles sont encore très-sensibles à quelques distances de part et d'autre de ces quatre maxima, parce que $\cos^2 2i$, sans y être tout-à-fait nul, est assez petit pour affaiblir considérablement la portion de lumière blanche mêlée avec O. Cela donne à cette partie des anneaux l'apparence de secteurs colorés qui s'étendent dans chaque quadrans entre les branches de la croix blanche, leur axe formant avec ces branches des angles de 45°.

La discussion dans laquelle nous venons d'entrer montre que tous les détails du phénomène sont, comme je l'avais annoncé, des conséquences calculables de la polarisation mobile qui s'opère dans la plaque cristallisée, par les oscillations des molécules lumineuses. Aussi le phénomène énoncé de cette manière se présente sous un aspect aussi simple que général.

En effet, considérons d'abord le faisceau incident comme composé d'une seule espèce de molécules lumineuses, par exemple, du violet extrême ; et suivons par la pensée les différentes files de ces molécules qui arrivent à l'œil en traversant la plaque sous diverses obliquités. Parmi ces files, il y en aura une qui suivra précisément l'axe de cristallisation de la plaque : celle-là conservera entièrement sa polarisation primitive ; et, parvenue au verre noir, elle ne s'y réfléchira point. Il en sera même encore ainsi tout autour de l'axe, à une certaine distance angulaire, jusqu'à ce que l'effet total $e \sin^2 \theta'$ de la force polarisante soit devenue assez énergique pour déterminer le commencement des oscillations. Au-delà de ce terme, les molécules violettes, entrant dans leur première oscillation, se comporteront à leur sortie de la plaque comme si elles étaient polarisées chacune dans l'angle $2i$ qui lui correspond, et cet effet se soutiendra, jusqu'à la valeur de θ' qui leur fait achever dans la plaque cette oscillation toute entière. Mais alors, θ' aug-

mentant, elles entreront dans leur seconde oscillation, qui les ramène à leur polarisation primitive; et se comportant, après leur sortie comme si elles l'avaient déjà terminée; elles cesseront de se réfléchir sur le verre noir. Cela continuera d'avoir lieu ainsi, jusqu'à la valeur de θ' qui fera achever aux molécules, dans la plaque, deux oscillations entières; après quoi, entrant dans leur troisième oscillation, qui ramène leurs axes dans l'azimut $2i$, elles se réfléchiront de nouveau; et, en continuant à s'écarter de l'axe, elles auront ainsi des alternatives indéfinies de polarisation, qui les détermineront à se réfléchir sur le verre VV, ou à pénétrer sa substance. Donc, si l'on regarde la plaque par réflexion sur ce verre, comme dans nos premières expériences, ces alternatives produiront une suite d'anneaux violets concentriques à l'axe de la plaque cristallisée, et séparés les uns des autres par des anneaux noirs, exactement de même largeur. Ce même effet aura lieu, à la couleur près, si, au lieu de considérer des rayons violets, on en considère de bleus, de verts, ou de toute autre couleur simple. Mais comme, d'après nos anciennes déterminations, les oscillations de ces couleurs exigent des épaisseurs plus grandes, à force polarisante égale, à mesure que leur réfrangibilité devient moindre, il faudra qu'ici l'inégalité de la force compense la constance de l'épaisseur; de sorte que les anneaux de même ordre seront plus grands dans le bleu que dans le violet, plus grands dans le vert que dans le bleu, et ainsi de suite, jusqu'aux rayons rouges, qui produiront les plus grands anneaux; et les carrés des diamètres des anneaux de même ordre seront proportionnels aux longueurs des accès des molécules qui les forment, puisque les épaisseurs dans lesquelles les oscillations s'achèvent dans les mêmes circonstances sont aussi proportionnelles à ces accès. Maintenant, si l'on fait traverser la plaque simultanément par toutes les espèces de rayons dont la lumière blanche se compose, chacun d'eux formera ses oscillations et ses anneaux selon les lois précédentes; mais l'inégale grandeur des anneaux de même ordre dans les différentes couleurs fera qu'ils se superposeront sur le verre

noir, et de là résulteront les anneaux composés que l'on observe. Ces anneaux auront en général le violet en dedans, le rouge en dehors, et seront exactement pareils à ceux qui se forment, par la simple réflexion, entre deux objectifs sphériques qui se touchent par un point; la tache noire centrale répondant au point de contact; et l'épaisseur croissante de la lame mince étant représentée par l'accroissement que la force polarisante reçoit de l'obliquité. Toute la différence consistera en ceci, que les anneaux formés entre deux objectifs ont une égale intensité dans tout leur périmètre; au lieu que ceux qui s'observent à travers la plaque ont des intensités variables, dépendantes des directions plus ou moins favorables, suivant lesquelles les molécules qui les composent se présentent sur le verre noir, pour y subir la réflexion.

Nous n'avons considéré jusqu'ici qu'une seule plaque interposée dans le trajet des rayons lumineux polarisés. Mais si l'on y introduit plusieurs plaques, disposées les unes derrière les autres, dans des situations parallèles, on produit encore des phénomènes qui sont absolument soumis aux mêmes lois. Par exemple, si l'on emploie deux plaques dont les épaisseurs, réduites à la table de Newton, soient e (e), les valeurs de $\sin\theta'$ seront déterminées par l'équation

$$e \sin^2 \theta' + (e) \sin^2 \theta' = \mathrm{E}.$$

De sorte qu'en représentant par n (n) les rapports de réfraction pour les deux plaques, et par e' $(e)'$ leurs épaisseurs en millimètres, on aura

$$\mathrm{R} = \frac{\left(\mathrm{D} + \mathrm{D}' + (\mathrm{D}) + (\mathrm{D})' + \frac{e'}{n} + \frac{(e)'}{n'}\right)}{\sin \mathrm{I}} \sqrt{\frac{\mathrm{E}}{e + (e)}}.$$

Si les actions des deux plaques sont de même nature, toutes deux attractives ou toutes deux répulsives, le résultat sera le même que si l'on en interpose une seule plaque égale à la somme de leurs épaisseurs; mais si les actions sont de nature contraire, ce sera la différence. J'ai employé ainsi conjointement les deux plaques de spath d'Islande A et B, dont j'ai

donné plus haut les épaisseurs; et j'ai eu en effet des anneaux bien plus petits que pas une seule d'entre elles; mais la difficulté d'aligner également les axes de ces deux plaques m'a m'a empêché de mettre dans les expériences l'exactitude nécessaire pour les mesurer. J'aurais voulu aussi combiner des cristaux attractifs avec des cristaux répulsifs, mais je n'en ai pas eu l'occasion.

Tous ces phénomènes, qui se passent très-près de l'axe de cristallisation, pouvant se déduire numériquement de la force polarisante principale qui en émane, nous devons en conclure que le spath d'Islande ne possède point d'autre force polarisante que celle-là. Il n'en est pas ainsi, comme nous l'avons vu, de la chaux sulfatée, puisque, outre la force principale proportionnelle à la quatrième puissance du sinus de l'angle formé par l'axe avec le rayon réfracté, elle possède encore une force secondaire qui, au lieu d'être nulle dans le sens de l'axe, atteint alors son maximum d'énergie. Il se developpe aussi des forces secondaires dans le cristal de roche, quand les rayons le traversent très-près de son axe; et elles sont d'autant plus remarquables, qu'elles impriment aux molécules lumineuses des propriétés toutes différentes de celles que leur donnent les oscillations. C'est ce qui exige que nous les considérions séparément.

On produit des effets analogues en transmettant un large faisceau de lumière polarisée à travers un micromètre à double image, construit avec deux prismes de spath d'Islande d'un angle considérable. Car, en présentant, aux molécules lumineuses, celui des deux prismes qui est perpendiculaire à l'axe, il forme les anneaux, et le second prisme les analyse. Seulement, à cause de l'inégale épaisseur, ils ne sont plus exactement circulaires. C'est ainsi que je les ai découverts; mais la théorie m'en ayant fait connaître la cause, je les produisis bientôt avec des plaques également épaisses, et je le fis voir à l'Institut, le 20 novembre 1815. On les observe encore en regardant le ciel à travers le double prisme, lorsque le temps est serein, à cause de la polarisation que la lumière reçoit dans les couches d'air.

CHAPITRE VIII.

Expériences sur les plaques de cristal de roche, taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation.

Pour faire mieux saisir la nature et la liaison des phénomènes que nous allons examiner, je vais annoncer en peu de mots les circonstances générales qu'ils présentent et qui les distinguent de tous ceux que nous avons jusqu'à présent étudiés.

1°. Lorsqu'un rayon polarisé tombe perpendiculairement sur la surface naturelle d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est parallèle au plan de polarisation du rayon, il ne se divise point, et subit tout entier la réfraction ordinaire. Mais, si ce rayon polarisé est préalablement transmis à travers une plaque de cristal de roche, taillée perpendiculairement à l'axe de cristalisation, une partie des molécules lumineuses perd sa polarisation primitive, et il se produit dans le rhomboïde un rayon extraordinairement coloré.

2°. Les couleurs de ce faisceau extraordinaire se rapportent à celles des anneaux colorés réfléchis; les couleurs des anneaux les plus voisins du noir se montrent dans les plaques les plus minces, et celles des anneaux les plus composés, dans les plaques les plus épaisses, jusqu'à ce qu'enfin, l'épaisseur augmentant toujours, les deux faisceaux finissent par être tous deux blancs et sensiblement égaux en intensité.

3°. Si l'on tourne la plaque dans son plan, le rhomboïde restant fixe, et l'incidence sur la plaque restant toujours perpendiculaire, la teinte des deux faisceaux n'éprouve aucune altération. Ce phénomène est une conséquence de ce que la plaque est perpendiculaire à l'axe de cristallisation, et l'inci-

dence perpendiculaire ; car alors, quand on tourne la plaque, toutes les conditions restent les mêmes pour les élémens du cristal.

4°. Mais si l'on tourne la section principale du rhomboïde dans différens azimuts, l'incidence restant toujours perpendiculaire, la teinte du faisceau extraordinaire varie. Dans certaines plaques, lorsqu'on tourne ainsi le rhomboïde de droite à gauche, et de o à 90°, la teinte du rayon extraordinaire monte d'abord dans l'ordre des anneaux, comme si la plaque devenait plus mince. Si la plaque est assez mince, cette rotation amène le rayon extraordinaire jusqu'au bleu le plus sombre, et au noir qui commence les anneaux, après quoi, il recommence par devenir rouge, orangé, etc. Quand la section principale du rhomboïde a tourné de 90°, les rayons ordinaire et extraordinaire ont échangé leurs teintes. En général, cet échange a lieu dans les azimuts α et $90 + \alpha$; de sorte qu'il suffit d'observer les variations des teintes qui s'opèrent dans un quadrans, pour connaître et prédire les variations analogues qui auront lieu dans tous les autres. D'autres plaques présentent des propriétés inverses, c'est-à-dire, que, pour y développer la même succession de phénomènes, il faut tourner le rhomboïde de gauche à droite.

Ces phénomènes s'observaient très-commodément à l'aide de notre appareil général, décrit page 268. On commence par amener la section principale du prisme rhomboïdal dans le plan de polarisation primitif du rayon incident, et on observe le numéro de la division auquel répond alors l'alidade qui le porte ; puis on fixe la plaque sur l'anneau, en l'amenant à l'incidence perpendiculaire, et l'on observe les teintes É qui se produisent alors dans le prisme. On fait ensuite tourner l'alidade qui porte le prisme rhomboïdal, et l'on observe les changemens que ce mouvement fait éprouver aux couleurs. C'est ainsi que j'ai opéré dans toutes les expériences que je vais rapporter.

J'ai indiqué à chaque expérience quel était l'ordre d'anneaux auquel appartenait la teinte du rayon extraordinaire, lorsque l'azimut du rhomboïde était placé dans l'azimut zéro. Car, ainsi

que je l'ai annoncé, la nature des teintes de ce rayon pour les épaisseurs diverses de la plaque répond aux différens ordres d'anneaux réfléchis, et à des ordres d'autant plus élevés dans la table de Newton, que l'épaisseur devenait moindre. Pour constater cet ordre dans chaque expérience, j'inclinais la plaque de cristal de roche de manière que le plan d'incidence du rayon sur sa surface formât avec le plan de la polarisation primitive un angle de 45°. Alors la force polarisante émanée de l'axe augmentant par l'inclinaison, on voit la teinte du rayon extraordinaire descendre graduellement dans l'ordre des anneaux, comme si la plaque devenait de plus en plus épaisse; et par le nombre, ainsi que la succession des teintes que ce rayon parcourt avant d'arriver à la blancheur, on juge aisément et sûrement de l'ordre d'anneaux duquel il est parti.

1re Expérience. *Plaque* n° 1; *épaisseur en parties du sphéromètre* 177, *en millimètres* 0mm,400. *Cette plaque provient de la plaque* n° 2 *de l'expérience suivante, qui a été amincie.*

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De la droite à la gauche de l'observateur.	0° 0′	blanc.		bleu sombre.
	9 45	blanc.		bleu violacé, si faible qu'il est presque imperceptible : min.
	11 30	blanc.		rouge jaunâtre, ou violacé jaunâtr. très sombre.
	20	blanc.		jaune pâle.
	30	blanc.		jaune très-pâle.
	40	blanc.		blanc à peine jaunâtr.
	50	blanc à peine bleuâtre.		blanc à peine jaunâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	blanc légèr. bleuâtr.		blanc sensiblement.
	70	blanc bleuâtre.		blanc.
	80	bleu blanchâtre.		blanc.
	90	bleu sombre.		blanc.

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De la droite à la gauche de l'observateur.	90 + 0° 0′	bleu sombre.		blanc.
	9 45	bleu violacé presque noir.		blanc.
	11 30	violacé jaunâtre très-sombre.		blanc.
	20	jaune pâle.		blanc.
	30	jaune très-pâle.		blanc.
	40	blanc à peine jaunâtre.		blanc.
	50	blanc à peine jaunâtre.		blanc à peine bleuât., images sensiblement égales en intensité.
	60	blanc sensiblem.		blanc légèrem. bleuât.
	70	blanc.		blanc bleuâtre.
	80	blanc.		bleu blanchâtre.
	90	blanc.		bleu sombre.
	180 + 0° 0′	blanc.		bleu sombre.
	9 45	blanc.		bleu violacé presque nul : minimum.
	11 30	blanc.		rouge jaunâtre très-sombre.
	20	blanc.		jaune pâle.
	30	blanc.		jaune très-pâle.
	40	blanc.		blanc à peine jaunâtr.
	50	blanc à peine bleuâtre.		blanc à peine jaunâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	blanc lég. bleuât.		blanc sensiblement.
	70	blanc bleuâtre.		blanc.
	80	bleu blanchâtre.		blanc.
	90	bleu sombre.		blanc.
	270 + 0° 0′	bleu sombre.		blanc.
	9 45	bleu violacé presque noir.		blanc.
	11 30	rouge jaunâtre très-sombre.		blanc.
	20	jaune pâle.		blanc.
	30	jaune très-pâle.		blanc.
	40	blanc à peine jaunâtre.		blanc.
	50	blanc à peine jaunâtre.		blanc à peine bleuât., images sensiblement égales en intensité.
	60	blanc sensiblem.		blanc légèrem. bleuât.
	70	blanc.		blanc bleuâtre.
	80	blanc.		bleu blanchâtre.
	90	blanc.		bleu sombre.

La succession des teintes, en inclinant la plaque dans l'azimut de 45°, montre que le bleu, observé dans l'azimut 0°, est le bleu du premier ordre avoisinant au noir.

La loi de ces teintes est évidente. En tournant le rhomboïde de droite à gauche, et de l'azimut 0° jusqu'à l'azimut 90°, le rayon extraordinaire, par exemple, parcourt un certain nombre de teintes; ces teintes sont les mêmes et dans le même ordre que celles que parcourt ensuite le rayon ordinaire depuis 90° jusqu'à 180°. Ensuite ces mêmes teintes passent de nouveau au rayon extraordinaire, qui les parcourt une seconde fois en allant de 180° à 270°; et enfin ces mêmes teintes reviennent encore une fois au rayon ordinaire, qui les parcourt de 270 à 360°. La même alternative a lieu pour les teintes qui formaient d'abord le rayon ordinaire, quand on tournait le rhomboïde de 0° à 90°. Enfin on peut également vérifier sur ces observations ce que nous avons dit de l'échange des teintes entre les azimuts α et $90° + \alpha$.

Ces lois s'observent également dans toutes les autres expériences du même genre, quelle que soit l'épaisseur de la plaque de cristal de roche, et je les ai constatées de la même manière. Cette remarque, une fois faite, nous permettra d'abréger les tableaux suivans, et nous nous bornerons à y consigner les teintes observées en allant de 0° à 90°.

2e Expérience. *Plaque* n° 2, *épaisseur en millimètres mesurée au sphéromètre*, 0mm,488. *C'est d'elle que provient la plaque* n° 1 *de l'expérience précédente.*

Sens du du mouv. du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0° 0′	blanc.		bleu sombre.
	10	blanc.		bleu très-sombre presque insensible.
	11 30	blanc presq. total.		bleu extrêm. sombre, presq. imperceptibl.
	15	blanc.		orangé rougeâtre ou rouge orangé extrêmement sombre.
	20	blanc sensiblem.		orangé jaunâtre, couleur de buis.
	30	blanc.		orangé jaunâtre.
	35	blanc.		jaune pâle.
	40	blanc.		jaune très-pâle.
	50	blanc.		jaune extrêmem. pâle.
	60	blanc lég. bleuât.		jaune extrêmem. pâle.
	65	bleu blanchâtre.		blanc légèr. jaunâtre.
	70	bleu moins blanch.		blanc sensiblement.
	75	bleu clair.		blanc sensiblement.
	80	bleu céleste.		blanc.
	85	bleu sombre.		blanc.
	90	bleu sombre.		blanc.

Ici les rayons ont changé de rôle, comme dans l'expérience précédente, et les teintes se continuent dans les autres quadrans suivant la loi que nous avons exposée. De plus, la manière dont les teintes se succèdent, quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, indique que la teinte du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° appartient au premier ordre.

3e Expérience. *Plaque* n° 3, *tirée de la même aiguille que les précédentes. Epaisseur en parties du sphéromètre* 524p, *en millimètres* 1mm,184.

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0° 0′	blanc légèrem. jaunât.		bleu un peu blanchât.
	10	blanc extrêmement peu jaunâtre.		bleu plus sombre.
	20	blanc sensiblement.		bleu très-sombre, un peu violacé.
	28 30	blanc.		Indigo violacé extrêmement sombre et presque insensible : minimum.
	31	blanc sensiblement.		violacé rougeâtre extrêmement sombre.
	35	blanc sensiblement.		rouge un peu jaunât.
	40	blanc sensiblement.		orangé rougeâtre.
	50	blanc à peine bleuâtr.		orangé jaunâtre.
	55	blanc à peine bleuâtr.		jaune.
	60	blanc très-légèrement bleuâtre.		jaune.
	65	blanc très-légèrement bleuâtre.		jaune pâle.
	70	blanc légèrem. bleuât.		jaune très-pâle.
	75	blanc bleuâtre.		jaune très pâle.
	80	blanc très-bleuâtre.		jaune extrêmem. pâle.
	85	bleu blanchâtre.		blanc jaunâtre.
	90	bleu un peu blanchât.		blanc légèrem. jaunât.

A 90° les rayons ont changé de rôle, comme dans les expériences précédentes ; de plus, en inclinant la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes montre que la couleur du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° appartient encore au premier ordre.

4e Expérience. *Plaque* n° 4, *tirée de la même aiguille de cristal de roche. C'est celle qui a donné la plaque* n° 3. *Epaisseur en parties du sphéromètre* 927p, *en millimètres* $2^{mm},094$.

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	jaune orangé.		blanc bleuâtre ou bleu blanchâtre.
	10	jaune brillant.		bleu blanchâtre plus foncé.
	20	jaune en un peu pâle		bleu plus foncé.
	30	jaune très-pâle.		bleu très-beau.
	40	blanc jaunâtre.		bleu sombre et pur.
	45	blanc très-faiblement jaunâtre.		bleu très-sombre et pur.
	50	blanc à peine jaunâtre.		bleu très-sombre un peu violacé : minim.
	55	blanc presq. parf.		violacé rougeâtre.
	60	blanc sensiblem.		rouge violacé.
	65	blanc sensiblem.		rouge.
	70	blanc à peine bleuâ.		rouge orangé.
	75	blanc à peine bleuâ.		orangé foncé.
	80	blanc un peu bleuâtre.		orangé brillant et jaunâtre.
	85	blanc faibl. bleuât.		jaune orangé brillant.
	90	blanc bleuâtr. ou bleu blanchâtr.		jaune orangé.

Ici les rayons ont encore changé de rôle. Quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes indique que la teinte du rayon extraordinaire, dans l'azimut 0°, appartient encore au premier ordre.

5e Expérience. *Plaque* n° 5, *tirée de la même aiguille que les précédentes. Epaisseur au sphéromètre* 150 tr, *en millimètres* 3mm,478.

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	rouge violacé.	. .	blanc sensiblement.
	10	rouge pourpre.	. .	blanc à peine bleuâtr.
	20	rouge jaunâtre.	. .	blanc légèr. bleuâtre.
	30	orangé.	. .	bleu blanchâtre.
	40	jaune.	. .	bleu.
	50	jaune clair.	. .	indigo.
	60	jaune clair.	.	indigo.
	70	jaune clair.	. .	indigo superbe et pur de teinte.
	80	blanc à peine jaunâtre.	. .	indigo violacé très-sombre, min.
	85	blanc sensiblem.	. .	violacé rougeâtre.
	90	blanc sensiblem.	. .	rouge violacé.

Ici les rayons changent de rôle. Quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, l'ordre des teintes indique que la teinte du rayon extraordinaire, dans l'azimut 0°, appartient encore au premier ordre.

On voit que, pour cette plaque, le minimum du faisceau extraordinaire a eu lieu dans l'azimut de 80°; la plaque précédente le donnait à 50, l'avant-dernière à 28° 30′; enfin dans la première, la plus mince de toutes, il était à 9° 45′. L'azimut auquel le minimum s'observe diminue donc à mesure que la plaque s'amincit; et, en effet, en comparant ses valeurs dans les plaques précédentes et dans plusieurs autres, j'ai trouvé qu'il était exactement proportionnel à leur épaisseur. De sorte qu'en multipliant celle-ci par le facteur commun 23,5372, on retrouvait tous les arcs. C'est ce que montre le tableau suivant, où le calcul, fait de cette manière, se trouve rapproché de l'observation.

Épaisseur des Plaques, en millimètres.	Azimut en minimum, observé.	Azimut en minimum, calculé.
mm		
0, 400	9° 45′	9° 25′
0, 488	11 30	11 30
1, 032	25 00	24 17
1, 184	28 30	27 52
2, 094	50 00	49 17
2, 997	70 00	70 32
3, 478	80 00	81 51

6° Expérience. *Plaque n° 6. Epaisseur en parties du sphéromètre 2233, en millimètres* 5mm,044. *C'est cette lame amincie qui a donné la précédente.*

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	bleu.		orangé brillant.
	10	bleu indigo.		jaune orangé.
	20	indigo sombre.		jaune citron un peu verdâtre.
	30	indigo violacé.		vert jaunâtre.
	40	violet rougeâtre.		vert moins jaunâtre, clair.
	50	rouge poupre.		vert bleuâtre.
	60	rouge.		vert bleuâtre ou bleu verdâtre clair.
	70	rouge jaunâtre.		bleu céleste clair.
	80	orangé très-rouge.		bleu céleste.
	90	orangé brillant.		bleu.

A 90° les rayons ont changé de rôle, comme dans les expériences précédentes. De plus, quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes du rayon extraordinaire indique que la teinte de ce rayon, dans l'azimut 0°, appartient au second ordre.

Ici, nous remarquons une circonstance importante. Au degré d'épaisseur où se trouve maintenant la plaque, le rayon

extraordinaire n'a plus de minimum comme dans les expériences précédentes ; mais, à mesure que l'on tourne le rhomboïde de droite à gauche, il remonte dans l'ordre des anneaux, c'est-à-dire que de l'orangé il passe au jaune, au vert, au bleu, et c'est là qu'il s'arrête ; au lieu que dans l'expérience précédente, où il partait du blanc, qui est une couleur du premier ordre, il montait de là au blanc bleuâtre, au bleu, à l'indigo, et au violet sombre presque noir. Enfin, dans les expériences où la plaque était encore plus mince, ce rayon, répondant d'abord au bleu du premier ordre, passait de là à l'indigo et au violet sombre presque nul, qui sont encore les couleurs qui se succèdent en remontant dans l'ordre des anneaux. De ce rapprochement, qui se trouve confirmé par toutes les expériences que j'ai faites sur un grand nombre d'autres plaques, nous devons conclure, comme fait général, que, dans l'aiguille dont ces plaques étaient tirées, le rayon extraordinaire monte d'abord dans l'ordre des anneaux réfléchis, lorsqu'on tourne le rhomboïde de droite à gauche ; mais si cette rotation le fait monter jusqu'à la dernière teinte de ces anneaux, qui confine au noir, il se compose ensuite de molécules d'une réfrangibilité opposée, et il offre ainsi de nouvelles teintes, analogues à la série des anneaux transmis.

En assimilant ici ces couleurs à celles des anneaux, je ne prétends pas dire qu'elles soient rigoureusement composées d'une manière identique, ni qu'elles répondent aux mêmes proportions d'épaisseur des plaques, je ne veux qu'indiquer l'ordre suivant lequel elles se succèdent à mesure que l'on tourne le rhomboïde, et donner un moyen facile de les prévoir.

Nous avons vu que les teintes des rayons ordinaire et extraordinaire s'échangent, en général, dans les azimuts α et $90° + \alpha$. Par conséquent, lorsqu'on a tourné le rhomboïde de 90°, si on continuait à le tourner davantage, les teintes du rayon ordinaire, observées dans le premier quadrans, passeraient au rayon extraordinaire dans le second, ainsi que nous l'avons expliqué en détail dans la première expérience. Or,

dans la dernière, en écrivant les teintes du rayon extraordinaire les unes au-dessous des autres, dans la première moitié de la circonférence, les molécules des diverses couleurs sembleraient entrer dans le rayon ordinaire successivement et dans l'ordre de leur réfrangibilité, de manière qu'on les aurait toutes parcourues entre les azimuts 0° et 90° + 60, ou 150°. Mais en comparant cette expérience avec celles que nous avons faites avec d'autres plaques, d'épaisseur différente, on voit qu'une pareille supposition serait beaucoup trop particulière ; car cette succession continue des teintes dont l'ordre de la réfrangibilité tient uniquement à ce que les couleurs développées par la plaque à cette épaisseur répondent au second ordre d'anneaux, dans lequel les couleurs se rejoignent ainsi accidentellement ; et leur succession serait encore plus complète, si l'épaisseur de la plaque était d'environ 6^{mm} au lieu de 5 ; ce qui donnerait le rouge du 2e ordre dans l'azimut 0. Mais cette rencontre est fortuite, et il n'y a de loi générale que celle que j'ai donnée pour la succession des teintes, et leur échange dans les azimuts α et $90° + \alpha$.

Dans toutes les plaques précédentes, pour faire ainsi remonter les teintes, il a fallu tourner le rhomboïde de droite à gauche. D'autres plaques, comme nous le verrons par la suite, exigent qu'on le tourne de gauche à droite ; mais, à cela près, tous les autres phénomènes qu'elles présentent dans les variations de leurs teintes sont absolument pareils. C'est pourquoi, avant d'examiner la circonstance particulière du changement de direction, nous allons achever d'analyser le phénomène commun et plus général de la variation des teintes, afin d'en tirer quelque lumière sur la nature des forces que produisent ces singuliers effets.

On sait que, lorsqu'un rayon est polarisé par réflexion sur une glace, il ne se divise plus quand il tombe perpendiculairement sur la face naturelle d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation du rayon. Dans le

cas du parallélisme, le rayon subit tout entier la réfraction ordinaire. Au contraire, il subit tout entier la réfraction extraordinaire dans le cas de la perpendicularité.

Réciproquement, lorsqu'un rayon jouit de ces propriétés, nous disons qu'il est polarisé. Le sens de la polarisation se manifeste par l'espèce de réfraction à laquelle il cède quand il ne se divise plus. S'il cède uniquement à la réfraction ordinaire, on en conclut qu'il est polarisé dans le sens de la section principale du rhomboïde. S'il cède uniquement à la réfraction extraordinaire, on en conclut qu'il est polarisé dans un sens perpendiculaire à cette section.

Ces deux positions du rhomboïde sont les seules dans lesquelles le rayon polarisé ne se divise point sous l'incidence perpendiculaire. Si donc on écarte le rhomboïde de l'une ou l'autre de ces positions, le rayon commence à se diviser suivant une loi progressive d'intensité; c'est-à-dire, que si le plan primitif de polarisation forme un très-petit angle avec la section principale du rhomboïde, le rayon extraordinaire donné par celui-ci est très-peu intense. Quand l'angle du plan de polarisation avec la section principale est de 45°, les deux faisceaux donnés par le rhomboïde ont des intensités sensiblement égales; enfin, l'image ordinaire devient tout-à-fait nulle, quand l'angle du plan de polarisation avec la section principale du rhomboïde est de 90°. Alors toute la lumière passe dans le rayon extraordinaire.

Ces données une fois établies par l'expérience, appliquons-les aux phénomènes que nous avons observés avec nos plaques, et commençons par la plus mince, celle dont l'épaisseur est $0^m,400$. Voici l'énoncé de ces phénomènes :

1°. On place la section principale du rhomboïde dans le plan de polarisation primitive du rayon qu'on laisse tomber directement sur sa surface et sous l'incidence perpendiculaire. Tout ce rayon se réfracte ordinairement, et l'image extraordinaire est nulle.

2°. On interpose la plaque de cristal de roche, et l'on observe un faisceau extraordinaire d'un bleu sombre : ce rayon

est un mélange de bleu et de violet. Le rayon ordinaire est blanc sensiblement ; c'est-à-dire, que la quantité de rayons bleus et violets qu'il a perdus pour former le rayon extraordinaire est si faible, qu'il n'en résulte aucune altération sensible dans sa blancheur.

1re CONSÉQUENCE. De là on peut d'abord tirer cette conséquence importante. Quand on analyse un rayon polarisé en se servant d'un rhomboïde de spath d'Islande, le rayon extraordinaire est toujours formé aux dépens des faisceaux dont les axes ne coïncident pas avec sa section principale. Ici nous trouvons que ce faisceau extraordinaire ne contient que des rayons bleus et violets ; donc, si l'action du rhomboïde s'exerce ici, comme sur les rayons polarisés directs, il s'ensuit que tout le reste de la lumière incidente est polarisé dans un seul et même sens, et ce sens est la direction de la section principale du rhomboïde, c'est-à-dire, le plan primitif de polarisation.

2e CONSÉQUENCE. Il suit de là que, si on tourne le rhomboïde de manière à diminuer l'intensité du faisceau bleu extraordinaire, on devra nécessairement faire naître un autre faisceau extraordinaire formé par l'ensemble de toutes les autres couleurs, c'est-à-dire, sensiblement blanc, puisque le rayon ordinaire est sensiblement blanc dans la première position du rhomboïde. Ce nouveau rayon extraordinaire s'ajoutera à ce qui reste du premier faisceau bleu, et l'intensité absolue de leur ensemble formera le nouveau faisceau extraordinaire, dont la teinte ira en s'approchant continuellement de la blancheur. Or, rien de tout cela n'arrive. Lorsqu'on tourne le rhomboïde de droite à gauche, le faisceau extraordinaire bleu diminue, il est vrai, d'intensité ; mais aucun atome du rayon ordinaire ne vient s'y ajouter : il ne fait que diminuer ainsi de plus en plus, jusqu'à devenir nul ou presque nul, lorsque le rhomboïde a été tourné d'une quantité variable, suivant l'épaisseur de la plaque de cristal de roche, et qui, dans tous les cas où il y a un minimum possible, est directement proportionnelle à cette épaisseur.

3e CONSÉQUENCE. Négligeons pour un moment la portion presque insensible de lumière rouge et violette qui reste encore dans le faisceau extraordinaire, à l'instant du minimum, dans les plaques que nous venons de considérer. Si l'on raisonne ici comme l'on ferait pour un rayon qui aurait été polarisé par la réflexion sur une glace, on devra en conclure que tous les axes des molécules lumineuses se sont tournés dans l'azimut auquel ce minimum répond dans chaque plaque, c'est-à-dire dans l'azimut de 9° 45′ pour la première, de 11° 30′ pour la seconde, de 28° 30′ pour la troisième, et ainsi des autres. Mais alors, dans les positions du rhomboïde qui suivent ce minimum ou le précèdent, on devrait observer un faisceau extraordinaire provenant de l'ensemble de tous les rayons, et par conséquent incolore; or, c'est ce qui n'arrive point, puisqu'immédiatement avant le minimum, le rayon extraordinaire est bleu sombre ou violet rougeâtre, et qu'après le minimum il devient aussitôt rouge, orangé. Par conséquent, on est forcé de convenir que l'action du rhomboïde sur les rayons lumineux ainsi modifiés n'est pas la même que sur les rayons lumineux qui ont été polarisés par la réflexion; et l'on ne pourrait nullement expliquer cette dissemblance en supposant que les molécules lumineuses de nature diverse, qui ont traversé la plaque de cristal de roche, ont, par l'action de cette plaque, tourné leurs axes de polarisation dans des azimuts divers, ce qui les ferait entrer successivement dans le rayon extraordinaire, où elles domineraient tour à tour. Car cette supposition n'expliquerait nullement le phénomène d'un minimum, où le rayon extraordinaire devient nul ou insensible; et, en général, on peut arranger comme on voudra les axes des molécules lumineuses de couleurs diverses autour du point d'incidence, jamais, si l'on conserve au cristal d'Islande son action accoutumée, on ne pourra obtenir un rayon extraordinaire, qui, d'abord très-faible dans l'azimut zéro, aille ensuite, en s'affaiblissant de plus en plus presque sans changer de teinte, jusqu'à un certain azimut où il devient insensible; tandis que le rayon ordinaire, constamment blanc

et incolore, du moins pour nos sens, entraîne avec lui les axes de polarisation de toutes les autres molécules lumineuses à mesure que l'on tourne le rhomboïde, et les fait tourner ainsi dans plusieurs azimuts très-différens, sans que la force répulsive extraordinaire puisse jamais les lui enlever.

Puis donc que cette manière la plus générale d'appliquer l'action accoutumée du rhomboïde de spath d'Islande ne suffit nullement pour représenter les phénomènes produits par les plaques de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, il faut nécessairement conclure que les molécules lumineuses, en traversant ces plaques, y prennent des propriétés nouvelles, qui ne consistent pas seulement dans une disposition particulière de leurs axes, relativement à la section principale du rhomboïde, mais qui sont de véritables propriétés physiques qui subsistent encore après que les molécules sont sorties de la plaque, et qui font que le rhomboïde agit sur elles autrement qu'il n'a coutume de faire sur un rayon polarisé par la réflexion, ou la réfraction.

D'après cela, il est clair que ce n'est plus de nos précédentes théories, mais de l'expérience même qu'il faut tirer ce nouveau mode d'action du rhomboïde, ainsi que les dispositions des molécules lumineuses, nécessaires pour qu'il ait lieu. D'abord, puisque nous voyons le rayon ordinaire entraîner les molécules lumineuses dans plusieurs azimuts consécutifs, très-différens les uns des autres, sans que la force répulsive, qui forme le rayon extraordinaire, puisse les lui enlever, c'est une preuve que, dans l'état où les molécules se trouvent, et d'après les propriétés physiques qu'elles ont acquises en traversant la plaque, la force répulsive du prisme doit dépasser certaines limites d'énergie avant de les entraîner; de même que, dans les anneaux colorés, la force réfléchissante doit excéder certaines limites avant que la réflexion ait lieu. Pour sentir ce que ce fait a de particulier, rapprochons-le de ce qui arrive généralement dans les autres phénomènes de la double réfraction. Lorsqu'un rayon a été polarisé par réflexion sur une glace non étamée, s'il tombe perpendiculairement sur un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale soit parallèle au plan de

polarisation, il ne se divisera point, et subira tout entier la réfraction ordinaire; mais pour peu que l'on écarte la section principale du rhomboïde de cette direction, quelque petit que soit l'angle dont on l'en écarte, une partie des molécules lumineuses subira l'action de la force répulsive, et prendra la réfraction extraordinaire. La chose n'a pas lieu ainsi pour les molécules qui ont traversé nos plaques, et la preuve en est surtout frappante quand ces plaques ont moins de quatre millimètres d'épaisseur. Alors les molécules qui subissent la réfraction ordinaire, lorsque la section principale du rhomboïde est tournée dans l'azimut zéro, la subissent encore quand le rhomboïde s'écarte de cette position, d'un nombre de degrés plus ou moins considérable, et qui varie avec l'épaisseur de la plaque. Et loin que la force répulsive fasse passer quelques-unes de ces molécules dans le rayon extraordinaire, à mesure que l'on tourne ainsi le rhomboïde, il arrive au contraire que de nouvelles molécules échappent sans cesse à cette force, et se séparent de plus en plus du rayon extraordinaire pour revenir au rayon ordinaire. Le phénomène considéré ainsi, indépendamment de la nature des molécules, est extrêmement saillant, et forme une distinction bien nette entre la manière dont s'exerce communément l'action du rhomboïde, et celle qui a lieu dans les phénomènes que nous examinons.

Pour savoir à quelles limites d'azimut la force répulsive commence à entraîner les molécules lumineuses de chaque espèce, et à quelles limites elle les abandonne, il faudrait faire des expériences directes sur des rayons de lumière simple. Je n'ai pas eu le temps de me livrer à ce genre de détermination, et c'est un sujet bien digne d'attirer l'attention des physiciens.

Mais en admettant seulement l'existence de pareilles limites, qui nécessairement existent, comment peut-on ensuite expliquer la succession des teintes, et leurs changemens progressifs dans les différens azimuts? Pour cela, il suffit d'imaginer que les forces secondaires qui les produisent s'exercent perpendiculairement à l'axe du cristal, et tendent, non plus à faire

osciller les molécules lumineuses autour de l'axe, mais à les faire tourner dans un même sens. Car, en admettant ici, comme nous l'avons reconnu dans tout le reste de nos expériences, que les actions polarisantes ainsi exercées dans l'intérieur du cristal sont successives, on voit que les molécules lumineuses, en y pénétrant, éprouveraient d'abord l'action rotatoire d'une particule cristallisée, puis d'une autre, puis d'une troisième, et ainsi de suite, à mesure qu'elles pénètrent dans l'intérieur de la plaque, de manière à acquérir un mouvement de rotation continu ; et comme nous avons reconnu que les forces répulsives ou attractives émanées de l'axe principal du cristal produisent, sur les axes des molécules lumineuses, des déviations inégales suivant leur nature, de même ici la rotation des molécules de nature diverse sera inégalement rapide, les molécules violettes tournant plus vite que les bleues, les bleues plus vite que les vertes, les vertes plus vite que les jaunes, et ainsi de suite jusqu'aux molécules rouges, qui seront les plus lentes de toutes. Quelles seront les valeurs absolues de ces différentes vitesses ? C'est ce qu'il faudrait déterminer par des expériences directes, faites sur chaque lumière prise dans son état simple et homogène ; car il est visible que la table de Newton, formée sur la considération des accès alternatifs de réflexion et de transmission, ne peut plus nous servir dans la circonstance actuelle, où il s'agit de calculer les effets d'un mouvement continu. Je n'ai point fait ces expériences délicates ; aussi je ne prétends point présenter la théorie précédente avec le détail nécessaire pour pouvoir calculer d'avance la succession des teintes. Par cette raison, je ne prétends point non plus lui attribuer la même certitude qu'à la théorie des oscillations, relativement aux lames où la force principale qui émane de l'axe est la seule sensible ; je ne la donne même, si l'on veut, que comme une simple hypothèse, mais comme une hypothèse qui semble parfaitement d'accord avec tous les faits, autant qu'on en peut juger quand on se borne à prévoir leur ensemble ; et qu'on ne les calcule pas numériquement.

Pour montrer comment elle s'y applique, reprenons d'abord les observations faites avec la plus mince de nos plaques, celle dont l'épaisseur était $0^{mm},400$, et plaçons d'abord la section principale de notre prisme dans l'azimut zéro : alors le rayon ordinaire est blanc, et le rayon extraordinaire est bleu extrêmement sombre. Les molécules bleues sont donc alors les seules que la force répulsive du rhomboïde entraîne : ainsi, dans cette circonstance, l'ensemble des molécules les moins réfrangibles, c'est-à-dire, les rouges, les orangées, les jaunes, etc., n'ont pas encore commencé à tourner ; l'épaisseur de la plaque est trop petite pour que son action les mette en mouvement, au moins autant qu'il le faudrait pour que la force répulsive du prisme puisse ensuite les entraîner. Les molécules bleues et violettes sont donc les seules déviées ; et, dans les plaques que nous avons essayées jusqu'ici, elles le sont de la droite vers la gauche de l'observateur. C'est ainsi que, dans les lames parallèles à l'axe de cristallisation, les molécules bleues et violettes sont les premières qui se mettent en mouvement ; et si la lame est suffisamment mince, elles sont les seules qui se mettent en mouvement, tandis que les autres conservent leur polarisation primitive, dont nous représentons la direction par la ligne CX, fig. 41.

Partons donc de cette position du prisme rhomboïdal, et tournons un peu sa section principale vers la gauche, en lui faisant ainsi décrire un petit angle α. Soit CA la direction dans laquelle ce mouvement l'amène ; et représentons par CV la direction suivant laquelle sont polarisées les dernières molécules violettes de l'extrémité du spectre, en sorte que les axes de polarisation des molécules de toutes les couleurs correspondent aux différens points de l'arc VX. Si l'arc XA, décrit par le rhomboïde, est suffisamment petit, les molécules dirigées sur CX et dans les directions intermédiaires entre CX et CA pourront encore être retenues par la force réfringente ordinaire, et il en sera de même de l'autre côté de CA sur un arc dont l'étendue sera déterminée par l'énergie des forces répulsives. Mais, par cette disposition même, une partie des molécules lumineuses bleues et violettes correspondantes à l'arc VA, et qui tout-à-l'heure

échappaient à la force réfringente ordinaire, se trouveront saisies par elle, et par conséquent passeront dans le rayon ordinaire F_o : alors le rayon extraordinaire F_e, diminué de toutes ces molécules, s'affaiblira peu à peu ; perdant d'abord ses molécules bleues, il passera premièrement à un indigo sombre, puis, perdant ses molécules indigo, il passera à un violet plus sombre encore ; puis enfin, perdant ses dernières molécules violettes, il arriverait au noir, si l'étendue d'action des forces réfringentes était telle, qu'elles pussent embrasser à la fois toutes les molécules lumineuses, dont les axes sont distribués sur l'arc XV. Il faut même remarquer que ce passage des molécules lumineuses, du faisceau extraordinaire au faisceau ordinaire, ne doit pas s'opérer tout-à-fait consécutivement pour les diverses couleurs ; car ici, comme dans les anneaux colorés, les espaces occupés par chaque couleur simple doivent empiéter les uns sur les autres ; et ainsi il y aura des molécules indigo et violettes, qui changeront de réfraction en même temps qu'une partie des molécules bleues. Semblablement, lorsque l'indigo changera de réfraction, une partie des molécules violettes passera avec lui ; ce qui fera que le rayon extraordinaire, de plus en plus affaibli, finira par ne plus contenir que les dernières molécules du violet extrême. Ce sera là le cas du minimum d'intensité du rayon extraordinaire qui, dans notre première plaque, répondait à 9° 45′. Pendant tout ce mouvement du rhomboïde, le rayon ordinaire est resté blanc, du moins pour nos sens, parce que la portion de lumière composée que renferme le rayon extraordinaire ne formait qu'une portion insensible de la totalité de la lumière incidente. Tournons maintenant le rhomboïde un peu davantage, en allant toujours vers la gauche. Alors, la force réfringente ordinaire ne pourra plus embrasser toutes les molécules de l'arc VX ; celles qui font le plus grand angle avec sa direction, lui échapperont les premières : ce seront donc celles dont les axes sont dirigés suivant CX ; ce sont donc les rouges, et presque au même instant, les orangées et les jaunes, qui, comme nous l'avons vu d'abord, répondent très-près des premières aux différens points de

l'arc VX. De là il naîtra un rayon extraordinaire rouge jaunâtre, et ce rayon sera d'abord extrêmement sombre, parce qu'une très-petite portion de la lumière incidente aura échappé à la réfraction ordinaire. Mais à mesure que l'on tournera le rhomboïde, son intensité s'augmentera successivement, et les diverses couleurs y arriveront tour-à-tour dans l'ordre de leur répartition sur l'arc XV, mais en se suivant avec beaucoup de rapidité. Ce rayon deviendra donc successivement jaune pâle, jaune très-pâle, blanc à peine jaunâtre, et enfin blanc; tandis que le rayon ordinaire, s'affaiblissant par une marche contraire, et perdant successivement les molécules qui passent dans l'autre réfraction, deviendra tour-à-tour blanc à peine bleuâtre, blanc légèrement bleuâtre, blanc bleuâtre, bleu blanchâtre, et bleu sombre. Cette dernière teinte arrivera quand la section principale du rhomboïde aura décrit un angle de 90°, à partir de sa première position, parce qu'alors les actions ordinaire et extraordinaire de ce rhomboïde se seront mutuellement échangées; et, par la même raison, en continuant à tourner la section principale, les mêmes successions et les mêmes oppositions de teintes se répéteront successivement dans tous les quadrans, conformément aux observations.

Prenons maintenant une plaque plus épaisse. La rotation des molécules lumineuses, plus long-temps prolongée, aura réparti leurs axes de polarisation sur un plus grand arc. Alors, quand la section principale du rhomboïde sera située dans l'azimut zéro, il y aura un plus grand nombre de particules lumineuses qui échapperont à la réfraction ordinaire. Le rayon extraordinaire, augmentant ainsi avec l'épaisseur, deviendra donc successivement bleu, bleu clair, bleu blanchâtre et presque blanc. Alors toutes les molécules ayant commencé à tourner, aucune d'elles n'aura conservé sa polarisation primitive; il faudra donc tourner davantage la section principale du rhomboïde, pour la rapprocher de la direction des axes de ces particules, et pour que l'action du rhomboïde puisse toutes les embrasser dans la réfraction ordinaire. Mais en même temps, les vitesses de rotation de ces molécules étant inégales, selon leur nature,

leurs axes de polarisation s'écarteront de plus en plus les uns des autres, et se répandront sur un plus grand arc VX. Alors il arrivera un terme où cette dispersion sera si grande, que l'action du rhomboïde ne pourra plus les réunir tous dans le faisceau ordinaire; et dans ce cas, le rayon extraordinaire ne deviendra nul, ou presque nul, dans aucun azimut. En même temps les teintes successives par lesquelles ce rayon passera seront plus distinctes et plus séparées les unes des autres; comme cela arrive, par exemple, dans le second ordre des anneaux colorés, lorsque l'inégalité de longueur des accès a déjà agi assez long-temps pour bien séparer les différentes teintes. Mais, dans les anneaux, il arrive un terme où cette dispersion même confond les teintes, en mêlant dans la même réflexion les couleurs diverses des anneaux consécutifs; de même dans nos plaques, en augmentant continuellement l'épaisseur, la rotation inégale des molécules de réfrangibilité diverse finira par les disperser tellement, que celles mêmes qui composent pour nos sens une même teinte se trouveront assez séparées pour qu'il entre toujours une partie d'entre elles dans le rayon extraordinaire, quel que soit l'azimut où le rhomboïde soit placé. Ainsi, quand une fois on en sera venu à ce terme, le rayon extraordinaire contiendra toujours de toutes les couleurs à la fois, et en égale proportion relativement à leur intensité absolue, si toutes se trouvent uniformément ou presque uniformément dispersées dans une grande partie de la circonférence; de sorte qu'après avoir vu naître successivement, par les épaisseurs diverses, toutes les couleurs composées résultantes du mélange des couleurs simples, et analogues en cela avec les anneaux, on finira par obtenir deux images blanches constamment égales en intensité, quel que soit l'azimut où l'on place le rhomboïde, du moins si l'aiguille de cristal de roche est pure, et conforme à elle-même dans toute son épaisseur.

D'après la théorie que nous venons d'exposer, on voit que, dans nos plaques, si le rayon extraordinaire est d'abord bleu de premier ordre, lorsque le rhomboïde est placé dans l'azimut

zéro, il doit devenir ensuite indigo, violet, rouge violacé presque noir, rouge jaunâtre, jaune, etc., quand on tourne le rhomboïde de droite à gauche. Si, pour une épaisseur plus grande, ce rayon était d'abord blanc, il doit commencer par devenir blanc bleuâtre, bleu, indigo, violacé, etc. En général, quelle que soit sa teinte dans l'azimut zéro, lorsqu'on tourne le rhomboïde de droite à gauche, il doit monter dans l'ordre des anneaux comme si la plaque devenait plus mince; et en effet ce résultat est conforme à l'observation dans toutes les plaques que nous avons jusqu'à présent examinées.

D'après ce rapprochement, on doit sentir que le sens de la rotation des molécules, et la marche des teintes dans l'ordre des anneaux, sont deux choses liées entre elles, et telles, que la première est le principe de la seconde. On peut donc juger de l'une par l'autre; et en conséquence, si l'on avait des plaques de cristal de roche pour lesquelles les couleurs montassent dans l'ordre des anneaux, lorsqu'on tourne le rhomboïde de gauche à droite, on devrait en conclure que ces plaques font également tourner la lumière de gauche à droite, c'est-à-dire en sens contraire des précédentes : c'est en effet ce qui m'est arrivé. J'ai obtenu de semblables plaques, qui étaient extraites de cristaux tous aussi purs que les précédens; et, en analysant la lumière qui les avait traversées, j'ai reconnu le sens de la rotation des particules, par l'ordre suivant lequel les teintes changeaient dans les différens azimuts.

La première plaque de ce genre que j'ai obtenue était fort large, et avait six millimètres d'épaisseur. En l'exposant bien perpendiculairement à un rayon polarisé, et analysant la lumière transmise avec un prisme rhomboïdal de spath d'Islande dont la section principale était placée dans l'azimut zéro, elle donnait un rayon ordinaire rouge vif, et un rayon extraordinaire vert très-beau. Quand on tournait le rhomboïde dans d'autres azimuts et de gauche à droite, les teintes successives des deux faisceaux étaient telles qu'on les voit ici.

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
de gauch. à droite.	0°	rouge.	. .	vert superbe.
	10	rouge vif.	. .	vert.
	20	rouge jaunâtre.	. .	vert bleuâtre.
	30	rouge jaunâtre.	. .	bleu verdâtre.
	40	jaune légèrement rougeâtre.	. . . .	bleu.
	50	jaune légerement verdâtre.	. . . .	bleu gris de lin.
	60	blanc verdâtre.	. .	rouge pourpre.
	70	vert clair.	. .	rouge de sang.
	80	vert vif.	. .	rouge.
	90	vert superbe.	. .	rouge vif.

Dans l'azimut de 90°, les rayons ont changé de rôle comme dans les autres plaques : de plus, en inclinant la plaque de manière que le plan d'incidence, sur sa surface, se trouvât dans l'azimut de 45°, la succession des teintes indiquait que la teinte du rayon extraordinaire, dans l'azimut zéro, était le vert vif du troisième ordre.

Avant d'étudier cette plaque, j'en avais observé une autre exactement de même épaisseur, qui donnait précisément la même teinte dans l'azimut zéro. Mais la variation des teintes dans les autres azimuts s'y faisait dans un sens absolument opposé à la précédente : c'est ce que montre le tableau suivant :

Sens du mouv. du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	rouge vif.	. .	vert très-beau.
	10	rouge jaunâtre.	. .	vert bleuâtre.
	20	rouge jaunâtre.	. .	bleu verdâtre.
	30	rouge très-jaunâtre.	. . . .	bleu très-légèrement verdâtre.
	40	jaune rougeâtre.	. .	bleu.
	50	blanc verdâtre.	. .	gris de lin.
	60	vert clair.	. . . .	rouge bleuâtre pourpre.
	70	vert.	. .	rouge.
	80	vert.	. .	rouge de sang.
	90	vert très-beau.	. .	rouge vif

Dans l'azimut de 90°, les rayons ont également changé de rôle. De plus, en inclinant la lame dans l'azimut de 45°, la succession des teintes a prouvé que la teinte du rayon extraordinaire, dans l'azimut zéro, était le vert vif du troisième ordre.

En comparant ces deux tableaux, on voit que la marche des teintes, dans les deux plaques, était absolument opposée : ainsi, d'après notre théorie, si la seconde plaque faisait tourner la lumière de droite à gauche, la première devait la faire tourner de gauche à droite. Sur cette considération, je n'hésitai point à prévoir qu'en superposant les deux plaques, et les exposant, sous l'incidence perpendiculaire, au rayon polarisé, ce rayon, après les avoir traversées toutes les deux, reprendrait totalement sa polarisation primitive, la seconde plaque détruisant la rotation que la première aurait imprimée. Cela arriva en effet ainsi : les plaques étant superposées, toujours sous l'incidence perpendiculaire, et la section principale du rhomboïde étant dirigée dans l'azimut zéro, le rayon extraordinaire disparut en totalité. Toute la lumière transmise prit la réfraction ordinaire, et en tournant le rhomboïde dans différens azimuts, le rayon se divisa en deux faisceaux blancs, dont les intensités relatives furent précisément telles qu'elles auraient dû être, si la lumière polarisée fût arrivée directement au rhomboïde. Cette compensation, à laquelle nous conduit notre théorie sur la rotation des molécules lumineuses, aurait été, ce me semble, bien difficile, pour ne pas dire impossible, à prévoir d'une autre manière ; car qui aurait pu deviner autrement, que des plaques qui, dans la première position du rhomboïde, donnaient exactement les mêmes teintes, soit ordinaires, soit extraordinaires, exerçaient cependant sur la lumière des actions directement opposées, et se compenseraient rigoureusement par la superposition ?

J'ai voulu savoir si cette opposition n'aurait pas lieu aussi entre les forces polarisantes principales des deux aiguilles dont ces plaques étaient tirées. Car la double réfraction du cristal de roche étant si faible, elle aurait pu devenir attractive dans

certaines aiguilles et répulsive dans d'autres. Mais il n'en est pas ainsi. Car les deux aiguilles qui m'avaient donné ces plaques, étant soumises à l'épreuve expliquée page 314, m'ont offert toutes deux la double réfraction attractive, qui convient au cristal de roche en général.

J'ai cherché d'autres aiguilles qui fissent ainsi tourner la lumière de gauche à droite; j'en ai trouvé plusieurs parmi les aiguilles les plus pures et les plus semblables aux autres; mais elles m'ont paru cependant plus rares que celles qui font tourner la lumière de droite à gauche. Les intensités de ces actions opposées sont égales pour des épaisseurs égales, du moins si les aiguilles d'où l'on tire les plaques sont bien pures. Quand on superpose deux de ces plaques qui font tourner la lumière en sens opposé, l'action définitive du système est la même que celle d'une seule plaque égale en épaisseur à leur différence; et le sens du mouvement de rotation définitif des molécules lumineuses est celui que leur imprime la plaque la plus épaisse. Du reste, quant à la succession des couleurs pour les épaisseurs diverses, et à leurs changemens progressifs, lorsque la section principale du rhomboïde tourne dans différens azimuts, les lois sont absolument les mêmes, quel que soit le sens dans lequel s'opère le mouvement des molécules lumineuses, en exceptant toutefois les anomalies que l'inégale constitution des aiguilles peut présenter. Car, puisque des morceaux également bien cristallisés, au moins pour nos sens, font tourner la lumière en sens différens, il serait possible qu'une même aiguille renfermât alternativement et successivement des couches pareilles qui détruisissent réciproquement leurs actions, et il est assez probable qu'en multiplant les essais on trouverait de pareilles couches. En général, celles qui font tourner la lumière en sens opposé sont faciles à reconnaître par le sens dans lequel il faut tourner le rhomboïde pour faire monter les couleurs dans l'ordre des anneaux, ou mieux encore, par la superposition des plaques dont les actions sont opposées. Car, en opérant sur des épaisseurs peu diffé-

rentes, la superposition développe des couleurs très-vives dans des morceaux où l'on n'en apercevait pas auparavant; ce qui est conforme à notre théorie.

Le cristal de roche est, jusqu'à présent, la seule substance solide qui m'ait offert ces propriétés singulières; il est toutefois fort probable qu'on les retrouvera dans d'autres; car j'ai découvert qu'elles existent même dans plusieurs liquides, comme je l'expliquerai bientôt plus en détail; et cette remarque achève de confirmer ce que la discussion nous avait fait plus haut conclure, que, d'après le sens dans lequel ces phénomènes se produisent, ils doivent être indépendans de la cristallisation. Généralement, lorsqu'on aura diverses substances douées de ce genre de forces, si l'on veut comparer les intensités de leurs actions, il faudra en former des plaques qui donnent les mêmes teintes dans un même azimut, positif ou négatif, du rhomboïde, par exemple, dans l'azimut zéro; et les intensités seront réciproques aux épaisseurs de ces plaques. Cet essai pourra s'abréger en se bornant à des épaisseurs assez petites pour que le mouvement du rhomboïde fasse monter les teintes du rayon extraordinaire jusqu'au noir, ou au moins jusqu'à un minimum d'intensité très-faible. Car, en nommant a l'azimut de ce minimum, pour la plaque dont l'épaisseur est e, si l'on désigne par (e) l'épaisseur inconnue de la même substance, qui donnerait son minimum dans l'azimut fixe (a), la proportionnalité reconnue page 508 donnera

$$(e) = \frac{e\,(a)}{a};$$

De sorte que l'on pourra, par ce seul calcul, réduire toutes les observations de chaque substance à l'azimut fixe. Alors, si les épaisseurs ainsi réduites sont (e), $(e)'$, pour deux substances différentes, $\frac{(e)}{(e)'}$ sera l'intensité d'action de la seconde, celle de la première étant prise pour unité. Je donnerai plus loin des applications de cette méthode.

Recherches des lois suivant lesquelles varient les teintes des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, lorsqu'on les incline sur le rayon polarisé.

Jusqu'ici nous avons seulement examiné les phénomènes que présentent les plaques de cristal de roche lorsqu'on les présente perpendiculairement au rayon polarisé. Nous avons remarqué que les nouveaux phénomènes de polarisation produite par ces plaques sur les molécules lumineuses ne peuvent pas être attribués à la force polarisante principale qui émane de leur axe, puisque celle-ci est nulle, quand ils se produisent avec le plus d'intensité. Nous avons tâché de montrer qu'ils sont dus à une rotation des molécules lumineuses, occasionnée par les actions successives des particules matérielles qui composent le cristal. Mais, si ces actions ont pu s'exercer librement sous l'incidence perpendiculaire, où la force principale était nulle, il n'en sera plus de même sous les incidences obliques, où elle commence à renaître. Car alors cette force, agissant aussi sur les molécules lumineuses, les enlèvera sans doute successivement au mouvement de rotation qui les sollicitait, et, les soumettant à son influence, changera cette rotation continuelle en un mouvement d'oscillation tel que celui que nous avons observé dans les plaques, où l'action principale était suffisamment développée pour être seule sensible.

En effet, c'est précisément ainsi que se passent les phénomènes. Lorsqu'on incline ces plaques sur le rayon polarisé, après avoir fixé dans l'azimut zéro la section principale du prisme rhomboïdal qui sert pour analyser la lumière, on voit la teinte du rayon extraordinaire baisser continuellement dans l'ordre des anneaux par l'action croissante de la force principale; précisément comme si la plaque, en s'inclinant, devenait plus épaisse. Enfin, l'inclinaison augmentant toujours, si la plaque est suffisamment épaisse, on arrive à un terme où les deux faisceaux sont blancs, ce qui répond au septième ordre d'anneaux observés par Newton; après quoi ces faisceaux restent

toujours blancs, quel que soit l'accroissement d'inclinaison.

La loi suivant laquelle ces teintes du rayon extraordinaire se succèdent est la même dans tous les azimuts possibles; elles descendent toujours de la même manière dans l'ordre des anneaux. Mais en maintenant toujours la section principale du prisme rhomboïdal dans l'azimut zéro, comme nous le supposions tout-à-l'heure, il y a une grande différence dans l'intensité des images, selon l'azimut du plan dans lequel on incline la lame. La séparation des teintes est la plus complète lorsque cet azimut est de 45°, c'est-à-dire lorsque le plan d'incidence du rayon sur la plaque forme un angle de 45° avec la direction du plan primitif de polarisation; alors le faisceau extraordinaire, soit pour l'intensité, soit pour la teinte, répond exactement à un des anneaux réfléchis, et le faisceau ordinaire répond à l'anneau transmis complémentaire. Chacun d'eux contient toutes les molécules lumineuses qui composent l'anneau auquel il appartient : mais lorsqu'on écarte le plan d'incidence de cette position pour le ramener vers l'azimut 0° ou 90°, la section principale du rhomboïde qui sert pour analyser la lumière, restant toujours dirigée dans le méridien, on voit le faisceau extraordinaire perdre peu à peu son intensité sans changer de teinte, tandis qu'au contraire celle du faisceau ordinaire augmente de plus en plus. Cette augmentation n'est pas également sensible sous toutes les incidences : d'abord elle est nulle sous l'incidence perpendiculaire, où la force principale n'est pas encore développée; et, en effet, nous avons vu qu'alors les teintes du faisceau ordinaire et du faisceau extraordinaire n'éprouvent aucune variation lorsqu'on tourne la plaque sur son plan, le rhomboïde restant fixe. Mais dès que l'on incline la plaque, en prenant pour plan d'incidence le méridien même, on voit que le faisceau extraordinaire, en baissant dans l'ordre des anneaux comme dans tout autre azimut, ne garde pas toutes les molécules qui appartiennent à sa teinte dans les anneaux réfléchis : il en perd une certaine proportion par l'action croissante de la force principale, et cette proportion augmente rapidement avec l'inclinaison; de façon que bientôt le faisceau extraordinaire devient

tout-à-fait insensible, ou du moins presque insensible, quoique jusqu'au dernier moment il conserve exactement la teinte que lui assigne son inclinaison. Par une conséquence naturelle de ces faits, le faisceau ordinaire va toujours en croissant d'intensité à mesure que l'incidence augmente; mais en même temps sa teinte change et approche de plus en plus de la blancheur avec une grande rapidité, parce que les molécules qu'il enlève à l'autre faisceau neutralisent pour ainsi dire une partie des siennes, et forment du blanc. Cette absorption des molécules par l'action de l'axe principal devient totale au moins pour nos sens, au-delà d'un certain terme, qui n'arrive ordinairement qu'après que l'autre rayon a parcouru toute la série des anneaux. Une fois que cela a lieu, toutes, ou presque toutes les molécules lumineuses, sont enlevées au mouvement de rotation continu : elles n'exécutent plus que des oscillations alternatives autour de la section principale de la plaque, suivant les lois que nous avons précédemment exposées, et voilà pourquoi le rayon extraordinaire devient alors nul dans les azimuts 0° et 90°, conformément à ces lois. Entre ces limites, son intensité peut se calculer par les formules générales de la polarisation mobile.

Il ne reste plus qu'à assigner la loi suivant laquelle les teintes baissent dans l'ordre des anneaux à mesure que la plaque s'incline sur le rayon incident. Si l'action polarisante principale existait seule, ce serait une simple application des formules générales données page 469, pour une plaque quelconque, dont les surfaces sont inclinées sur l'axe d'un angle a, qui serait ici 90°. Or, quoique les forces secondaires qui font tourner la lumière doivent modifier ce résultat, je trouve par expérience qu'elles sont assez faibles pour que leur action soit inappréciable sur le progrès des teintes, au-delà de quelques degrés d'inclinaison ; car les teintes observées sont alors presque exactement égales à celles que l'on déduit, par le calcul, de la force principale seule. Mais pour appliquer convenablement ces calculs à nos plaques, il faut avoir égard à une nouvelle considération. Nous avons dit qu'elles étaient taillées

perpendiculairement à l'axe de cristallisation des aiguilles, et, après avoir déterminé *à priori* cette direction, en les coupant, nous l'avons encore vérifiée *à posteriori*, en exposant les plaques perpendiculairement au rayon polarisé, et voyant que les teintes qu'elles donnent ne changent point quand on les tourne dans leur plan; ce qui montre qu'elles n'ont pas de section principale, et qu'ainsi l'axe de cristallisation, étant indifférent à ces mouvemens de rotation, leur est perpendiculaire. Mais pour que cette constance des teintes s'observe, il n'est pas nécessaire que la perpendicularité de l'axe sur les surfaces des plaques soit rigoureuse; il suffit que son action soit trop faible pour produire sur les molécules lumineuses aucun effet de polarisation sensible. Or, cela arrivera, si cet axe est presque perpendiculaire à la surface des plaques; par exemple, s'il fait avec la normale, à leur surface, un angle de 1 ou 2°. Car, alors, l'action de la plaque, sous l'incidence perpendiculaire, sera, à très-peu près, proportionnelle à son épaisseur multipliée par le carré du sinus de 1 ou de 2°; et comme ce carré sera une quantité extrêmement petite, il s'ensuit que, si la lame n'est pas très-épaisse, il pourra arriver que le produit, réduit à l'échelle de Newton, soit au-dessous de l'épaisseur qui commence à polariser le bleu du premier ordre; Mais si l'on vient à incliner une pareille plaque sur le rayon polarisé, ce défaut de perpendicularité pourra devenir sensible; car, selon le sens de l'inclinaison, il augmentera ou diminuera l'angle du rayon réfracté avec l'axe de cristallisation, et par conséquent les teintes du rayon extraordinaire, observées ainsi sous des incidences obliques, devront changer lorsqu'on tournera les plaques dans leur plan; de sorte que l'incidence à laquelle une teinte désignée commencera à paraître sera différente selon le sens dans lequel la plaque sera tournée. C'est en effet ce qui a lieu dans toutes les plaques dont j'ai fait usage; et j'ajoute qu'on devait s'y attendre; car, quelque soin qu'on ait mis à les tailler perpendiculairement à l'axe, on n'a pas pu répondre de ne pas faire, sur cette direction, une erreur de 1 ou 2° : or, cela suffit pour produire,

sur la même teinte, des différences d'incidence très-considérables, comme on le verra plus bas.

La première fois que j'observai ces variations de teintes, l'incidence restant constante, je fus tenté de les attribuer à la forme toujours un peu prismatique des plaques. Car cette forme doit influer sur la marche du rayon à travers leur substance, et sur la longueur du trajet qu'il y parcourt ; elle doit donc altérer la teinte qui dépend de cette longueur et de la force polarisante émanée de l'axe. Mais je découvris bientôt que cette cause, quoique réelle, était beaucoup trop faible pour produire les phénomènes observés. Car, en faisant mouvoir l'œil sans changer la position de la plaque, seulement de manière à faire passer le rayon par les différens points de son épaisseur, je pouvais apercevoir des variations de couleurs, mais très-légères, et qui montaient ou descendaient seulement d'une teinte dans la table de Newton. D'où il suit qu'en visant toujours à peu près au même point de la plaque, j'avais très-peu d'erreur à craindre de cette inégalité : mais si je tournais la plaque sur elle-même, sans changer son inclinaison en aucune manière, j'apercevais de bien autres phénomènes. Ce n'était plus seulement une teinte immédiatement voisine, c'étaient plusieurs teintes, et quelquefois un grand nombre qui se succédaient l'une à l'autre, et se suivaient dans l'ordre des anneaux, à mesure que je tournais la plaque sur elle-même. Ces changemens étaient bornés par deux limites ; l'une, dans laquelle la plaque agissait sur la teinte la plus basse, et atteignait par conséquent son maximum d'action ; l'autre, dans laquelle elle agissait sur la teinte la plus haute ; et se trouvait par conséquent à son minimum. Ces positions différaient l'une de l'autre de 180°, et les variations des teintes se faisaient toujours autour de chacune d'elles, dans le même sens, soit pour monter, soit pour descendre, de quelque côté qu'on tournât la plaque sur son plan. Tous ces phénomènes résultaient trop évidemment d'une petite obliquité de l'axe pour que je pusse la méconnaître : mais, pour lever tous mes doutes à ce sujet, je consultai la théorie.

Considérons une plaque de cristal de roche dont les surfaces soient exactement parallèles entre elles, et inclinées d'un angle a sur l'axe de cristallisation. Supposons que cette plaque ne possède que la force principale qui émane de son axe, ou du moins que l'effet de cette force soit seul sensible sur les teintes, aux inclinaisons où l'on veut observer; alors, d'après tout ce que nous avons trouvé précédemment, page 469, la teinte E, que cette plaque enlève à la polarisation primitive sous une incidence quelconque, sera exprimée par la formule

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta')}{\cos u};$$

e étant l'épaisseur de la plaque réduite à l'échelle de Newton, et u un angle auxiliaire dont nous avons donné l'expression pour la chaux sulfatée et le cristal de roche. Pour appliquer ceci à nos plaques, supposons, fig. 42, que, IA étant leur axe, et IN leur normale, l'angle AID, où a soit presque droit et égal à $90 - \alpha$. Par les deux droites IA, IN, menons un plan que nous choisirons pour plan d'incidence; puis inclinons la plaque, fig. 43, et désignons par SI le rayon incident, par IR le rayon réfracté, et par θ' l'angle de réfraction NIR. Il est visible que l'angle de ce rayon, avec l'axe de cristallisation, aura pour expression générale $\theta' - \alpha$, si la plaque est inclinée comme dans la fig. 43; et au contraire, il deviendra $\theta' + \alpha$, si elle est inclinée comme le représente la fig. 44. L'action sera donc, dans le premier cas, proportionnelle à $\sin^2 (\theta' - \alpha)$, et dans le second, à $\sin^2 (\theta'_1 + \alpha)$, en désignant par θ_1' les valeurs de l'angle de réfraction dans cette seconde supposition. D'après cela, les expressions de la teinte extraordinaire E, dans ces deux cas, seront

$$\text{fig. 43} \ldots\ldots \quad E = \frac{e \sin^2 (\theta' - \alpha)}{\cos u};$$

$$\text{fig. 44} \ldots\ldots \quad E = \frac{e \sin^2 (\theta_1' + \alpha)}{\cos u_1}.$$

Maintenant il est facile de déterminer α par observation. En effet, si l'on amène successivement la plaque dans les deux positions diamétralement opposées, pour lesquelles nos for-

mules sont construites, et si l'on mesure, dans chaque cas, l'incidence à laquelle on aperçoit une même teinte dans le faisceau extraordinaire, le rhomboïde restant fixe, on aura évidemment l'égalité

$$\frac{\sin^2(\theta' - \alpha)}{\cos u} = \frac{\sin^2(\theta_1' + \alpha)}{\cos u_1}.$$

Si les deux angles θ' et θ_1' étaient égaux entre eux, u, u_1 seraient aussi égaux, et par conséquent α serait nul. Or, ces angles ne diffèrent que de quatre ou cinq degrés, comme on le verra tout-à-l'heure : ainsi l'on voit d'avance que α sera très-petit. De plus, les angles de réfraction θ' et θ_1' étant toujours peu considérables, quand les expériences sont faites dans l'air, le rapport $\frac{\cos u}{\cos u_1}$ différera extrêmement peu de $\frac{\cos \theta'}{\cos \theta_1'}$, et l'effet de cette différence sur le petit angle α pourra être négligée. Par ce moyen, on aura simplement

$$\frac{\sin^2(\theta' - \alpha)}{\cos \theta'} = \frac{\sin^2(\theta_1' + \alpha)}{\cos \theta_1'}$$

Soit, pour plus de simplicité, $\nu = \sqrt{\frac{\cos \theta'}{\cos \theta_1'}}$,

puis, extrayons la racine carrée des deux membres, et développons les sinus qui renferment α : nous trouverons

$$\text{tang.}\,\alpha = \frac{\sin \theta' - \nu \sin \theta_1'}{\cos \theta' + \nu \cos \theta_1'}.$$

En substituant successivement dans cette formule les valeurs de θ' et de θ_1', qui répondent à une même teinte, on verra d'abord si α est réellement constant, comme l'exige la supposition d'un défaut de perpendicularité de l'axe sur le plan des plaques; ensuite, si cette condition se trouve satisfaite, on en tirera la valeur de α, et l'on pourra calculer toutes les teintes par notre formule, l'incidence étant donnée.

Pour voir si ces considérations seraient confirmées par l'expérience, j'ai étudié une plaque qui présentait surtout des variations de teintes très-considérables, quand on la tournait sur son plan, l'incidence restant constante. Conformément aux

règles que nous venons d'établir, j'ai d'abord placé la plaque sous une incidence oblique, mais fixe, en choisissant le plan d'incidence de manière qu'il formât, avec la direction de la polarisation primitive, un angle de 45°. Alors, en tournant la plaque sur son plan, j'ai observé quelle était la succession des teintes qu'elle donnait ; puis j'ai remarqué, parmi ces teintes, quelle était la plus haute dans l'ordre des anneaux, et quelle était la plus basse : elles répondaient à deux positions de la plaque, opposées l'une à l'autre d'une demi-circonférence, ce qui est d'abord une circonstance conforme à notre théorie. J'ai fixé la plaque dans une de ces positions, d'abord dans la première ; puis je l'ai inclinée dans l'azimut de 45°, et j'ai mesuré les incidences successives auxquelles les teintes les plus tranchées de la série des anneaux ont passé dans le faisceau extraordinaire : cela fait, j'ai tourné d'une demi-circonférence l'anneau qui porte la plaque, et j'ai observé de nouveau les teintes dans cette seconde position. Voici le tableau de ces résultats :

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'anneaux auxquels répond la teinte du rayon extraordinaire.
0° 0′ 0″	rouge violacé sombre.	blanc sensiblement.	1er ordre.
15 34 10	blanc verdâtre.	rouge de sang.	
17 46 30	jaune.	bleu céleste.	2e ordre.
20 17 10	bleu.	jaune.	
21 17 10	vert.	rouge.	
23 48 50	rouge.	vert vif.	3e ordre.
25 48 10	vert.	rouge.	
27 32 20	rouge.	vert.	4e ordre.
29 17 40	vert.	rouge.	
30 57 40	rouge.	bleu verdâtre.	5e ordre.
31 47 20	bleu verdâtre.	rouge.	
34 35 10	rouge.	bleu verdâtre.	6e ordre.
36 0 0	bleu verdâtre.	rouge.	
37 48 0	blanc rougeâtre.	bleu verdâtre.	7e ordre.
38 56 30	bleu verdâtre.	blanc rougeâtre.	

Cette série terminée, j'ai fait faire un demi-tour à l'anneau qui portait la plaque ; celle-ci a donc été retournée point pour point

sur son plan : alors j'ai recommencé une autre série, dans laquelle les incidences ont été bien différentes des précédentes, quoiqu'elles aient été également vérifiées à plusieurs reprises.

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'anneaux auxquels le rayon extraordinaire répond.
0°	0′	0″	rouge pourpre violacé, sombre.	blanc sensiblement.	1er ordre.
7	55	50	blanc verdâtre.	rouge.	
9	18	54	jaune.	bleu superbe.	2e ordre.
13	23	30	vert.	rouge.	
15	23	30	rouge.	vert vif.	3e ordre.
18	2	10	vert.	rouge vif.	
19	30	10	rouge.	vert.	4e ordre.
21	12	50	vert.	rouge.	
23	10	30	rouge.	bleu verdâtre.	5e ordre.
24	42	50	bleu verdâtre.	rouge.	
26	1	40	rouge.	bleu verdâtre.	6e ordre.
27	41	0	bleu verdâtre.	rouge.	
29	9	40	blanc rougeâtre.	bleu verdâtre.	7e ordre.
31	0	20	bleu verdâtre.	blanc rougeâtre.	

Chacune des incidences de cette série est moindre d'environ 7° que sa correspondante dans la série précédente. Ainsi, la première série doit être celle dont nous avons désigné les angles de réfraction par θ', et la seconde doit être celle que nous avons désignée par θ_1'. Cela posé, j'ai choisi au hasard un certain nombre de teintes dans les deux séries, et j'ai calculé les angles de réfraction pour chacune de ces teintes, après quoi j'ai substitué ces valeurs dans la formule

$$\tang \alpha = \frac{\sin \theta' - v \sin \theta_1'}{\cos \theta' + v \cos \theta_1'},$$

dans laquelle

$$v = \sqrt{\frac{\cos \theta'}{\cos \theta_1'}},$$

et j'en ai tiré les valeurs correspondantes de α, qui ont été telles que le montre le tableau suivant :

Première série observée θ'.	Deuxième série observée θ'_1.	Valeur de α; calculée.	Ordre d'anneaux de la teinte employée.
9° 53′ 30″	5° 3′ 55″	2° 26′ 1″	rouge du 1er ordre.
13 26 10	8 31 30	2 30 6	rouge du 2e ordre.
14 58 30	9 46 40	2 39 41	vert du 3e ordre.
16 10 30	11 25 40	2 26 41	rouge du 3e ordre.
19 13 20	14 35 20	2 25 30	bleu verdâtre du 5e ordre.
22 5 50	17 17 50	2 33 13	rouge du 6e ordre.
23 43 10	19 14 50	2 24 40	blanc rougeâtre du 7e ordre.

Valeur moyenne de α..... 2° 29′ 24″

En rejetant la troisième observation α.. 2° 27′ 42″

Alors le plus grand écart de ces résultats partiels autour de la moyenne n'est que de 6′ : cela répond à une différence de 12′ ou 15′ sur l'incidence ; c'est-à-dire qu'il suffirait d'altérer de cette quantité l'une des deux incidences que l'on compare, pour faire disparaître les écarts dont il s'agit; et par conséquent il suffirait de répartir la moitié de l'altération sur l'une et sur l'autre en sens contraire. Or, il est facile de voir que de pareilles différences sont absolument inévitables. Car les teintes diverses que nous comparons ne répondent pas chacune à un seul degré d'incidence fixe et déterminé; il y a, pour chacune d'elles, une certaine étendue d'incidence dans laquelle elle se maintient sensiblement; et quoique l'on cherche à saisir l'inclinaison précise où la teinte que l'on observe atteint son maximum d'intensité, on ne peut cependant répondre qu'on ne commettra pas des erreurs de 7 ou 8′ sur cette évaluation. Ainsi, en prenant en considération cette cause inévitable d'incertitude, comme on doit nécessairement le faire, on voit que le défaut de perpendicularité de l'axe sur le plan des plaques se trouve mis dans une entière évidence par la constance de α, et la valeur de cette quantité détermine l'obliquité de l'axe avec une exactitude qu'il était peut-être difficile d'espérer.

La valeur de α étant ainsi connue, si l'on veut s'en servir pour

calculer la première série de teintes, il n'y a qu'à la substituer dans la formule $E = \frac{e \sin^2 (\theta' - \alpha)}{\cos u}$,

dans laquelle on a $\sin u = 1,205515 \sin \theta' - 0,205515 \sin^5 \theta'$. Il faut, de plus, savoir que l'épaisseur de la plaque était égale à 1327 parties du sphéromètre, ce qui équivaut à 332 parties de la table de Newton. En substituant ces données dans la formule, et mettant pour θ' les diverses valeurs des angles auxquels on a observé les teintes, on trouve les résultats suivans, que j'ai comparés à l'observation.

Désignation de la teinte E.	Valeur de la teinte E, calculée.	Valeur de la teinte E, observée.	Excès du calcul.
rouge du 1er ordre.....	5,68	5,80	— 0,12
rouge du 2e ordre.....	12,53	12,60	— 0,07
vert du 3e ordre.....	16,40	16,25	+ 0,15
rouge du 3e ordre.....	19,80	19,80	— 0,00
vert du 4e ordre.....	23,03	23,00	+ 0,03
bleu verdâtre du 5e ordre..	30,14	29,67	+ 0,47
rouge du 6e ordre.....	42,03	42,00	+ 0,03
bleu verdâtre du 7e ordre..	46,52	45,80	+ 0,72
blanc rougeâtre du 7e ordre.	49,84	49,67	+ 0,17

Les écarts de l'observation et du calcul sont très-petits, et ils le paraîtront bien davantage encore, si l'on considère qu'ils doivent être en grande partie attribués à la forme un peu prismatique de la plaque; car, en rapportant les observations, j'ai fait remarquer que l'on pouvait élever ou abaisser les couleurs d'une teinte entière en promenant le rayon visuel dans le plan d'incidence, depuis le centre de la plaque jusqu'à ses extrémités opposées; et quoique j'aie toujours cherché à observer par le centre, autant qu'il m'a été possible, je n'oserais répondre d'y avoir constamment réussi.

Je passe maintenant à la seconde série d'observations, dans laquelle on a $E = \frac{e \cos^2 (\theta' + \alpha)}{\cos u}$,

e et u étant les mêmes que précédemment. Effectuant le calcul pour les différentes incidences où l'on a observé des teintes,

on obtient les résultats suivans, que j'ai comparés de même avec l'observation.

Désignation de la teinte E.	Valeur de la teinte E, calculée.	Valeur de la teinte E, observée.	Excès du calcul
rouge du 1er ordre.....	5,73	5,80	— 0,07
rouge du 2 ordre.....	12,25	12,25	+ 0,00
vert du 3e ordre	15,24	16,25	— 1,01
rouge du 3e ordre.....	19,70	19,80	— 0,10
vert du 4e ordre.....	22.42	22,75	— 0,32
bleu verdâtre du 5e ordre..	29.95	29,67	+ 0,28
rouge du 6e ordre.....	40,65	42,00	— 1,35
bleu verdâtre du 7e ordre.	44,45	45,80	— 1,35
blanc rougeâtre du 7e ordre.	49,48	49,67	— 0,19

Les différences entre le calcul et l'observation sont encore fort petites, et peuvent tenir à la forme un peu prismatique de la plaque, comme je l'ai indiqué plus haut. Maintenant, si l'on considère que toutes les expériences ont été calculées ainsi, sans employer aucune donnée nouvelle, si ce n'est l'épaisseur de la plaque et l'inclinaison de l'axe sur sa surface, on devra, je crois, les regarder comme une confirmation frappante de la théorie, et d'autant plus qu'étant publiées depuis long-temps, elles n'ont pas pu être modifiées pour y satisfaire.

Puisque nous avons trouvé que tous les phénomènes offerts par les plaques cristallisées dépendent uniquement de leur épaisseur et de l'angle formé par leur axe de cristallisation avec le rayon réfracté, on conçoit qu'en taillant des plaques de cristal de roche de manière que cet axe fasse un grand angle avec leur surface, on pourra, en les inclinant, rendre le rayon réfracté assez oblique sur l'axe pour produire encore, au-delà d'une certaine incidence, tous les phénomènes de rotation que nous venons de considérer. Pour réaliser cette considération, j'ai fait tailler une pareille plaque dans un sens tel que ses surfaces faisaient avec l'axe de l'aiguille un angle de 59°. Je ne saurais affirmer qu'il ne fût pas de quelques minutes plus grand ou moindre, car j'ai perdu le papier original sur lequel la mesure de cet angle était écrite, et je la prends telle que je l'avais transcrite sur mon gist re en fa isant les observations des couleurs qu'elle pré-

sentait. Son épaisseur, mesurée au sphéromètre, était de $12^{mm},874$. J'ai exposé cette lame au rayon polarisé, d'abord sous l'incidence perpendiculaire, et ensuite sous des incidences obliques, en plaçant le plan d'incidence dans l'azimut de 45°, et maintenant toujours l'axe dans ce plan. Cette inclinaison rapprochait donc de plus en plus l'axe du cristal de la direction du rayon réfracté, ainsi que cela a été expliqué page 466; et il résulte de ce que l'on a vu alors, qu'en nommant θ' l'angle de réfraction compté de la perpendiculaire, et a l'angle aigu formé par les surfaces de la plaque avec l'axe du cristal, l'angle du rayon réfracté avec l'axe est exprimé par $90° - a - \theta'$. Ici l'on a $a = 59°$; $90° - a = 31°$: par conséquent, l'angle du rayon réfracté avec l'axe du cristal est représenté sous chaque incidence par $31° - \theta'$.

Pour reconnaître l'influence de cette obliquité du rayon réfracté sur l'axe, j'observais les teintes et les intensités du rayon extraordinaire dans l'azimut de 45° et dans l'azimut zéro. Tant que l'action de la force polarisante principale agit seule, ou du moins l'emporte de beaucoup sur les forces qui tendent à faire tourner la lumière autour de lui, le rayon extraordinaire doit s'évanouir dans ce dernier azimut, puisqu'alors la section principale du cristal coïncide avec la direction de la polarisation primitive du rayon incident. Mais à mesure que l'angle $90° - a - \theta'$ devient moindre, la force oscillatoire émanée de l'axe s'affaiblit, et une partie des molécules doit lui échapper, entraînée par l'action des forces secondaires; on doit donc alors voir naître un rayon extraordinaire qui doit subsister même dans l'azimut zéro. Enfin, quand l'angle $90° - a - \theta'$ est devenu assez petit pour que la force émanée de l'axe soit nulle, ou plus faible que la limite à laquelle elle peut commencer à polariser la lumière, toutes les molécules lumineuses doivent céder à l'action des forces qui tendent à les faire tourner. Par conséquent, il ne doit plus y avoir alors de section principale; la teinte et l'intensité du rayon extraordinaire doivent être les mêmes dans tous les azimuts : en un mot, les phénomènes doivent être absolument les mêmes que ceux que présente-

rait une plaque taillée perpendiculairement à l'axe, et exposée perpendiculairement au rayon polarisé. Au-delà de cette limite, si l'on incline toujours la plaque, l'angle du rayon réfracté avec l'axe augmente de nouveau; l'énergie de cet axe doit donc aussi de nouveau se développer, et par conséquent les phénomènes doivent se reproduire tels qu'ils s'étaient d'abord présentés dans des inclinaisons moindres. Tous ces résultats de la théorie sont parfaitement confirmés par l'expérience; mais, pour qu'on en juge mieux, j'ai rapporté, à la fin de ce chapitre, le tableau même des observations avec les incidences observées, ainsi que les valeurs qui en résultent pour les angles θ' et $31° - \theta'$.

Voulant répéter encore une fois cette expérience intéressante, j'ai fait amincir la plaque précédente, jusqu'à ce que son épaisseur fût réduite à 2547 parties du sphéromètre, ou $5^{mm},760$. Dans cette opération, l'inclinaison de ses faces sur l'axe a un peu varié, et s'était réduite à $57° 47'$. L'angle de ces faces entre elles est devenu $1° 7' 30''$, au lieu de $45'$, qui était sa valeur auparavant. J'ai exposé cette plaque au rayon polarisé, et les phénomènes se sont encore reproduits précisément dans le même ordre : seulement, comme l'angle des faces était différent, l'incidence à laquelle le rayon réfracté est devenu parallèle à l'axe s'est aussi trouvée différente de l'expérience précédente; ce qui devait en effet arriver selon notre théorie.

Phénomènes de polarisation successive, observés dans des fluides homogènes.

Les phénomènes produits par les forces rotatoires qui émanent de l'axe du cristal de roche nous ont prouvé que ces forces étaient indépendantes de la cristallisation; mais ce qui est plus extraordinaire, elles sont même indépendantes du mode d'agrégation des particules matérielles qui composent le cristal, car je les ai retrouvées dans des fluides parfaits, où l'on ne peut supposer aucun mode d'agrégation déterminé.

J'ai été conduit à cette découverte, dans le cours des expé-

riences que j'avais entreprises pour suivre le développement complet des teintes que les lames minces de chaux sulfatée peuvent produire, quand le rayon qui les traverse forme différens angles avec leur axe. J'avais imaginé, comme je l'ai dit plus haut, de renfermer ces plaques dans une espèce de tuyau d'environ trois centimètres de longueur, dont les deux fonds étaient en verre, et que je remplissais avec des liquides plus réfringens que l'air. Or, quand j'ai employé ainsi l'huile de térébenthine, je me suis aperçu que le rayon transmis, même à travers le liquide seul, présentait des traces, à la vérité, excessivement faibles, mais pourtant reconnaissables, de dépolarisation : le prisme rhomboïdal fixe, qui me servait pour analyser la lumière, et qui avait sa section principale dans l'azimut zéro, donnait un faisceau extraordinaire F_e d'un bleu sombre, presque imperceptible. En tournant ce prisme de droite à gauche, je trouvai que le faisceau F_e allait continuellement en diminuant d'intensité, sans changer de couleur, jusqu'à devenir sensiblement nul dans un azimut d'environ douze degrés; et, comme les molécules qui avaient subi primitivement la réfraction ordinaire n'avaient point cessé d'y céder dans cet intervalle, le rayon paraissait polarisé tout entier dans cet azimut. En tournant le rhomboïde davantage, il se formait un rayon extraordinaire très-faible; mais au lieu d'être bleu, il était d'abord rouge jaunâtre. Ces caractères, tout légers qu'ils étaient, étaient cependant précis, et montraient une identité parfaite entre ce genre de phénomènes et ceux que produisent les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, quand on les présente perpendiculairement à un rayon polarisé. Or, nous avons vu que, dans ces dernières, le développement des couleurs augmente à mesure qu'elles deviennent plus épaisses, et que l'amplitude du minimum du faisceau extraordinaire est proportionnelle à leur épaisseur. Je n'hésitai donc pas à conclure que l'accroissement d'épaisseur dans la masse de térébenthine aurait des conséquences semblables. En effet, ayant fait construire un autre appareil long de seize centimètres, tel qu'on le voit fig. 45, et l'ayant

rempli d'huile de térébenthine très-pure, je vis se développer les plus belles couleurs, quand je le fis traverser par un rayon polarisé. La nature des teintes dans chaque azimut, leur marche, et les lois de leur succession furent identiquement les mêmes que pour la plaque de cristal de roche épaisse de $2^{m},094$, dont j'ai parlé page 506 : d'où l'on voit que cette action, dans l'huile de térébenthine, est environ quatre-vingts fois plus faible que dans le cristal. Or, ici on ne peut attribuer l'effet à un état d'agrégation constant ; il faut donc qu'il résulte d'une action individuelle des particules de la térébenthine. J'ai voulu savoir si la température pourrait y avoir quelque influence. En conséquence, par un temps froid, où le thermomètre se tenait à 0°, j'ai rempli mon appareil d'huile de térébenthine à cette température, et je l'ai graduellement chauffée avec une lampe à courant d'air, jusqu'à la faire bouillir ; mais les teintes sont restées les mêmes sans aucun changement. L'eau, l'alcool, l'huile de colsa rectifiée, ne produisent point le phénomène, au moins dans des épaisseurs pareilles ; mais j'ai trouvé d'autres liquides qui le produisent. L'huile essentielle de laurier fait tourner la lumière de droite à gauche, comme la térébenthine ; l'huile essentielle de citron, au contraire, et la dissolution de camphre dans l'alcool, la font tourner de gauche à droite. Ainsi, l'on retrouve, dans ces fluides, l'opposition que nous avons reconnue plus haut entre les actions de ce genre, exercées par des plaques de cristal de roche tout-à-fait semblables par les caractères extérieurs. Si l'on prend deux liquides qui fassent ainsi tourner la lumière en sens contraire, qu'on évalue par l'expérience l'intensité absolue de leurs actions individuelles, laquelle est proportionnelle à l'amplitude de leur minimum pour des épaisseurs égales, et qu'enfin on les mêle dans des rapports inverses de ces intensités, on produit des mélanges neutres. On obtient ce résultat, par exemple, en mêlant une partie en volume d'huile de térébenthine avec trois parties de dissolution de camphre dans l'alcool à 40° ; mais il faut élever la température de l'appareil, parce que ce mélange n'est transparent que lorsqu'il est

chaud. Le camphre seul, dissous à froid dans de l'huile de térébenthine, diminue sa force rotatoire; mais il ne s'y dissout pas en quantité suffisante pour la neutraliser. Je parle ici du camphre naturel, et non du camphre artificiel que l'on forme, en combinant le chlore avec l'huile de térébenthine. Ce dernier, quoique semblable à l'autre pour l'odeur, et quelquefois pour la couleur, étant dissous de même dans l'alcool, n'imprime aux molécules lumineuses aucune rotation (1).

---

(1) J'ai fait voir ces phénomènes à la première classe de l'Institut, dans ses séances des 23 et 30 octobre 1815, et je les ai publiés dans le bulletin de la Société philomatique, pour décembre 1815. Ayant eu occasion d'en informer par écrit M. Seebeck, ce savant me fit l'honneur de me répondre qu'une suite de recherches, dont je rendrai compte dans un des chapitres suivans, l'avait conduit pareillement à observer ce développement de couleurs dans certaines huiles essentielles, en les plaçant entre deux piles de glaces croisées; disposition qui revient, en effet, à la mienne, quoique moins générale. Mais, avec la sincérité d'un véritable ami des sciences, M. Seebeck dit n'avoir reconnu ce fait qu'au commencement de janvier 1816, ce qui laisse à mes recherches la priorité. Le même savant, dans une lettre précédente, en date du 30 décembre 1815, me mandait qu'à l'aide du même appareil, il avait découvert des anneaux colorés dans les plaques de spath d'Islande, perpendiculaires à l'axe; ce qui est, comme on voit, le phénomène que j'ai décrit plus haut, et que j'ai présenté à l'Institut le 30 novembre, par conséquent un mois auparavant. Enfin, il est aussi arrivé que M. Seebeck s'est rencontré avec moi pour les propriétés des plaques de tourmaline, qu'il avait découvertes en mars 1815, sans avoir aucune connaissance de mon travail, lequel, en effet, n'a paru que dans les Annales de Chimie, de mai 1815, quoique la date prouve qu'il est du 5 décembre 1814. J'ai rapporté ces détails, d'abord pour rendre justice à M. Seebeck, et ensuite pour montrer que, dans des recherches si nouvelles, il est tout simple que deux personnes, guidées par des vues très-diverses, et sans aucune communication l'une avec l'autre, se rencontrent dans les résultats; remarque qui, dans plus d'une circonstance, aurait dû arrêter des soupçons injustes, et prévenir d'odieuses persécutions.

Azimut de 45°. rayon ordinaire.	Azimut de 45°. rayon extraordinaire.		Angle d'incidence θ.	Angle de réfraction θ'.	Angle du rayon réfracté avec l'axe 90° — a — θ'.	Azimut zéro. rayon ordinaire.	Azimut zéro. rayon extraordinaire.
bleu verdâtre, presq. incolore.	blanc rougeâtre, presq. incolore.	7e ordr.	33° 18′ 00″	20° 34′ 20″	+10° 25′ 40″	blanc.	bleu blanchâtre très faible en intensité.
blanc rougeâtre.	bleu verdâtre faible.		34 9 20	21 3 30	9 56 30	blanc.	bleu plus décidé, mais pâle et faible.
bleu verdâtre.	rouge.	6e ordr.	35 11 20	21 38 30	9 21 30	blanc.	bleu plus décidé, mais encore pâle et faible.
rouge.	bleu verdâtre.		36 3 50	22 8 00	8 52 00	blanc.	bleu légèrem. verdâtre, faible d'intensité.
bleu verdâtre.	rouge.	5e ordr.	37 11 50	22 45 50	8 14 10	blanc.	bleu légèrem. verdâtre : en certains endroits de la lame il semble se rougir un peu.
rouge.	bleu verdâtre.		38 9 40	23 17 40	7 42 20	blanc à peine rougeâtr.	bleu verdâtre.
bleu verdâtre.	rouge.	4e ordr.	40 3 00	24 19 00	6 41 00	blanc légèrem. verdâtre.	rouge décidé.
rouge.	vert.		41 45 40	25 13 50	5 46 10	rouge ou blanc rougeâtre.	vert; ne varie plus sensiblement d'intensité ni de teinte dans aucun azimut.
vert.	rouge.		47 6 50	27 58 00	3 2 00	vert.	rouge; intensité sensiblem. constante dans tous les azimuts.
vert.	rouge.		51 26 10	30 1 40	0 58 20	vert.	rouge; intensité constante : cette teinte subsiste sous une longue suite d'incidences.
rouge.	vert.	4e ordr.	61 26 30	34 12 10	— 3 12 10	rouge.	vert, ne varie pas sensiblement d'intensité ni de teinte dans les différens azimuts.
vert.	rouge.		64 35 30	35 19 00	4 19 00	rouge.	Non observé.
rouge.	bleu verdâtre.	5e ordr.	66 46 20	36 1 30	5 1 30	blanc rougeâtre.	bleu verdât.; commence à varier d'intens. dans les différens azimuts.
bleu verdâtre.	rouge.		69 35 20	36 51 20	5 51 20	blanc légèrem. verdâtre.	rouge pâle, mais décidé.
rouge.	bleu verdâtre.	6e ordr.	71 27 40	37 21 30	6 21 30	blanc à peine rougeâtre.	bleu verdâtre, faible d'intensité.
bleu verdâtre.	rouge.		73 44 50	37 54 40	6 54 40	blanc.	bleu verdâtre un peu rouge, faible d'intens.
rouge très-pâle.	bleu verdâtre.	7e ordr.	76 36 00	38 36 30	7 36 30	blanc.	bleu légèrem. verdâtre, très-faible en intensit.

On n'a pas pu observer sous de plus grandes inclinaisons.

On voit, par ces observations, que le rayon extraordinaire a commencé à devenir de plus en plus sensible, dans l'azimut zéro, à mesure que l'angle du rayon réfracté avec l'axe est devenu moindre; enfin, lorsque cet angle est devenu très-petit, la teinte et l'intensité du rayon extraordinaire sont restées les mêmes dans tous les azimuts, et les phénomènes ont été absolument les mêmes que dans les plaques perpendiculaires à l'axe lorsqu'on les expose perpendiculairement aux rayons polarisés. Je me suis même assuré que cette identité se maintient quand on tourne le rhomboïde sur lui-même; car les couleurs du rayon extraordinaire varient par l'effet de ce mouvement, suivant l'ordre des anneaux précisément comme il arrive pour les plaques perpendiculaires à l'axe. Tout cela est parfaitement d'accord avec la théorie, comme on l'a vu tout-à-l'heure, et on ne pouvait espérer une conformité plus parfaite.

CHAPITRE IX.

Examen et lois des phénomènes que présentent les lames de mica sous les incidences obliques.

Dans la première partie de ces recherches, page 387, j'ai dit que les lames minces et transparentes de mica, exposées perpendiculairement à un rayon polarisé, offrent des phénomènes pareils à ceux que présentent les lames de chaux sulfatée et de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe. En effet, tous ces phénomènes sont soumis aux mêmes lois, et compris dans les mêmes formules; il ne faut qu'y introduire l'unité d'épaisseur qui convient à l'espèce de substance que l'on veut considérer.

De là il résulte que les lames de mica produisent aussi la polarisation alternative, car on peut leur appliquer tous les raisonnemens que nous avons faits sur les autres lames; on peut de même en modifier les couleurs par la superposition, soit entre elles, soit avec d'autres lames cristallisées.

Mais cette conformité parfaite n'a lieu que sous l'incidence perpendiculaire. Les lames de mica, exposées obliquement au rayon polarisé, produisent des phénomèmes tout différens de ceux que les autres substances nous ont présentés; et les variations de leurs teintes sont incomparablement plus bizarres. Mais cette bizarrerie n'est qu'apparente, et elle fait place à la simplicité la plus parfaite, quand on est parvenu à en découvrir la véritable cause, qui est que le mica, régulièrement cristallisé, a deux axes d'où il émane des forces polarisantes, l'un situé dans le plan des lames, l'autre perpendiculaire à ce plan. Ces deux axes sont répulsifs.

Une disposition si nouvelle a besoin d'être démontrée par des preuves toutes particulières. Heureusement la cristallisation souvent imparfaite du mica nous donne le moyen d'en obtenir d'incontestables, en nous présentant alors l'une des

deux forces séparément. Il y a en effet des lames de mica qui ne possèdent point d'axe situé dans leur plan; on les rencontre parmi les pièces de mica dont la couleur jaunâtre, et l'imparfaite transparence, décèlent une cristallisation irrégulière; de sorte que les forces polarisantes qui agissaient dans le plan des lames semblent s'être compensées d'elles-mêmes par le croisement des axes des molécules intégrantes, comme nous pouvons les compenser artificiellement, dans les lames plus régulières, en les croisant avec d'autres d'égale épaisseur. Mais cette disposition ne diminuant point l'action de l'axe perpendiculaire aux lames, son pouvoir s'exerce encore, et s'exerce seul sous toutes les incidences, de manière qu'on peut isolément l'étudier. Aussi, quand on a enlevé une de ces lames, assez mince pour être facilement traversée par la lumière, si on la présente perpendiculairement à un rayon polarisé, elle ne produit aucune déviation définitive dans les axes de ses molécules. Vous pouvez, sous cette incidence, la tourner sur elle-même dans tous les azimuts, son effet sera aussi nul que celui d'un morceau de verre. Mais il en est autrement si vous l'inclinez sur le rayon polarisé, dans un azimut qui ne soit ni zéro ni 90°. Alors, si vous analysez la lumière transmise, par quelqu'un des procédés que nous avons indiqués, par exemple, à l'aide d'un prisme de spath d'Islande achromatique, dont la section principale soit fixée dans l'azimut zéro, vous y voyez paraître des couleurs et tous les phénomènes de la polarisation mobile : si la lame est mince, ces couleurs seront d'abord nulles ou peu sensibles; mais elles se développent en descendant dans l'ordre des anneaux à mesure qu'on augmentera l'inclinaison, et leur plus grande séparation s'observe quand le plan d'incidence forme un angle de 45° avec le plan de polarisation primitive. Ces circonstances sont toutes exactement pareilles à ce qu'un axe perpendiculaire aux lames doit produire, et à ce que les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe nous ont en effet présenté, du moins en n'ayant égard qu'à leur force polarisante principale.

On peut même prouver directement que les couleurs ainsi

observées ne sont point dues à une action d'un ou de plusieurs axes qui seraient situés dans le plan des lames. Car, à quelque teinte qu'on s'arrête, si l'on fixe l'inclinaison et qu'on tourne la lame sur son plan, la teinte ne change pas.

Dans tous les autres cas de polarisation mobile, la teinte E, que la lame cristallisée enlève à la polarisation primitive, dépend uniquement de l'angle d'incidence et de l'angle que forme l'axe de cristallisation de la lame avec l'axe de polarisation des molécules lumineuses, transporté sur son plan. Cette dernière condition ne saurait exister pour nos lames de mica, puisqu'elles n'ont point d'axe situé dans leur plan; mais la première subsiste encore et s'observe en toute rigueur. Ainsi la teinte du rayon extraordinaire n'y dépend que de l'inclinaison seule du rayon polarisé. Si l'on fixe cette inclinaison et qu'on observe avec soin la teinte du rayon extraordinaire, on peut tourner le tambour, qui porte la plaque, dans tous les azimuts : la teinte du rayon extraordinaire n'éprouve aucun changement; elle est absolument indépendante de l'azimut; mais l'intensité de ce rayon varie sans cesse. Si l'on suppose toujours que le prisme qui sert pour analyser la lumière ait sa section principale dirigée dans l'azimut 0°, l'intensité du rayon extraordinaire atteint son maximum lorsque le plan d'incidence fait un angle de 45° avec le plan de polarisation primitive; elle est nulle lorsque cet angle est égal à zéro ou à 90°. Ces périodes sont absolument les mêmes que pour une lame cristallisée, dont la section principale serait dirigée dans le plan d'incidence du rayon sur sa surface.

En général, si l'on suppose que le plan d'incidence est dirigé dans l'azimut i, et la section principale du prisme rhomboïdal dans l'azimut α, il n'y a qu'à désigner par O la portion du rayon transmis qui conserve sa polarisation primitive, et par E celle qui la perd en traversant la lame de mica, et appelant F_o F_e les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire, qui se forment dans le prisme, on aura, comme pour toute autre lame cristallisée,

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (\alpha - 2i);$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (\alpha - 2i).$$

Ces formules sont très-exactement conformes à l'expérience.

Il ne reste plus qu'à donner la loi des teintes E sous les diverses inclinaisons. Or, puisque le cas actuel est le même que celui des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, les forces secondaires de celles-ci étant supposées nulles, il n'y a qu'à employer la même formule, c'est-à-dire prendre

$$E = \frac{e \sin^2 \theta'}{\cos u},$$

u étant un angle auxiliaire, qui devra être peu différent de θ', lorsque les angles de réfraction seront peu considérables. Quant à la valeur de e, qui indique l'épaisseur de la lame réduite à l'échelle de Newton, il faudra la déduire de l'expérience pour chaque pièce de mica dont on voudra étudier les feuilles; car leur superposition, plus ou moins serrée et quelquefois variable, même dans les parties de la même pièce, empêche de pouvoir se confier aveuglément aux rapports d'action que le sphéromètre indiquerait. Pour légitimer cette nouvelle application de notre formule, je me servirai des expériences suivantes, que j'ai depuis long-temps publiées.

J'ai pris une lame de mica jaunâtre, de l'espèce de celles que j'ai désignées tout-à-l'heure. Son épaisseur, mesurée au sphéromètre, s'est trouvée de $110^{p},29$; mais ayant remarqué depuis qu'elle avait quelques petites inégalités, je l'ai réduite à 105,8 par d'autres évaluations. Cette lame, exposée perpendiculairement au rayon polarisé, n'exerce sur lui aucune action; mais en l'inclinant sur ce rayon, et analysant la lumière transmise à l'aide d'un prisme rhomboïdal achromatique, dont la section principale est fixée dans l'azimut zéro, on trouve qu'elle donne des rayons extraordinaires, qui sont surtout sensibles quand l'azimut du plan d'incidence est 45°. Dans tous les cas, si l'on tourne la lame sur son plan, l'incidence restant fixe, les faisceaux polarisés n'éprouvent aucune modification : ainsi la lame ne donne aucun indice d'un axe qui serait situé dans le plan de sa surface. Voici maintenant le tableau des observations auxquelles elle a donné lieu.

Désignation de la lame.	Incidence du rayon sur la lame comptée de la perpend., ou θ.	Teinte du rayon ordinaire, F_o.	Teinte du rayon extraord. F_e.
A.	4° 57′ 0′	blanc légèrem. bleuâtre.	commence à paraître; il est bleu et extrêmement faible.
	19 24 30	noir.....	blanc du 1er ordre.
	26 4 50	blanc bleuâtre.....	rouge sombre du 1er ordre.
	31 3 0	jaune.....	bleu du 2e ordre.
	40 0 20	vert.....	rouge du 2e ordre.
	44 17 20	rouge.....	vert du 3e ordre.
	49 39 10	vert.....	rouge du 3e ordre.
	54 27 0	rouge.....	vert du 4e ordre.
	61 3 50	vert.....	rouge du 4e ordre.

J'ai choisi, dans la série des anneaux, les teintes les mieux tranchées, parce que les lois qui les embrasseraient contiendraient nécessairement les autres, qui leur sont intermédiaires. Il faut remarquer qu'ici, comme dans toutes les autres observations du même genre que nous avons déjà faites, le passage d'une teinte à une autre ne s'opère pas brusquement, mais par nuances insensibles, et qu'ainsi la sensation d'une même teinte subsiste pendant une certaine étendue d'incidence; de sorte que l'on ne doit pas regarder chaque incidence indiquée dans la seconde colonne comme rigoureusement affectée à une teinte, mais comme l'incidence moyenne à laquelle cette teinte m'a paru se faire sentir le plus fortement.

Cette expérience étant faite, j'ai fendu la lame en trois autres que je désignerai par B, C, D : j'ai mesuré les épaisseurs de ces fragmens à diverses reprises, et j'ai trouvé pour moyennes

$$A = 105{,}8; \quad B = 57{,}9; \quad C = 29; \quad D = 15{,}7.$$

J'ai placé les lames B, C, D, dans l'azimut de 45°; elles n'ont donné aucun indice d'axe situé dans leur plan : je les ai alors inclinées sur le rayon polarisé, et j'ai eu les teintes suivantes.

Désignation des lames.	Azimut du plan d'incidence.	Angle d'incidence sur la lame comptée de la perpend., ou θ.	Teinte du rayon ordinaire, F_o.	Teinte du rayon extraordinaire, F_e.
B.	45°	7° 56′ 20″	blanc.....	commence à paraître.
		27 36 10	noir.....	blanc du 1er ordre.
		37 17 10	blanc bleuâtre.	rouge du 1er ordre.
		42 35 20	jaune.....	bleu du 2e ordre.
		55 21 30	vert.....	rouge du 2e ordre.
		61 25 30	rouge.....	vert du 3e ordre.
C.	45°	12 14 56	blanc.....	commence à paraître.
		39 11 40	noir.....	blanc du 1er ordre.
		54 36 10	blanc bleuâtre.	rouge du 1er ordre.
		64 40 0	jaune.....	bleu du 2e ordre.
D	45°	18 46 30	blanc.....	commence à paraître
		57 26 20	presque noir..	blanc du 1er ordre.

Les épaisseurs de ces quatre lames étant bien connues, ainsi que les couleurs qu'elles donnent, sous des incidences également déterminées, nous pouvons regarder les observations précédentes comme des données propres à établir la loi suivant laquelle le changement des teintes s'opère; et les déductions que nous en tirerons seront d'autant plus rigoureuses, que nous sommes bien certains que les quatre lames sont de même nature, étant toutes primitivement réunies dans la lame A.

D'abord, comme les angles de réfraction θ' ont toujours été peu considérables, puisque les lames n'ont été observées que dans l'air, bornons-nous à remplacer cos u par cos θ', au moins pour une première approximation. Alors l'expression des teintes E sera réduite à $\frac{e \sin^2 \theta'}{\cos \theta'}$, ou simplement $e \sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$; de sorte que ce produit devra être constant pour les différentes lames lorsqu'elles auront donné les mêmes teintes. C'est en effet ce qui s'observe avec beaucoup d'exactitude, comme le montre le tableau suivant, où l'on a rassemblé les résultats de cette comparaison, en prenant pour unité les résultats donnés par la lame B. L'angle θ' a été calculé avec le rapport

de réfraction $\frac{1}{2}$, qui convient, à très-peu de chose près, au mica, comme nous l'avons trouvé page 80.

Désignation des teintes.	Désignat. des lames.	Angle d'incidence comté de la perpendiculaire θ.	Angle de réfraction θ'.	Valeur de $e \sin\theta' \tang\theta'$	Ecarts.
blanc du 1er ord.	A.	19° 24′ 30″	12° 47′ 50″	0,9164	—0,0836
	B.	27 36 10	17 59 30	1,0000	0
	C.	39 11 40	24 55 0	0,9769	—0,0231
rouge du 1er ord.	A.	26 4 50	17 2 30	0,9208	—0,0792
	B.	37 10 10	23 49 10	1,0000	0
	C.	54 36 10	32 55 0	0,9883	—0,0117
bleu du 2e ordre.	A.	31 3 0	20 6 40	1,0088	+0,0088
	B.	42 35 20	26 49 0	1,0000	0
	C.	64 40 0	37 3 10	0,9991	—0,0009
rouge du 2e ord.	A.	40 0 20	25 22 40	1,0327	+0,0327
	B.	55 21 0	33 15 40	1,000	0
	C.	ne peut plus être observ.			
vert du 3e ordre.	A.	44 17 20	27 44 40	1,0582	+0,0582
	B.	61 25 30	35 50 10	1,0000	0
rouge du 3e ord.	A.	49 39 10	30 32 10	1,0609	+0,0609
	B.	71 35 40	41 15 40	1,0000	0

On voit par les nombres de la dernière colonne que les erreurs ne sont que dans les centièmes, et elles sont fort souvent en sens contraire, pour les deux lames extrêmes. Si on les compare sous le rapport de l'influence que peuvent avoir l'incidence ou l'épaisseur, ces erreurs paraitront bien petites, en considérant que nous avons parcouru toutes les incidences, et qu'une grande partie d'entre elles doit nécessairement être imputée aux erreurs inévitables des mesures, et à la forme toujours ondulante des lames de mica, qui ne permet, ni de mesurer leur épaisseur avec la dernière exactitude, ni d'ob-

server toujours leurs teintes, sous diverses incidences, dans des points où cette épaisseur soit toujours la même.

En conséquence, je crois qu'on peut négliger ces petits écarts, et conclure du rapprochement que nous venons de faire, que le produit $\frac{e \sin^2 \theta'}{\cos \theta'}$ *est exactement, ou à très-peu de chose près, constant pour les lames minces de mica, dans lesquelles l'axe de polarisation est perpendiculaire à la surface.* D'où l'on voit que leur effet total, comme celui de toutes les autres lames cristallisées, est à très-peu près proportionnel au trajet des molécules lumineuses dans leur substance, multiplié par le carré du sinus de l'angle que le rayon réfracté forme avec l'axe d'où les forces polarisantes émanent.

Je n'ai pas compris la lame D dans ce tableau, parce que le peu d'étendue des teintes qu'elle a parcourues, en raison de son peu d'épaisseur, aurait jeté de l'incertitude sur la valeur du rapport $e \sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$, dans lequel l'épaisseur e, qui n'est que de 15p,7 du sphéromètre, aurait exercé trop d'influence. Car, avec tout le soin possible, on ne peut pas répondre avec certitude d'une ou même deux parties du sphéromètre, c'est-à-dire de 2 ou 4 millièmes de millimètre sur la mesure d'une lame de mica, qui est bien rarement d'égale épaisseur dans toute son étendue. Cependant, pour ne pas laisser l'observation faite sur cette lame sans utilité, nous allons nous en servir pour calculer son épaisseur, ce qui offrira un nouveau genre de vérification. En effet, si le produit $e \sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$ est constant pour les mêmes teintes, nous n'avons qu'à le prendre pour une quelconque de nos lames relativement au blanc du premier ordre, le seul que l'on ait observé dans la lame D; puis divisant ce produit constant par la valeur de $\sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$, qui répond dans cette lame D au blanc du premier ordre, nous devons trouver pour quotient son épaisseur e, exprimée en parties du sphéromètre. Voici le calcul en partant des résultats donnés par la lame B, qui nous a servi d'unité dans nos calculs précédens.

Dans la lame B, le produit $e \sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$, relativement au blanc du premier ordre, a pour logarithme..... 0,7641473

Dans la lame D, le produit $\sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$, relativement à la même teinte, a pour logarithme..... $\bar{1}$,5816688

Différence ou logar. de l'épaisseur de la lame D.. 1,1824785.

Ce qui répond au nombre 15p,22.

C'est, à une demi-partie près, l'épaisseur observée au sphéromètre; et l'on ne pouvait pas espérer un accord plus approché.

Cet accord étant bien constaté, nous pouvons en déduire la valeur du facteur par lequel il faut multiplier l'épaisseur de nos lames, en parties du sphéromètre, pour les réduire à l'échelle de Newton. C'est le même facteur qui était $\frac{1}{4}$ dans le cristal de roche et la chaux sulfatée. Afin d'y parvenir, j'ai pris la moyenne entre les valeurs de $e \sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$, données par les trois lames A B C, dans les diverses couleurs où on les a observées; et j'en ai formé le tableau suivant, où les épaisseurs e des lames sont encore censées exprimées en parties du sphéromètre.

Désignation des teintes.	Valeur du nombre qui les représente dans la table de Newton.	Valeurs moyennes des logarithmes de $e \sin \theta' \operatorname{tang} \theta'$.
Blanc du 1er ordre..	3,4	5,598966
Rouge du 1er ordre.	5,8	10,003350
Bleu du 2e ordre...	9,0	13,249460
Rouge du 2e ordre..	12,6	21,165563
Vert du 3e ordre...	16,25	25,183487
Rouge du 3e ordre..	18,69	30,786650

Maintenant supposons que les nombres contenus dans la dernière colonne appartiennent à une seule et même lame; supposition permise, puisque toutes les lames leur assignent les mêmes valeurs pour les mêmes teintes. Alors, en divisant chacun de ces nombres par celui de Newton qui y correspond, on aura le facteur cherché; et en prenant la moyenne de tous les résultats ainsi obtenus, on aura une valeur plus indépendante des petites irrégularités que les observations comportent. En opérant de cette manière, j'ai trouvé pour facteur

$$\frac{1}{1,61920};$$

c'est-à-dire que, si l'on avait une lame cristallisée qui contînt dans son plan un axe aussi énergique que celui de nos lames de mica, il faudrait diviser l'épaisseur de cette lame, exprimée en parties du sphéromètre, par le nombre 1,6192, pour la réduire à l'échelle de Newton; de même qu'il aurait fallu la diviser par 4, si la lame était de chaux sulfatée ou de cristal de roche.

Au moyen de ce résultat, on peut calculer *à priori* toutes les teintes que devra donner une quelconque de nos lames de mica, sous les diverses incidences. Il ne faut, pour cela, que réduire son épaisseur au moyen du facteur que nous venons de calculer; et connaissant chaque angle de réfraction observé θ', on calculera E par la formule approximative

$$E = \frac{e \sin^2 \theta'}{\cos \theta'},$$

dont le second membre sera tout entier connu. J'ai fait cette épreuve pour la lame A, dont l'épaisseur était 105p,8, et j'ai rapproché le calcul, de l'observation, dans le tableau suivant :

Incidences.			Désignation des teintes E, observées.	Valeur de E, d'apr. la teinte.	Valeur de E, par la formule.
4°	57′	0″	commence à paraître : bleu sombre.	moind. que 1	0,22
19	24	30	blanc.....	3,4	3,17
26	4	50	rouge mordoré du 1er ordre.	5,8	5,87
31	3	0	bleu du 2e ordre.....	9,0	8,19
40	0	20	rouge du 2e ordre.....	12,67	13,28
44	17	20	vert du 3e ordre.....	16,25	16,00
49	39	10	rouge du 3e ordre.....	19,69	19,58
54	27	0	vert du 4e ordre.....	22,75	22,88
61	3	50	rouge du 4e ordre.....	26,00	27,38

On voit que les écarts, toujours très-petits, sont tantôt positifs, tantôt négatifs, sans suivre aucune loi. L'accord général qui règne entre le calcul et les expériences achève donc de confirmer d'une manière non douteuse ce que nous avons avancé au commencement de cette discussion : savoir, que les lames de mica que nous considérons ici ont un axe de cristalli-

sation perpendiculaire à leur plan, et dont l'influence sur les teintes varie comme celui de tout autre cristal, proportionnellement au carré du sinus de l'angle que l'axe forme avec le rayon réfracté. J'ai étudié le sens de l'action de cet axe, en combinant les lames de mica inclinées avec diverses lames minces de chaux sulfatée et de cristal de roche dont je connaissais la direction de l'axe, conformément à la méthode expliquée page 420. J'ai trouvé ainsi que les teintes E, données par ces substances, s'ajoutaient à celles du mica dans le cas de la perpendicularité des sections principales, et s'en retranchaient dans le cas du parallélisme. Conséquemment l'axe de nos lames de mica, qui est ici perpendiculaire à leur surface, est un axe répulsif.

Il est presque superflu de dire qu'il ne faut pas chercher à observer isolément cet axe dans les lames de mica bien pures et transparentes, qui, étant régulièrement cristallisées, ont encore un autre axe, situé dans leur plan, et dirigé suivant une des diagonales du rhombe qui est la base de la forme primitive. On verra tout-à-l'heure quelle influence conservent alors les forces que nous venons d'étudier. On ne doit pas non plus chercher à observer ces forces dans les plaques de mica tout-à-fait irrégulières et opaques, que l'on rencontre souvent. A la vérité, la cristallisation de ces plaques est tellement irrégulière et confuse, qu'elle ne donne pas d'indices d'axes situés dans le plan de leur surface; mais comme les lames qui les composent sont seulement apposées les unes sur les autres, au lieu d'être unies par la cristallisation, il en résulte qu'elles polarisent par réfraction une partie ou même la totalité de la lumière incidente; à tel point, par exemple, qu'elles la réfléchissent presque complètement, et quelquefois complètement, lorsqu'on les incline dans le plan de la polarisation primitive. Ce phénomène, étranger à l'objet qui nous occupe, altère et masque dans ces lames les effets que nous venons de découvrir.

C'est, comme je l'ai dit, dans des morceaux de mica jaunâtre, mais pourtant diaphanes, qu'il faut chercher les propriétés que je viens d'énoncer. On en trouvera qui auront assez

de compacité et d'homogénéité pour ne réfléchir la lumière qu'à leur première et à leur seconde surface, et qui néanmoins n'auront pas d'axe situé dans leur plan. Ceux-là produiront les phénomènes que je viens de décrire, ainsi que la loi que nous en avons déduite; et il paraît que l'état qui les donne est comme un intermédiaire entre la cristallisation tout-à-fait parfaite et la cristallisation tout-à-fait confuse.

Des lames de Mica qui ont deux axes.

Ayant ainsi analysé isolément l'effet de la force qui, dans certains morceaux de mica, agit perpendiculairement au plan des lames, il va nous être facile de résoudre le cas plus composé où cette force est unie à une autre qui agit dans le plan des lames, comme cela a lieu en général dans toutes les lames de mica bien transparentes, élastiques, et régulièrement cristallisées.

D'abord, pour prouver cette coexistence, prenez une telle lame, et l'exposant à un rayon polarisé, analysez par un prisme rhomboïdal achromatique la lumière qui a traversé sa substance; vous y reconnaîtrez tous les phénomènes de la polarisation mobile, la polarisation dans l'angle double, les couleurs des anneaux, et leur proportionnalité avec les épaisseurs. Enfin, il y aura aussi sur le plan de la lame deux sections rectangulaires CS, CS′, fig. 46, telles que, lorsqu'elles seront dirigées dans le plan de polarisation primitive, la lame ne dépolarisera plus aucune partie du rayon. L'une de ces lignes sera donc nécessairement ce que nous avons nommé la section principale, dans les autres lames cristallisées, et elle contiendra l'axe de la lame. Enfin, puisque nous avons supposé l'incidence perpendiculaire, les phénomènes que nous décrivons ne peuvent pas être produits par un axe perpendiculaire aux lames, mais seulement par un axe parallèle ou oblique à leur plan.

Pour décider entre ces deux possibilités, choisissez un plan d'incidence quelconque, et inclinez-y la lame successivement d'un côté et de l'autre de la normale, vous verrez les couleurs

changer d'une manière quelquefois très-bizarre, mais toujours parfaitement symétrique de ces deux côtés. Donc, les phénomènes qui se produisaient sous l'incidence perpendiculaire n'étaient pas l'effet d'un axe oblique sur les lames; car alors cette symétrie n'aurait pas eu lieu, de même qu'elle n'avait pas lieu dans les plaques de cristal de roche ou de spath d'Islande obliques à l'axe, dont nous avons précédemment étudié les effets.

Maintenant, je dis que les changemens des couleurs, sous les diverses inclinaisons, ne sont pas non plus l'effet d'un axe unique situé dans le plan des lames. Car, s'il en était ainsi, il n'y a qu'à incliner la lame successivement dans la direction de cet axe et de la section perpendiculaire; dans le premier cas, la force polarisante qui en émane devra s'affaiblir, et la diminution de son influence n'étant pas complètement compensée par l'augmentation du trajet des molécules lumineuses, les teintes E, données par la lame, monteront constamment dans l'ordre des anneaux, comme si la lame devenait plus mince; au contraire, dans le second cas, la force polarisante restant constante, son influence s'ajoutera à l'accroissement du trajet, et les teintes baisseront, comme si la lame devenait plus épaisse. Ce dernier phénomène se produit en effet, quand on incline la lame dans une des sections rectangulaires CS, CS′, désignées plus haut; mais le phénomène opposé n'a pas lieu dans l'autre section. A la vérité, quand on commence à y incliner la lame, les teintes montent d'abord dans l'ordre des anneaux, et même elles vont ainsi jusqu'au noir, qu'elles atteignent constamment sous l'incidence de 35.11′.24″. Mais à partir de ce terme, les teintes recommencent à baisser dans le même ordre, à mesure que l'inclinaison augmente, comme si la lame devenait alors plus épaisse; et, ce qui est bien remarquable, la nature de l'action par laquelle elles sont produites est de signe contraire avant et après l'inclinaison où ce phénomène a lieu. Car si le rayon qui a traversé la lame de mica dans cette direction est transmis perpendiculairement à travers une lame mince de chaux sulfatée, dont l'axe soit tourné dans le plan d'incidence, on trouve que la teinte E, donnée par la lame

de mica avant d'avoir passé par zéro, s'ajoute à celle de la lame de chaux sulfatée; et au contraire, après avoir passé par ce zéro, elle s'en retranche. Cette inversion de teintes et d'action ne peut nullement se concilier avec l'action d'un seul axe situé dans le plan des lames; et puisque nous avons d'ailleurs démontré par les faits qu'il n'existe point d'axe oblique, il s'ensuit qu'ils ne peuvent être dus qu'à l'intervention d'un axe normal, conformément à ce que les lames de mica, d'une cristallisation plus imparfaite, nous ont présenté.

Nous avons vu alors que cet axe normal était répulsif: admettons-le encore ici comme tel, il nous restera à décider si l'axe situé dans le plan des lames est répulsif ou attractif, et dans laquelle des deux sections rectangulaires CS, CS′, il est dirigé. Rien ne serait plus facile, si cet axe existait seul. Il suffirait de prendre successivement pour plan d'incidence les deux sections rectangulaires, et d'y incliner la lame; celle qui ferait monter les teintes contiendrait l'axe: mais l'intervention de l'axe normal modifie ce résultat; car son action propre croît par l'inclinaison, dans quelque sens qu'on incline la lame. Donc, si elle est de même signe que celle de l'axe plan, ce qui a réellement lieu, comme on le verra tout-à-l'heure, elle ajoutera son effet au sien, et ralentira la marche ascendante des teintes, ou l'arrêtera, ou même la forcera en sens contraire; de sorte qu'au lieu de monter, elles baisseront dans l'ordre des anneaux. Supposons qu'il en soit ainsi; alors, si l'on incline la lame dans son autre section, l'effet de l'axe normal s'y exercera de même, et croîtra avec l'incidence; mais cette fois il agira perpendiculairement à l'axe plan, et ces deux actions étant de même nature, se combattront mutuellement, comme celles des lames de même nature dont on croise les axes. La teinte E, donnée par le système, montera donc d'abord dans l'ordre des anneaux, à mesure que l'action de l'axe normal ira croissant avec l'incidence; enfin, il arrivera un terme où elle compensera entièrement celle de l'axe plan, ce qui rendra E nul; puis, à toutes les inclinaisons plus grandes, elle l'emportera, et les teintes recommenceront à baisser dans l'ordre des anneaux, comme si la lame devenait plus épaisse. C'est pré-

cisément ainsi que se passent les phénomènes, comme je l'ai annoncé plus haut, et comme on le verra tout-à-l'heure par le détail même des expériences. Et de là, on peut déduire encore l'inversion que nous avons observée dans la nature de l'action polarisante ; car, avant le zéro, la force répulsive du système émanera de l'axe plan, et après le zéro, elle émanera de la section perpendiculaire ; de sorte que son effet sur une même lame de chaux sulfatée fixe sera inverse de part et d'autre de cette inclinaison, étant additive avant, et soustractive après, si la lame de chaux sulfatée a son axe constamment dirigé suivant le plan d'incidence. Au contraire, il n'y aura point d'inversion quand l'axe plan et l'axe normal seront tous deux amenés dans le plan d'incidence ; car alors, leurs actions s'ajoutant, elles seront de même nature sous toutes les incidences, et par conséquent répulsives ; ce qu'en effet l'expérience confirme, quand on place aussi dans ce plan l'axe d'une lame mince de chaux sulfatée ; car on obtient toujours pour E la différence des teintes. Tous ces résultats étant exactement conformes à ce qu'on observe, il est bien vraisemblable que le système des forces polarisantes du mica est ainsi combiné ; mais pour changer cette présomption en certitude, il faut exprimer par le calcul les effets d'un pareil système, et voir si la marche des teintes, observées sous chaque incidence s'y conforme exactement.

Pour cela, nommons toujours e l'épaisseur de la lame, exprimée en parties du sphéromètre ; appelons a et b les facteurs inconnus par lesquels il faudrait la multiplier pour la réduire à l'échelle de Newton, relativement à chacun de ses deux axes ; en sorte, par exemple, que $a\,e$ exprime la teinte E qu'elle enlèverait à la polarisation primitive, sous l'incidence perpendiculaire, si l'axe plan agissait seul ; et que $b\,e$ exprime de même la teinte qu'elle enlèverait à cette polarisation, si l'axe normal agissait seul, sur un rayon réfracté formant un angle droit avec lui : alors, pour tout angle de réfraction θ', la teinte résultante de cette seconde action devra être représentée par $\dfrac{b\,e \sin^2 \theta'}{\cos u}$,

u étant un angle auxiliaire qui, sous les incidences peu éloignées de la perpendiculaire, sera peu différent de θ'. Or, je trouve que, lorsqu'on se borne à observer les lames dans l'air, ce qui limite considérablement les angles θ', on peut représenter fort bien les expériences en prenant u égal à θ', comme nous l'avons fait pour les lames de mica qui n'ont qu'un axe. Usant donc de cette simplification, l'expression précédente se réduit à

$$\frac{be \sin^2 \theta'}{\cos \theta'};$$

l'action propre de l'axe plan sera exprimée par une expression analogue, qui sera

$$\frac{ae \cos^2 \theta'}{\cos \theta'}, \text{ si cet axe s'incline dans le plan d'incidence ;}$$

$$\frac{ae}{\cos \theta'}, \text{ s'il lui reste perpendiculaire.}$$

Dans le premier cas, son influence s'ajoutera à celle de l'axe normal; dans le second, elle s'en retranchera, comme cela arrive dans les lames croisées : ainsi, en représentant toujours par E la teinte que la lame enlève à la polarisation primitive, on aura

$$\text{Axe plan dans le plan d'incidence. E} = \frac{e\,(a \cos^2 \theta' + b \sin^2 \theta')}{\cos \theta'};$$

$$\text{Axe plan perpend. au plan d'incid. E} = \frac{e\,(a - b \sin^2 \theta')}{\cos \theta'}.$$

Suivons les conséquences de ces deux formules.

On verra tout-à-l'heure que les expériences donnent a et b de même signe, et b plus grand que a; or, le numérateur de la première expression peut se mettre sous la forme $a + (b - a) \sin^2 \theta'$; ainsi, la valeur qu'elle assigne à E ira toujours en augmentant avec l'angle de réfraction; c'est-à-dire, que la teinte E ira toujours en baissant dans l'ordre des anneaux. Sa plus petite valeur aura lieu sous l'incidence perpendiculaire, où θ' est nul; et en la représentant par (E), on en tirera

$$(E) = ae,$$

relation à laquelle conduit également la seconde formule. Mais,

dans celle-ci, on voit que E peut devenir nulle ; et si l'on représente par θ_{ι} l'angle de réfraction où ce phénomène arrive, on devra avoir alors $a - b \sin^2 \theta_{\iota} = 0$.

Cette relation, combinée avec la précédente, détermine a et b, car on en tire

$$a = \frac{(E)}{e}; \qquad b = \frac{(E)}{e \sin^2 \theta_{\iota}};$$

et l'on voit que b surpasse a, comme nous l'avons annoncé. Ces valeurs étant substituées dans les expressions générales, il vient enfin

$$\text{Axe plan dans le plan d'incid.} \; E = \frac{(E)}{\sin^2 \theta_{\iota}} \; \frac{(\cos^2\theta' \sin^2\theta_{\iota} + \sin^2\theta')}{\cos \theta'};$$

$$\text{Axe plan perp. au pl. d'incid.} \; E = \frac{(E)}{\sin^2 \theta_{\iota}} \; \frac{(\sin^2 \theta_{\iota} - \sin^2 \theta')}{\cos \theta'}.$$

Ces formules sont immédiatement applicables ; car la teinte (E) et l'angle θ_{ι} sont des élémens qui peuvent s'observer directement. J'ai dit plus haut que ce dernier était le même pour toutes les lames de mica de même nature, minces ou épaisses. Dans celles dont j'ai fait usage, il répondait à l'incidence de 55°. 11′. 24″ : ainsi, en prenant le rapport de réfraction du mical égal à $\frac{3}{2}$ comme pour le verre ordinaire, ce qui, d'après nos expériences de la page 80, ne doit pas être loin de la vérité, on aura $\theta_{\iota} = 22°. 35'. 36''$. Il ne restera donc plus que (E) à déterminer pour chaque lame, d'après l'observation.

J'appliquerai ces formules à deux séries d'expériences que j'ai depuis long-temps publiées. Elles furent faites avec une lame de mica bien transparente et bien cristallisée, qui, sous l'incidence perpendiculaire, donnait pour (E) le jaune brillant du second ordre, auquel j'attribuai alors pour valeur 10,4, conformément à la table de Newton. Je ne change rien à cette évaluation ; mais, en la divisant par $\sin^2 \theta_{\iota}$, j'en tire

$$\frac{(E)}{\sin^2 \theta_{\iota}} = 70{,}4587.$$

Ensuite, en calculant les valeurs de E, d'après les angles d'in-

cidence et de réfraction mesurés lors de l'apparition des diverses teintes, j'ai formé le tableau suivant, où les résultats des deux formules sont comparés à l'observation.

1re Série. L'axe plan dans le plan d'incidence

Incidence comptée de la normale θ.	Teinte du faisceau ordinaire F_o.	Teinte du faisceau extraord. F_e.	Valeurs de E, observées.	Valeurs de E, calculées.
0° 0′ 0″	bleu.	jaune 2e ordr.	10,40	10,40
16 4 26	vert.	rouge 2e ordre.	12,67	12,66
21 48 25	jaune légèrem. rougeâtre.	bleu 3e ordre.	14,67	14,54
28 23 42	bleu violacé.	jaune 3e ordre.	17,50	16,55
33 47 42	vert jaunâtre.	rouge bleuâtre 3e ordre.	19,80	20,09
40 14 48	rouge.	vert jannâtre 4e ordre.	23,22	23,63
45 1 4	vert.	rouge 4e ordr.	26,00	26,94
47 39 18	rouge.	bleu verdâtre 5e ordre.	29,67	28,71
52 34 41	vert bleuâtre.	rouge 5e ordr.	34,00	32,11
60 22 52	rouge.	bleu verdâtre 6e ordre.	38,00	37,52
64 30 43	vert.	rouge 6e ordr.	42,00	40,25

2e Série. L'axe plan perpendiculaire au plan d'incidence.

Incidences comptées de la normale θ.	Teinte du faisceau ordinaire F_o.	Teinte du faisceau extraord. F_e.	Valeurs de E, observées.	Valeurs de E, calculées.
0° 0′ 0″	bleu.	jaune 2e ordr.	10,40	10,40
16 11 28	jaune.	bleu 2e ordre.	8,75	8,11
21 52 12	blanc bleuâtr.	rouge 1er ordr.	5,80	6,25
28 42 36	noir.	blanc.	3,40	3,35
35 11 24	blanc.	noir exactem.	0,00	0,00
41 15 54	noir (reste un peu de bleu).	blanc.	3,40	3,59
45 27 0	blanc bleuâtr.	rouge 1er ordr.	5,80	6,25
47 27 58	jaune.	bleu 2e ordre.	8,75	7,58
55 45 18	vert.	rouge 2e ordr.	12,66	13,17
59 10 0	rouge.	vert 3e ordre.	16,25	15,48
64 44 45	vert.	rouge 3e ordr.	19,69	19,07
70 22 48	rouge.	vert 4e ordre.	22,75	22,34

On voit que le calcul suit toujours très-fidèlement l'observation, et se prête à toutes les inversions qu'offre la marche des teintes dans les deux séries. Les petits écarts que l'on rencontre ne suivent aucune loi régulière, et doivent être attribués en grande partie à l'extrême difficulté de déterminer les valeurs précises des incidences sur des lames qui, comme celles de mica, sont toujours un peu onduleuses. Enfin, il faut faire attention que nos deux formules n'empruntent ici de l'expérience que deux données; savoir : la teinte sous l'incidence perpendiculaire, et la valeur particulière de l'incidence à laquelle le zéro des teintes s'observe. Encore, ce dernier élément, étant commun à toutes les lames de mica cristallisées d'une manière régulière, ne peut pas être considéré comme une donnée particulière aux séries précédentes. Il ne reste donc de particulier que la teinte (E), quand θ' est nul; et d'après cette seule donnée, nos formules, déduites de la connaissance des deux axes, représentent fidèlement toutes les autres teintes obtenues par l'observation.

Les deux cas que nous venons de considérer sont les seuls qui puissent être calculés théoriquement d'une manière complète, parce qu'ils sont analogues à ceux des lames superposées, dont les sections principales sont parallèles ou croisées à angles droits. Pour atteindre les autres cas, il faudrait savoir comment les molécules lumineuses doivent se partager entre les deux forces polarisantes, quand elles ne sont ni conspirantes, ni directement opposées; et cette recherche exigerait des expériences délicates que je n'ai point entreprises. Néanmoins, pour donner des preuves incontestables de ce partage, je rapporterai deux phénomènes très-remarquables qui en résultent, et qui, d'après ce qui précède, se concevront facilement.

Lorsque l'on fixe l'inclinaison de la lame sur le rayon polarisé, et qu'on la tourne elle-même sur son propre plan dans une position quelconque, mais fixe, on peut faire tourner le système autour du rayon polarisé comme axe, la teinte E du rayon extraordinaire n'éprouve aucune variation dans sa

couleur ; elle donne seulement un faisceau F_e d'intensité différente, dans le prisme rhomboïdal, qui sert à l'analyser. Cela est tout simple, d'après la considération des axes qui produisent ces phénomènes; car les angles qu'ils forment avec le rayon réfracté ne changent point par cette rotation, et c'est de là seulement que dépend la force polarisante qu'ils exercent. Maintenant, remettons la lame sous l'incidence perpendiculaire; dirigeons son axe plan à 45° de la direction primitive de polarisation, et, prenant cette direction pour celle d'incidence, inclinons-y la lame de plus en plus. Que va-t-il arriver ? L'axe normal, développant son action par l'inclinaison, se trouve dans le plan primitif de polarisation des molécules lumineuses; il ne tend donc à les faire tourner dans aucun sens, mais il s'oppose à ce qu'elles prennent un mouvement de rotation qui les éloignerait de lui; il les tient, pour ainsi dire, en arrêt, et ne tend ainsi qu'à fortifier l'intensité du faisceau ordinaire O, mais non pas à produire aucun faisceau extraordinaire. Les seules forces qui puissent faire naître un pareil faisceau, sont donc celles qui émanent de l'axe plan ; et en effet, si elles existaient seules, elles produiraient, comme dans les lames de chaux sulfatée, une teinte E qui, dans la direction d'incidence que nous avons choisie, serait à-peu-près constante sous toutes les incidences, la diminution de la force étant presque compensée par l'accroissement du trajet oblique. Mais ici, dès qu'un pareil rayon est produit, les molécules qui le composent ayant perdu leur polarisation primitive, ne sont plus simplement tennes en arrêt par l'axe normal; il contribue par son action à les faire osciller plus rapidement que la seule action de l'axe plan n'aurait pu le faire; et aussi les teintes E, au lieu de rester à-peu-près constantes, baissent rapidement dans l'ordre des anneaux à mesure que les lames s'inclinent dans le plan de la polarisation primitive. Mais, ce qui est bien digne de remarque, le rayon E ne garde pas toutes les molécules lumineuses qui appartiennent à cette teinte dans les anneaux réfléchis; il en perd une certaine proportion, d'autant plus grande, que l'incidence du rayon sur la lame sera

devenue plus considérable, ce qui affaiblit progressivement son intensité sans changer sa teinte, tandis que le rayon ordinaire, s'emparant de tout ce que l'autre abandonne, approchera de plus en plus de la blancheur. Les plaques de cristal de roche, perpendiculaires à l'axe, nous ont déjà offert des exemples d'un semblable partage du faisceau transmis, entre les forces secondaires qui font tourner les molécules lumineuses, et les forces principales qui les font osciller.

Comme ce phénomène fournit une confirmation frappante de la théorie, j'en ai mesuré avec soin tous les détails dans une expérience que j'ai faite avec la même lame de mica dont j'ai déjà mentionné les effets dans d'autres positions. Ici, pour les diverses incidences, la variation des teintes E était telle que la représente le tableau suivant, où l'on a seulement consigné quelques-unes des plus saillantes. Je n'ai pas besoin de rappeler que l'azimut du plan d'incidence est zéro, et que celui de l'axe situé dans le plan de la lame est 45°.

Incidence du rayon sur la lame, comptée de la normale θ.	Teinte du rayon ordin. F_o.	Teinte du rayon extraordinaire F_e.	
0° 0′ 0″	bleu.	jaune	2e ordre.
26 41 40	bleu verdâtre.	rouge.	
36 12 57	rouge blanchâtre.	vert.	3e ordre.
43 28 40	blanc légèrem. verdâtre.	rouge.	
49 1 22 (*)	blanc à peine rougeâtre.	vert.	4e ordre.
54 43 10 (**)	blanc.	rouge à peine visibl.	
59 42 20	blanc.	vert à peine visible.	
On ne peut voir plus loin les couleurs.			

(*) Le blanc est à peine coloré; le vert est très-faible en intensité, mais sa teinte est vive comme celle du vert du 4e ordre.

(**) Ici à peine peut-on apercevoir le rouge; c'est pourtant celui du 4e ordre, qui est très-abondant en intensité dans les anneaux réfléchis.

Voici maintenant un autre phénomène qui résulte encore de l'action simultanée des deux axes. Il est relatif aux diverses

positions de l'axe plan qui rendent nulles l'*intensité* de la teinte E, sous les incidences obliques. Lorsque nous avons étudié les lames de chaux sulfatée et de cristal de roche parallèles à l'axe, page 371, nous avons trouvé une règle fort simple pour déterminer *à priori* toutes ces positions. Soit A l'angle dièdre que le plan d'incidence forme avec celui de la polarisation primitive, que je suppose être le méridien. Nommons i l'angle oblique que l'axe unique de la lame, situé dans son plan, fait sur sa surface avec la trace du plan d'incidence. Nous avons trouvé que la lame ne fait éprouver aucune déviation aux axes des molécules lumineuses, lorsque cet angle i, compté dans le même sens que A, à partir du plan d'incidence, devient égal à A ou à $90 + A$, $180 + A$, $270 + A$..., quelle que soit l'incidence du rayon. Cette loi nous a donné les formules que nous avons rapportées alors. Mais il en est autrement dans le mica. Pour en donner un exemple simple, partons de l'incidence perpendiculaire, et plaçons l'axe plan de la lame de mica dans un azimut i égal à $-45°$, le signe $-$ signifiant que cet azimut est compté vers l'est. Alors, si nous ramenons l'axe de $+45°$ vers l'ouest, en tournant la lame sur son plan, l'incidence restant toujours perpendiculaire, il reviendra coïncider avec la direction de la polarisation primitive, et le faisceau dévié E s'évanouira. Maintenant replacez l'axe plan dans l'azimut $-45°$, et inclinez la lame dans un plan d'incidence dont l'azimut soit $+45$, par conséquent dirigé vers l'ouest, auquel cas l'axe plan lui sera constamment perpendiculaire; alors, l'incidence devenant oblique, le même mouvement $+45$ imprimé à l'axe en tournant la lame ne fera plus disparaître la teinte E, au lieu qu'il la ferait disparaître encore dans une lame de chaux sulfatée ou de cristal de roche parallèle à l'axe. Dans le mica, il faudra tourner de moins de 45°; et les trois autres points où le rayon E disparaît seront inégalement éloignés de celui-là. Si l'un se trouve à la distance i de la trace du plan d'incidence, cette distance étant comptée sur la lame, il y aura une autre distance i' qui produira le même phénomène, et les quatre seront : i, i', $180 + i$, $180° + i'$.

A mesure que vous inclinez la lame davantage, les racines i et $180^\circ + i'$ se rapprochent l'une et l'autre du plan d'incidence ; de sorte que la quantité dont il faut tourner la lame pour faire disparaître le rayon extraordinaire devient de plus en plus petite. Enfin, sous une certaine incidence, qui est la même pour toutes les lames de mica de même nature minces ou épaisses, et que j'ai fixée plus haut à $35^\circ\ 11'\ 24''$ dans les lames cristallisées dont j'ai fait usage, on a $i = 0$, $i' = 180^\circ$: alors les deux racines i et $180 + i'$ se réunissent en une seule aussi-bien que i' et $180 + i$. Le rayon E ne s'évanouit plus que dans deux positions diamétralement opposées de la lame, qui sont celles où son axe plan est perpendiculaire au plan d'incidence : en passant à des inclinaisons plus grandes, le rayon extraordinaire ne s'évanouit plus, dans quelque position que l'on tourne la lame sur son plan.

Pour comprendre la cause de ces variations, il faut partir de l'incidence $35^\circ\ 11'\ 24''$, où les actions des deux axes de la lame se compensent exactement par le croisement à angles droits, l'axe normal agissant dans le plan d'incidence, et l'axe plan dans la direction rectangulaire. Dans ce cas, si vous tournez le moins du monde la lame sur son plan, vous affaiblissez l'action de l'axe plan sans diminuer celle de l'axe normal, qui ne dépend que de l'incidence. Ainsi la compensation ne peut plus avoir lieu. Elle ne peut plus avoir lieu, par la même raison, sous les incidences plus grandes, de quelque manière qu'on tourne la lame, parce que l'axe plan, même lorsqu'il est perpendiculaire au plan d'incidence, ne peut plus alors compenser l'action de l'axe normal ; mais la chose devient possible lorsqu'on diminue l'incidence au-dessous de $35^\circ\ 11'\ 24''$. Il y a alors plusieurs points où la compensation s'opère, parce que l'action de l'axe plan, quand il est perpendiculaire au plan d'incidence, est alors plus énergique qu'il n'est nécessaire pour compenser l'axe normal ; et ainsi elle peut être diminuée en tournant la lame dans un sens ou dans un autre, pour opérer la parfaite compensation.

Tous les phénomènes que le mica présente étant l'effet combiné des actions de ses deux axes, peuvent être imités en composant artificiellement des systèmes de forces analogues, tirées de différens corps; par exemple, en superposant une lame de chaux sulfatée avec une lame de mica qui ne possède que l'axe normal, ou avec une lame de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, et assez mince pour que l'effet des forces secondaires y soit insensible. Un tel système est même plus général que celui du mica, parce qu'on y peut varier à volonté la nature et l'intensité relative des forces que l'on combine. Mais il ne faut chercher à les comparer avec le mica que pour la marche des phénomènes, et non pour leur mesure absolue, puisque les forces que l'on y combine agissent successivement sur les molécules lumineuses; au lieu que, dans le mica, les deux forces agissent simultanément. J'ai publié des expériences de ce genre dans le Bulletin de la Société philomatique, pour octobre 1815; mais je les avais lues, en 1813, à la Société d'Arcueil.

CHAPITRE X.

Phenomènes de polarisation qui s'observent dans les corps imparfaitement cristallisés.

Jusqu'ici nous n'avons étudié que des substances dont la cristallisation était régulière, et de même nature dans toute leur épaisseur. Cette uniformité était en effet nécessaire pour que nous pussions découvrir et fixer les lois suivant lesquelles la polarisation s'opère progressivement; mais maintenant que nous les connaissons, il devient très-utile de les appliquer aux corps imparfaitement cristallisés, afin de découvrir, par les phénomènes qu'ils produisent, comment le mode d'arrangement des molécules matérielles et leur régularité plus ou moins parfaite peuvent influer sur la nature et sur l'énergie de la polarisation que leur masse totale imprime aux rayons lumineux.

Les premières recherches que nous ayons sur cet objet sont celles que Malus a faites sur les substances organiques animales et végétales, et qu'il a publiées dans le Bulletin de la Société philomatique. En exposant, sous des incidences diverses, des lames minces de ces substances à un rayon polarisé, et analysant la lumière transmise au moyen d'un prisme rhomboïdal, il trouva que toutes indiquaient des axes, qui enlevaient à la polarisation primitive une partie du rayon. C'est en effet ce que l'on peut vérifier sur des lames minces de corne, d'ivoire sur les parties transparentes des plumes, sur les cheveux, et en général sur tout ce qui est transparent et régulièrement organisé. Mais, soit à cause du peu de densité de ces substances, soit que le mode d'apposition, déterminé par les forces organiques, soit moins serré et moins régulier que dans les minéraux, on n'aperçoit presque jamais d'indices d'axes sans observer en même temps les phénomènes de coloration propres à la polarisation mobile, ce qui doit en effet arriver d'après la manière progressive dont elle s'opère dans tous les corps.

Il faut donc, pour compléter les résultats de Malus, y joindre cette particularité dont il n'a rien dit, quoiqu'il l'ait aperçue sans doute, d'autant plus qu'à cette époque, M. Arago lui avait communiqué son observation ; et l'on doit encore y ajouter que l'existence des axes ne peut pas toujours être aperçue sous l'incidence perpendiculaire, mais seulement en inclinant les lames sur le rayon polarisé. Il paraît que, dans la construction des substances organiques, chaque système de molécules matérielles, qui forme un tout à part, agit aussi à part sur les rayons lumineux, en vertu de son arrangement propre. Car, en observant ainsi des lames minces de gélatine provenant de lames minces d'ivoire, dont M. Darcet avait enlevé les parties minérales par l'acide hydro-chlorique, j'y ai reconnu des zones colorées, parallèles et régulières, correspondantes à des directions symétriques de particules, qui subsistaient encore dans une intégrité parfaite après que le phosphate de chaux et les autres sels, qui formaient aussi divers systèmes intercalés parmi elles, en eussent été enlevés.

En considérant ainsi les corps imparfaitement cristallisés comme composés de plusieurs systèmes réguliers, interposés les uns parmi les autres, on peut, d'après les lois de la polarisation que nous avons établies, rendre clairement et facilement raison de tous leurs effets. Concevez, par exemple, deux systèmes pareils qui, exerçant des forces de même nature et d'intensités égales, aient leurs axes croisés à angles droits ; leurs actions se compenseront mutuellement dans chaque élément matériel formé de leur assemblage, et il en résultera un corps neutre, c'est-à-dire qui ne produira aucune déviation dans les axes des rayons lumineux. Il en sera de même si, au lieu de deux systèmes pareils, vous en concevez un nombre quelconque se neutralisant deux à deux. Enfin, pour que le corps soit neutre, il n'est pas même nécessaire que la compensation soit rigoureuse ; il suffit que l'excès définitif, dans quelque sens qu'il se trouve, soit moindre que l'action d'une seule lame correspondante à l'épaisseur e', à laquelle les phénomènes de la polarisation commencent à être sensibles selon la table de Newton ; et cela sert à concevoir l'état neutre des substances,

telles que les liquides, dont les molécules peuvent être censées réparties uniformément dans toutes sortes de directions. Les phénomènes de polarisation que nous avons observés dans quelques-uns de ces corps ne sont point en opposition avec cette idée, car ils étaient produits par des forces individuellement propres aux particules matérielles, indépendamment des positions où elles peuvent être placées, au lieu que les phénomènes qui maintenant nous occupent dépendent de l'état d'agrégation.

De même que nous venons de former des états neutres par le croisement de systèmes dont les forces sont de même nature, on pourrait en former avec des systèmes de nature opposée, dont les axes seraient dirigés parallèlement. Concevez maintenant qu'un corps constitué de l'une ou de l'autre de ces manières, ou à la fois de toutes deux, soit contraint par une cause quelconque de changer son mode d'agrégation, et que ce changement fasse naître une inégalité sensible entre l'énergie des actions des systèmes qui le composent. Aussitôt ce corps produira les phénomènes de la polarisation mobile, et donnera des faisceaux colorés, si vous le faites traverser par un rayon polarisé fixement. Si le changement opéré dans son état d'agrégation est uniforme et constant dans toute son étendue, ce corps produira aussi partout des effets pareils; et en quelque point que le rayon le traverse, on n'apercevra, entre les teintes, que les seules différences déterminées par les variations de l'épaisseur. Mais si certaines parties sont plus modifiées que d'autres, ou le sont diversement, les couleurs varieront aussi à épaisseur égale, et cette variation pourra même s'étendre au sens et à la nature attractive ou répulsive de la polarisation. On observe des phénomènes tout-à-fait pareils dans le verre et les autres corps fondus que l'on fait refroidir rapidement. Ces phénomènes, d'abord découverts par M. Seebeck, ont été ensuite développés et analysés par M. Brewster.

Pour les produire, il faut faire rougir des plaques de verre, et les refroidir brusquement, soit dans l'air libre, soit en les posant, par la tranche, sur une masse de métal froid. Ensuite on se procure un large faisceau de lumière polarisée, en faisant

réfléchir convenablement sur une grande glace noircie la lumière des nuées, ou celle d'une lampe à courant d'air entourée d'un globe de verre dépoli. On reçoit le faisceau polarisé sur une seconde glace noire, disposée de manière à n'en réfléchir aucune partie; précisément comme dans les expériences que nous avons faites sur les anneaux colorés, qui s'observent dans les plaques de spath d'Islande perpendiculaires à l'axe. Ici de même, si l'on interpose entre les deux réflexions une lame cristallisée quelconque, ou en général un corps capable de produire la polarisation mobile, la réflexion redevient possible sur la seconde glace, et l'on y revoit, soit une seule teinte uniforme, si l'action de la plaque interposée est constante dans toute son étendue, soit plusieurs teintes différentes, si la force de polarisation est différente en diverses parties de la plaque, supposée partout d'une égale épaisseur. Or, en opérant ainsi avec des plaques de verre à faces parallèles, préparées comme nous venons de le dire, on observe sur la seconde glace des images colorées, dont les teintes, différentes aux différens endroits de chaque plaque, affectent presque toujours des dispositions régulières, déterminées, et dépendantes de la forme de la plaque, ainsi que du mode de refroidissement plus ou moins brusque qu'on lui a fait subir. Une plaque carrée produit à ses quatre angles comme quatre yeux de paon séparés par une grande croix noire, fig. 47; une plaque rectangulaire donne aussi quatre yeux semblables, à ses quatre coins, fig. 48; mais elle offre, en outre, des bandes colorées chacune d'une teinte uniforme, qui s'étendent sur toute sa longueur parallèlement à ses plus grands côtés. Si la plaque est ronde, on y voit des anneaux circulaires concentriques à ses bords, et séparés en quatre quadrans par une grande croix noire, comme ceux que nous avons découverts dans les plaques de spath d'Islande taillées perpendiculairement à l'axe; mais pourtant avec cette différence, que, dans le spath, les anneaux se déplaçaient en même temps que l'œil, et offraient toujours les mêmes apparences, quel que fût le point de la plaque où s'opérait le trajet des rayons lumineux; au lieu que, dans les plaques de verre circulaires, le point de la plaque où chaque anneau se montre

est fixe, et reste le même dans toutes les positions de l'œil, ce qui indique que l'état de la plaque n'est point uniforme comme l'était notre cristal. Enfin, ce qui est bien digne de remarque, les images produites par chaque plaque changent quand elle est taillée diversement; car, si l'on enlève, par exemple, un des coins d'une plaque carrée telle que AB, fig. 47, on voit d'abord toute la figure se déformer, et des anneaux très-minces s'allonger le long de la courbure qui limite la partie enlevée, comme le représente la fig. 49. Si vous faites la même opération aux quatre angles, et que vous arrondissiez le contour de la plaque en l'usant sur un grès par ses bords, elle reprodnit plus ou moins régulièrement la figure 50, qui est propre à une plaque ronde; et si, de nouveau, en la taillant, vous lui rendez sa forme rectangulaire, elle reprend les apparences qu'une plaque rectangulaire produit.

Tels sont les principaux phénomènes découverts par M. Seebeck. En les étudiant depuis, M. Brewster a reconnu que les teintes étaient celles des anneaux de Newton, et que, si l'on fait tourner les plaques de l'angle i dans leur propre plan, à partir de la position où le rayon transmis conserve sa polarisation primitive, le sens de la polarisation nouvelle est dans l'azimut $2i$, comme dans les plaques minces cristallisées; résultats en effet nécessaires, puisqu'ils sont communs à tous les systèmes qui produisent la polarisation mobile, et que leur liaison dérive de ses lois. M. Brewster a également constaté que, si l'on superpose plusieurs plaques semblables dont les teintes soient E, E′, en les tournant de manière que leurs côtés analogues soient parallèles, la teinte E″ polarisée par le système est exprimée par la somme des nombres qui représentent E, E′ dans la table de Newton; et au contraire, si on croise de pareilles plaques de manière que leurs côtés analogues soient rectangulaires, la teinte E″ est égale à leur différence. Ces phénomènes sont encore des conséquences nécessaires des lois générales que j'ai découvertes pour les lames croisées dont les actions sont de même nature. Mais les apparences qui en résultent, dans le cas actuel, méritent d'être remarquées par la fidélité avec laquelle elles se conforment à la théorie, comme on le verra

plus bas. Pour faire l'expérience avec exactitude, il est bon de prendre des plaques exactement de même contour; alors, si elles sont carrées, vous voyez, en les superposant, se multiplier sur leur surface les lignes colorées, correspondantes aux divers ordres d'anneaux, la croix noire restant toujours au milieu, avec la seule différence que ses bras deviennent plus minces. Dans ce cas, quel que soit le nombre des plaques superposées, et le sens des côtés que l'on superpose, les anneaux se multiplient toujours, et les teintes extrêmes descendent dans la table de Newton: il en est de même lorsque des plaques rectangulaires égales ont leurs côtés analogues superposés; mais lorsqu'elles sont croisées à angles droits, l'opposition de leurs actions produit la fig. 51, où les lignes d'égales teintes sont des hyperboles.

Tous ces phénomènes se comprendront aisément, si l'on considère que le verre est une substance très-élastique, susceptible de se tremper, comme l'acier, par un refroidissement rapide, ainsique les larmes bataviques nous en offrent l'exemple, et qui, dans ce cas, offre tous les symptômes d'un état d'agrégation forcé, où toutes les positions des molécules sont dépendantes les unes des autres, tellement qu'en dérangeant quelquefois une seule d'entre elles, toutes les autres se désunissent aussitôt avec explosion. Ce phénomène, si connu dans les larmes bataviques, est encore très-sensible dans les plaques de verre qui, après avoir été chauffées jusqu'au rouge, ont été posées par la tranche sur une masse métallique froide; car elles se trempent tellement par cette opération, qu'elles en deviennent dures, cassantes, et qu'on ne peut presque plus parvenir à les travailler sans qu'elles se brisent avec explosion. Si donc, dans l'état ordinaire d'agrégation qu'un refroidissement lent peut produire, les actions polarisantes successives de toutes les particules du verre se compensent sur un rayon qui traverse leur système, elles pourront ne plus se compenser quand on y substituera l'état forcé dont nous venons de parler; et alors il devra en résulter tous les phénomènes de la polarisation mobile, avec une intensité plus ou moins vive, selon la régularité plus ou moins parfaite de l'agrégation.

Aussi observe-t-on ces phénomènes dans les larmes bataviques, lorsqu'on peut réussir à polir leur panse sans les rompre, de même qu'on les voit aussi dans les autres plaques de verre refroidies rapidement. Au contraire, on les fait complètement disparaître, même dans les masses qui les produisaient le plus fortement, en les chauffant de nouveau jusqu'au rouge, puis les faisant refroidir, avec une extrême lenteur, et avec toutes les précautions nécessaires pour que la déperdition de la chaleur soit aussi uniforme qu'il se peut dans toutes leurs parties. C'est ce qu'a trouvé M. Seebeck, et ce que j'ai vérifié après lui.

En général, on conçoit que toute cause qui déterminera un état forcé des particules sera également propre à donner ces phénomènes. Aussi M. Seebeck les a-t-il obtenus avec des plaques de borax fondu et refroidi rapidement, avec des plaques de muriate de soude rapidement desséchées, avec des plaques de gomme arabique obtenues par une prompte évaporation. C'est, je crois, à cela qu'il faut attribuer les indices de polarisation observées accidentellement par M. Brewster dans certains échantillons de cristaux qui, par leur nature, ne possèdent point la double réfraction. Enfin, ce qui achève de confirmer cette manière de voir, M. Brewster a encore imprimé les mêmes propriétés à des plaques de gelée animale, en exerçant sur elles extérieurement une pression passagère; de sorte que les couleurs paraissent tant que la pression dure, varient avec elle, et s'évanouissent quand elle cesse. Des variations rapides et inégales de températures ont une influence pareille sur les plaques de verre. Ces plaques, présentées au rayon polarisé lorsqu'elles sont encore complètement et uniformément rouges, n'agissent point sur lui; mais on voit les couleurs paraître à mesure qu'elles commencent à se refroidir, comme M. Seebeck l'a observé le premier; et elles naissent d'abord dans les endroits qui sont les premiers refroidis. L'introduction de la chaleur agit de même. On le reconnaît en plaçant une plaque métallique très-chaude parallèlement au rayon lumineux polarisé, et posant sur cette plaque, par la tranche, une plaque de verre bien recuit. Car cette plaque, qui froide ne produisait aucune couleur sur le verre

noir, en fera voir aussitôt que la chaleur du métal commencera à s'y propager sensiblement. Cette curieuse expérience est due à M. Brewster.

Ce même physicien a eu l'idée ingénieuse d'examiner comparativement la nature de la polarisation produite à travers les diverses parties des plaques de verre refroidies rapidement, et il a cru pouvoir en conclure qu'elle était variable dans les mêmes plaques, certaines zones agissant comme les cristaux attractifs, et les autres comme les cristaux répulsifs. M. Brewster tire cette conséquence de l'effet inverse que ces diverses parties produisent sur les teintes d'une même lame de chaux sulfatée fixe; les unes faisaient monter cette teinte, et les autres la faisaient descendre dans l'ordre des anneaux. Mais je ferai observer que cette épreuve est insuffisante, car un même cristal peut produire des inversions pareilles par le seul changement de position de son axe, selon qu'il est parallèle ou perpendiculaire à celui de la lame de chaux sulfatée; et c'est pourquoi, lorsqu'on veut déterminer si un cristal est attractif ou répulsif, d'après l'influence qu'il exerce sur les teintes de la chaux sulfatée, il faut, comme je l'ai dit plus haut, page 420, reconnaître d'abord la direction de son axe, pour savoir comment on le place dans chaque observation. Or, M. Brewster a négligé cette détermination dans ses expériences, de sorte qu'on ne peut pas plutôt en conclure l'opposition des actions que le croisement des axes, dans les parties qu'il a comparées.

Je vais appuyer ceci de quelques exemples qui montreront ce que l'on peut présumer à cet égard de plus vraisemblable. Pour commencer par le plus simple, supposons qu'entre les deux glaces de notre appareil, et perpendiculairement au rayon polarisé, réfléchi de l'une à l'autre, on place une plaque carrée d'environ quatre centimètres de largeur et un d'épaisseur; en observant l'image réfléchie sur la seconde glace, on reconnaîtra aisément qu'elle est très-peu colorée, lorsque les diagonales de la plaque sont dirigées parallèlement au plan de polarisation primitive, et qu'elle est au contraire à son maximum d'intensité quand ces diagonales font un angle de 45° avec ce plan, ce qui rend les côtés de la plaque parallèles

et perpendiculaires à sa direction, comme le représente la fig. 52. Alors l'image de la plaque offre quatre secteurs lumineux égaux, partagés par une croix noire, dont les branches sont parallèles à ses côtés ; et de là, jusque vers les yeux qui se trouvent dans chaque angle, les couleurs vont en descendant selon l'ordre des anneaux, de manière à présenter d'abord le blanc du premier ordre, puis le jaune, l'orangé, le rouge, etc. Cette dégradation est parfaitement symétrique dans les quatre quadrans, si la plaque est exactement carrée, et si elle a été chauffée partout bien également avant d'être refroidie.

Il résulte de là d'abord, que, dans les points où s'étendent les branches de la croix noire, les résultantes des forces sont parallèles ou perpendiculaires aux côtés de la plaque, puisque, dans la position présente, ces deux directions sont les seules qui puissent rendre nul l'effet des forces sur les rayons transmis. Secondement, la disposition pareille des couleurs, dans les quatre quadrans que les branches de la croix séparent, nous indique que les résultantes des forces y sont dirigées symétriquement par rapport à ces quatre branches. C'est ce que l'on peut confirmer encore en tournant peu à peu la plaque sur son plan ; car alors les branches de la croix noire, qui indiquent toujours les résultantes parallèles ou perpendiculaires à la polarisation primitive, se courbent graduellement, comme le représente la fig. 53. Et dans quelque sens que l'on tourne, leurs sinuosités sont toujours symétriques par rapport aux quatre lignes menées du centre de la plaque, parallèlement à ses côtés. Il suit de là que les directions des forces polarisantes doivent être rectangulaires entre elles sur les diagonales des quatre quadrans, à égales distances du centre, soit que ces forces puissent ou non se réduire à une seule résultante pour chaque série de molécules matérielles qui agissent sur un même rayon. Cela posé, revenons à la fig. 52, où les diagonales AA, BB, étaient tournées dans l'azimut de 45°. Si nous plaçons derrière la plaque une lame mince de chaux sulfatée, dont l'axe soit tourné parallèlement à une des diagonales, il est clair que les teintes de cette lame seront modifiées, et le seront diversement dans

ses diverses parties ; de sorte, par exemple, que, dans le sens d'une des diagonales, elles s'ajouteront à celles de la plaque, et dans l'autre s'en retrancheront. Mais il y a au moins autant de raison pour attribuer ce phénomene à une opposition dans la direction des axes de ces diagonales que dans la nature de leur action.

Prenons maintenant une plaque rectangulaire ABCD, fig. 48; alors les bandes colorées, parallèles aux longs côtés de la plaque, s'évanouissent, quand ces côtés deviennent parallèles ou perpendiculaires à la polarisation primitive, et elles atteignent leur maximum d'intensité dans l'azimut de 45°. Cela indique que les résultantes des forces y sont parallèles ou perpendiculaires aux côtés de la plaque. Or, ces bandes peuvent se diviser en deux systèmes, séparés entre eux par une ligne noire N N, également parallèle aux côtés de la plaque, et à partir de laquelle les teintes vont en baissant dans l'ordre des anneaux, soit qu'on aille de là vers le milieu de la plaque ou vers son bord. Mais, dans cette dernière direction, les bandes sont fort serrées, et la variation de leurs teintes fort rapide ; au lieu qu'elles sont plus larges, plus étalées en allant vers le milieu de la plaque. Aussi, de ce côté, elles offrent des alternatives de couleurs beaucoup moins nombreuses. Maintenant les côtés de la plaque étant tournés dans l'azimut de 45°, si l'on place derrière elle une lame mince de chaux sulfatée, dont l'axe soit aussi tourné sur cette direction, on trouvera les teintes de cette lame différemment modifiées de part et d'autre de la ligne noire. En dedans, elles s'ajouteront aux teintes de la plaque ; en dehors, elles s'en retrancheront. M. Brewster a remarqué cette différence, et il en a conclu que la plaque prenait, depuis son milieu jusqu'à la bande noire, l'état attractif ; depuis la bande noire jusqu'au bord, l'état répulsif ; mais cela peut aussi bien résulter d'une direction rectangulaire d'axes que d'une nature opposée d'action.

Pour lever cette incertitude, j'ai cherché à déterminer, dans chaque partie, la direction des axes, d'après les variations que les teintes éprouvent sous des incidences diverses. J'y ai réussi pour les bandes intérieures. La teinte centrale, par exemple,

a monté dans l'ordre des anneaux, quand j'ai incliné la plaque sur le rayon incident dans le sens de sa longueur; et au contraire, elle a baissé quand j'ai incliné la plaque dans le sens de sa largeur; ce qui prouve que la résultante des forces qui la produisent a son axe parallèle aux longs côtés de la plaque : mais pour les bandes extérieures, je n'ai pas pu obtenir de résultats certains, soit parce qu'elles étaient trop serrées, soit parce qu'en les inclinant dans le sens de la largeur de la plaque, le rayon passe dans des parties dont l'action est différente, ce qui modifie nécessairement les effets.

Néanmoins, ce qui m'a paru le plus favoriser l'idée d'une opposition dans la nature des forces, c'est une loi que j'ai remarquée dans la dégradation des teintes, depuis les bandes centrales jusqu'au bord. Soit A la teinte de la bande centrale, exprimée en parties de la table de Newton, et nommons E celle d'une autre bande quelconque CD, fig. 48, dont la distance A P, au milieu de la plaque, soit exprimée par x, on a dans toute la largeur de la plaque

$$E = A - \frac{A x^2}{X^2}.$$

X est la distance de la bande noire NN au milieu de la plaque. Cette expression est positive depuis $x = 0$ jusqu'à $x = X$, c'est-à-dire depuis le milieu de la plaque jusqu'à la bande noire; et elle devient négative au-delà de cette limite, c'est-à-dire depuis la bande noire jusqu'au bord de la plaque. Cette opposition de signe semble assez concordante avec une opposition d'action.

Considérons maintenant deux plaques de cette forme dans l'une desquelles les distances à la ligne du milieu soient exprimées par x, et dans l'autre par y. En nommant E, E′, les teintes qui répondent à ces abscisses dans chacune d'elles, on aura

$$E = A - \frac{A\, x^2}{X^2}\,; \qquad E' = A' - \frac{A' y^2}{X'^2}.$$

Posons ces deux plaques l'une sur l'autre, en dirigeant leurs côtés homologues à angles droits; alors nous aurons partout

la différence des teintes. Or, si l'on considère un point quelconque du système tel que M, fig. 51, ce point, rapporté au croisement des lignes centrales comme origine, aura pour coordonnées x et y; de sorte que la teinte E″ qui s'y formera sera la différence des teintes E E′ que nous venons de considérer : on aura donc

$$E'' = A' - A - \frac{A' y^2}{X'^2} + \frac{A x^2}{X^2}.$$

Les coefficiens de x^2 et de y^2 sont nécessairement de signe contraire dans cette formule, puisque les deux plaques exerçant des actions de même nature A et A′, y sont tous deux positifs. Conséquemment, si l'on demande la configuration des courbes d'égale teinte données par le système, ce qui suppose E″ constante, on voit que ces courbes seront des hyperboles du second degré, lesquelles deviendront équilatères quand les actions individuelles des deux plaques seront égales; car on aura alors $A = A'$ et $X = X'$. Cette conséquence est exactement confirmée par l'observation, et les valeurs des paramètres de ces hyperboles, changeant avec E″, varient en effet du centre aux bords, comme notre formule l'indique.

Il serait utile de faire des épreuves pareilles sur les diverses substances qui, par un procédé quelconque, acquièrent une disposition systématique dans l'ensemble de leurs particules. Par-là on arriverait peut-être à découvrir si les diverses parties qui composent ces corps se séparent, dans ces opérations, en systèmes opposés par la nature de l'action, ou seulement par la direction des axes. Il n'est pas douteux que de semblables recherches doivent nous donner quelques indications sur la manière dont les molécules des corps s'arrangent pour produire tel ou tel sens, telle ou telle nature de polarisation; sous ce rapport, la découverte de M. Seebeck, ainsi que les travaux de M. Brewster, sont très-dignes d'attirer l'attention des physiciens, et peut-être m'est-il permis de remarquer que leurs découvertes, quoique postérieures à celle de la polarisation mobile, et absolument étrangères aux principes qui lu servent de base, se sont pourtant accordées avec elle, dans tous leurs détails, avec la plus parfaite fidélité.

CHAPITRE XI.

Détermination des lois suivant lesquelles la Lumière se polarise à la surface des métaux.

Lorsque Malus eut découvert la polarisation que la lumière éprouve, en se réfléchissant à la surface des corps diaphanes, il reconnut aussi que ce phénomène ne se produisait pas, au moins de la même manière, à la surface des métaux. Depuis cette époque, mémorable pour les sciences, il revint deux fois sur cette exception singulière; mais sans doute, si le temps ne lui eût pas manqué, il eût senti le besoin de modifier les premières idées qu'il avait émises, et les véritables lois de la polarisation métallique ne lui auraient pas échappé.

Avant de chercher à les découvrir, rappelons-nous qu'il s'opère en général deux sortes de réflexions à la surface des corps : l'une, qui paraît avoir lieu hors de leur substance, agit indistinctement sur toutes les molécules lumineuses, et produit un rayon blanc, si la lumière incidente est blanche; l'autre, plus intérieure, agit seulement sur les molécules lumineuses qui composent la teinte propre du corps. La première, sous une certaine incidence, polarise toujours en grande partie la lumière dans le sens du plan de réflexion, à la manière des corps diaphanes; la seconde, au contraire, ne produit point cet effet, ou au moins ne le produit qu'avec une intensité beaucoup moindre. D'où il est facile de conclure que, si l'on dispose une glace de manière qu'elle transmette ou qu'elle absorbe la première espèce de lumière, elle réfléchira l'autre, et l'on pourra voir le corps avec sa couleur propre, sans aucun mélange de blancheur étrangère. Ce procédé, que j'ai appliqué, page 338, à l'observation des teintes réfléchies par les lames de chaux sulfatée, m'avait servi également pour mettre à nu les couleurs propres de l'or, du fer et du cuivre; mais je croyais

alors que la portion de lumière dont ces couleurs se composent sortait des corps avec une polarisation tout-à-fait confuse; au lieu que M. Arago a remarqué qu'une portion fort considérable sortait de tous côtés polarisée parallèlement à la surface des corps, et perpendiculairement au plan d'émergence, ce que j'ai eu, en effet, depuis, l'occasion de vérifier. Nous ne connaissions rien de plus sur le mode de polarisation que les métaux exercent, lorsque M. Brewster m'écrivit qu'en faisant réfléchir plusieurs fois sur des lames d'argent ou d'or un trait de lumière primitivement polarisé, cette lumière se modifiait de manière qu'en l'analysant avec un prisme de spath d'Islande, elle se divisait en deux faisceaux colorés différemment. Je m'empressai de vérifier cette observation remarquable, à l'aide de mon appareil général, fig. 2, en introduisant de pareilles lames dans le trajet du rayon polarisé; et, pour mieux distinguer la nature des teintes, je fis tomber, sur la première glace, la lumière blanche des nuées. Alors, en variant les incidences des rayons sur les lames, il me fut facile de reconnaître que les teintes dans lesquelles le faisceau réfléchi se divisait étaient précisément celles des anneaux colorés réfléchis et transmis; et que, sous ce rapport, autant que par le sens de la polarisation, ces phénomènes suivaient absolument les lois de la polarisation mobile, qui s'observent dans les lames minces cristallisées. Je communiquai cette analogie à la première Classe de l'Institut le 27 mars 1815, en lui rendant compte de la nouvelle découverte de M. Brewster; et je m'empressai d'en faire part aussi à cet habile physicien. Mais à cette époque, les communications avec l'Angleterre ayant été interrompues, je suivis, de mon côté, ce travail, et le 15 mai je lus à l'Institut les recherches suivantes, desquelles il résulte que l'argent, ainsi que les autres métaux, modifient la lumière qu'ils réfléchissent, exactement comme les cristaux doués de la double réfraction modifient celles qu'ils réfractent, le nombre des réflexions successives répondant à des épaisseurs plus ou moins grandes du cristal.

Mais, par un hasard qui ne doit pas surprendre dans un

champ de recherches aussi nouveau, il s'est trouvé que j'avais observé d'abord des phénomènes différens, au moins en apparence, de ceux que M. Brewster avait vus. En effet, dans la lettre qu'il m'avait écrite, il décrivait les teintes des images réfléchies comme se succédant par de simples alternatives de la plus grande à la moindre réfrangibilité; au lieu que j'y reconnaissais évidemment toute la série des anneaux réfléchis et transmis. Il indiquait ces teintes comme polarisées, l'une dans le plan de réflexion, l'autre dans le sens perpendiculaire; au lieu que je les trouvais polarisées à distances égales de ce plan, l'une dans le sens de la polarisation primitive, et l'autre du côté opposé, conformément à la théorie des oscillations; d'où il s'ensuivait aussi qu'une seule réflexion sur l'argent ne devait imprimer à la lumière naturelle aucune polarisation déterminée. Ayant parlé à M. Arago de cette contradiction apparente, il m'assura avoir observé que la lumière naturelle réfléchie par l'argent, comme par les autres corps métalliques, éprouve toujours une polarisation partielle fort sensible, suivant le plan d'incidence, et il me confia une pièce d'argent poli sur laquelle je pus en effet constater cette propriété. Cela semblait conforme aux indications de M. Brewster et contraire aux miennes. Mais comme des faits ne peuvent jamais être réellement contraires à des faits, je cherchai ce qu'il pouvait y avoir de différent dans les élémens des deux observations, et j'en vins ainsi à penser que la nature différente du poli pouvait avoir de l'influence sur le mode de polarisation exercée par les lames métalliques; c'est en effet ce que l'expérience a parfaitement confirmé.

On peut donner le poli à un métal de deux manières, par le marteau et par l'usure. Le premier mode consiste à battre la lame métallique sur une enclume polie, avec un marteau poli; après quoi on achève de donner du brillant à la surface en la frottant avec une peau de gant, imprégnée d'un rouge à polir très-fin. Ce procédé, appliqué à l'argent, lui donne une très-grande blancheur; mais les images réfléchies sont toujours un peu onduleuses et comme émoussées sur leurs bords.

Dans la réflexion abondante de lumière qui s'opère, on ne reconnaît pas le poli vif et brillant des miroirs.

Le poli par le frottement est celui que l'on donne aux miroirs de télescope. On les use d'abord sur une pierre bleue d'un grain très-doux, et on achève de donner le brillant à leur surface, en les frottant sur de la poix enduite de potée d'étain; alors, si le travail a été bien suivi, les images sont nettes, vives, et la réflexion a toute l'apparence spéculaire.

Or, par une propriété bien remarquable, ces deux natures de poli n'agissent pas de la même manière sur la lumière incidente. Je ne parle pas de la quantité plus ou moins considérable que les surfaces en réfléchissent, mais du mode même par lequel elles agissent sur les molécules lumineuses, et du sens suivant lequel elles les polarisent. Quand la surface de l'argent, ou de tout autre métal, a reçu le poli spéculaire, elle produit par la reflexion régulière deux effets distincts. Elle imprime d'abord à une partie de la lumière incidente la polarisation mobile autour du plan d'incidence, c'est-à-dire qu'elle fait osciller les particules de part et d'autre de ce plan, de même qu'une lame cristallisée peu épaisse, ou dont la force polarisante est faible, les fait osciller de part et d'autre de la section principale; et, dans un cas comme dans l'autre, les teintes passent par toute la série des anneaux réfléchis et transmis de Newton. Mais en outre la surface métallique imprime à une portion blanche de la lumière incidente la polarisation fixe, dans le plan d'incidence; de même qu'une lame cristallisée épaisse, ou dont la force polarisante est énergique, donne à la lumière qui la traverse, la polarisation fixe dans deux sens rectangulaires; et, de même que, dans tous les corps cristallisés, j'ai fait voir que les molécules lumineuses passent progressivement de la polarisation mobile à la polarisation fixe, lorsqu'elles ont pénétré à une certaine profondeur; de même, dans chaque réflexion entre des lames métalliques, on observe qu'une partie de la lumière qui avait subi la polarisation mobile dans les réflexions précédentes, prend la polarisation fixe qu'elle ne peut plus ensuite jamais quitter, si les

réflexions suivantes continuent à se faire dans le même plan; de sorte que dans ce cas, après un nombre de réflexions plus ou moins considérable, selon la nature du métal et celle du poli qu'on lui a donné, on doit trouver, et on trouve en effet presque toute la lumière polarisée fixement suivant le plan de réflexion. Dans la réflexion sur l'acier, et probablement sur les autres métaux qui prennent un poli spéculaire très-vif, la portion de lumière blanche qui est ainsi enlevée à la polarisation mobile est incomparablement la plus forte; de sorte que le phénomène des couleurs, que la polarisation mobile peut seule produire, devient insensible ou ne peut être aperçu que dans certaines positions particulières, que la théorie seule peut indiquer. Aussi M. Brewster m'avait-il d'abord annoncé que ce phénomène n'avait pas lieu sur l'acier, ni sur l'alliage qui sert à faire des miroirs; mais, en me guidant sur les indications de la théorie, je suis parvenu à l'observer d'une manière non douteuse, même sur l'acier le mieux poli; et M. Brewster m'a écrit depuis qu'il y était parvenu également; comme aussi, à reconnaître la polarisation dans l'azimut double. Lorsqu'on emploie des lames d'argent qui ont reçu le poli spéculaire, la portion de lumière qui prend la polarisation fixe, à chaque réflexion, est encore fort considérable; mais elle est cependant beaucoup moindre que sur les deux métaux que je viens de citer. Par une compensation nécessaire, la portion qui prend la polarisation mobile est plus grande, et le phénomène des teintes y devient fort beau et facile à observer. Mais le sens de polarisation du faisceau blanc étant précisément intermédiaire entre ceux des faisceaux colorés, il en résulte qu'il se mêle encore avec eux dans la réfraction opérée par le rhomboïde, et ce n'est qu'en les réfractant dans des directions particulières, que la théorie indique, que l'on peut mettre la loi de leurs teintes dans une entière évidence. Enfin cette difficulté disparaît presque entièrement dans les lames d'argent polies au marteau; alors la portion de lumière qui prend la polarisation fixe à chaque réflexion devient extrêmement faible, comparativement à celle qui conserve la polari-

sation mobile, du moins lorsqu'on ne présente pas les lames aux rayons incidens sous une extrême obliquité; car on sait que, dans ce cas, toutes les surfaces planes, même celles que l'on a dépolies à dessein, prennent le poli spéculaire. Aussi, en évitant les dernières inclinaisons, et en se bornant à des réflexions peu nombreuses, les lois de la polarisation mobile se laissent seules apercevoir; et les teintes des faisceaux, que rien n'altère, se développent avec la plus grande régularité en suivant la série des anneaux. Ce cas est heureusement celui qui s'est offert d'abord à mes observations; et il m'a servi de guide pour passer au cas plus composé, où la polarisation mobile devient moins sensible, et la polarisation fixe plus considérable. Or, puisque la seule différence d'un poli plus ou moins lisse détermine plus abondamment le passage de la lumière réfléchie, d'un de ces états à l'autre, ne doit-on pas en conclure qu'ici, comme dans les cristaux doués de la double réfraction, la polarisation mobile est encore la première qui s'exerce lorsque les molécules lumineuses sont assez éloignées de la surface réfléchissante pour que les aspérités de celle-ci soient insensibles, à la distance où elles se trouvent? Mais la distance diminuant toujours, et l'effet des inégalités de la surface devenant plus sensible, il arrive, si elles sont fort petites, que la force réfléchissante devient assez énergique pour faire prendre à une grande partie des molécules lumineuses la polarisation fixe; au lieu que, si ces aspérités sont plus fortes, et par conséquent la force réfléchissante plus faible, un plus grand nombre de ces particules continue ses oscillations, sans se fixer. On a donc ici, dans l'action des corps sur la lumière, l'exemple d'un effet analogue à ceux de la capillarité. Car si, comme l'a montré M. Laplace, ces derniers sont produits par l'attraction plus ou moins forte qu'un corps exerce à sa surface, selon qu'elle est plane, ou concave, ou convexe, de même dans les nouveaux phénomènes que j'annonce, la configuration différente des surfaces réfléchissantes exerce sur les molécules lumineuses un mode de polarisation différent. Mais les phénomènes de la capillarité sont produits par des différences de courbures appré-

ciables à nos sens, et même à nos mesures; au lieu que, pour changer le mode d'action des corps sur la lumière, il faut produire des ondulations presque imperceptibles, telles que nous les donne l'inégale nature du poli : encore n'aurait-on probablement jamais pu obtenir des effets pareils dans les phénomènes ordinaires de la réfraction, parce qu'ils s'opèrent à des distances trop petites; au lieu qu'ils deviennent possibles dans les phénomènes de la polarisation, qui, dépendant des forces réfléchissantes, s'exercent à des distances beaucoup plus considérables, comme je l'ai prouvé dans plusieurs expériences précédemment rapportées. Je passe au détail des preuves de ces diverses assertions.

Pour commencer par le cas le plus simple, considérons d'abord deux lames d'argent poli au marteau, disposées parallèlement l'une à l'autre, et présentons-les à un rayon blanc polarisé, de manière qu'il se réfléchisse entre elles deux, quatre et six fois, ou en général un nombre pair de fois. Je dis que ce cas est le plus simple qu'on puisse prendre. Car d'abord, l'argent ayant une couleur parfaitement blanche, rien n'altérera la pureté des teintes qui se produiront; en second lieu, le nombre des réflexions étant pair et les lames parallèles, le rayon réfléchi sortira parallèle à sa direction primitive; et si les lames n'exerçaient aucune action polarisante sur les molécules qui le composent, il est évident qu'elles devraient toutes se retrouver dans leurs situations primitives relativement aux divers côtés de l'espace; c'est-à-dire que leurs axes de polarisation ne seraient nullement déviés, et redeviendraient tous parallèles à leur plan de la polarisation primitive. Si donc, après les réflexions, il arrive qu'un certain nombre de molécules lumineuses ont perdu leur polarisation primitive, on en devra conclure qu'elles ont été déviées par l'action propre des lames réfléchissantes, et le mode suivant lequel cette action s'exerce sera indiqué par le sens dans lequel la déviation a eu lieu.

Pour faire ces observations, il faut placer le système des deux lames sur un appareil qui permette de les présenter à un même rayon polarisé, suivant des plans d'incidence différens et

sous des incidences diverses. On a cet avantage avec celui que nous avons tant de fois employé, et qui est représenté fig. 2. Je suppose donc qu'on y ait placé les lames, d'abord sous une incidence fixe, et qu'on se borne à les faire tourner, sous cette incidence, tout autour du rayon incident polarisé par le verre noir. Pour analyser le rayon réfléchi, servons-nous d'un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale soit constamment parallèle au plan de la polarisation primitive; enfin, désignons par i les angles successifs que ce plan forme avec celui dans lequel la réflexion s'opère entre les lames métalliques, selon la position qu'on leur donne relativement aux côtés du rayon.

Supposons d'abord i nul. Alors, le plan de réflexion sur les lames coïncide avec le plan de la polarisation primitive; toutes les molécules du rayon incident conservent leur polarisation primitive, et le rhomboïde les réfracte toutes ensemble ordinairement; les effets sont absolument les mêmes que si le système des lames réfléchissantes n'avait pas été interposé.

L'incidence restant constante, on fait tourner tant soit peu le système des deux lames autour du rayon incident. Alors un certain nombre de particules lumineuses perdent leur polarisation primitive, car le rhomboïde commence à en réfracter quelques-unes extraordinairement. Celles qui éprouvent cet effet forment en général un faisceau coloré F_e, dont la teinte dépend de l'angle d'incidence sur les lames, et du nombre de réflexions qui s'opèrent entre elles. Mais quand ces deux élémens restent fixes, la teinte reste parallèlement invariable, quelque direction que l'on donne au système autour du rayon polarisé incident. L'intensité seule de F_e varie à mesure que l'on tourne le système; d'abord très-faible quand l'angle i est fort petit, elle augmente avec cet angle; et si les réflexions sont peu nombreuses, elle atteint son maximum quand $i = 45°$; après quoi, diminuant toujours, elle redevient nulle quand $i = 90°$. A mesure que les molécules qui la composent se détachent ainsi successivement du faisceau total, on voit le rayon ordinaire se colorer de plus en plus, jusqu'à ce que i devienne égal à $45°$. C'est alors que la séparation des teintes est la plus complete.

Au-delà de ce terme, les molécules de l'autre teinte reviennent de nouveau se ranger successivement dans le faisceau ordinaire F_0, dont elles affaiblissent la teinte propre par leur mélange, jusqu'à ce qu'enfin ce faisceau contenant de nouveau toute la lumière incidente, redevienne parfaitement blanc lorsque $i = 90°$.

Ces phénomènes sont exactement pareils à ceux que produirait la transmission du rayon incident à travers une lame mince de chaux sulfatée, dont l'axe de cristallisation serait dirigé dans le même azimut i que le plan de réflexion des lames. Les mêmes formules s'appliqueront donc à ces deux classes de faits. Soit E la teinte qui perd sa polarisation primitive, par la réflexion sur les lames, O celle qui la conserve, $F_0 F_e$ les intensités des faisceaux qui se réfractent ordinairement et extraordinairement dans le rhomboïde fixe, on aura généralement

$$F_0 = O + E \cos^2 2i$$
$$F_e = \quad E \sin^2 2i;$$

et si la section principale du rhomboïde, au lieu d'être parallèle au plan de la polarisation primitive, forme avec lui un angle α, on aura

$$F_0 = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2i - \alpha)$$
$$F_e = E \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2i - \alpha).$$

Ces formules suffiraient, si toute la lumière réfléchie entre les lames prenait la polarisation mobile ; mais j'ai annoncé qu'une certaine portion se polarise fixement dans le plan de réflexion. Quoique, pour l'argent poli au marteau, cette portion soit fort petite comparativement à la totalité de la lumière réfléchie, cependant, comme elle s'accumule à chaque réflexion elle finit par devenir sensible surtout quand on rend les rayons très-obliques sur les lames. Pour tenir compte de cette portion de lumière, il faut remarquer que le plan de réflexion, suivant lequel elle se fixe, est exactement intermédiaire entre les directions o et $2i$, que la polarisation mobile imprime aux teintes O, E ; donc, la quantité totale qui se fixe ainsi à chaque réflexion sera formée d'une même proportion de chacune de ces deux teintes ; c'est-à-dire qu'elle sera blanche. Nom-

mons-la B, et puisqu'elle est polarisée dans l'azimut i en l'ajoutant aux autres faisceaux décomposés par le rhomboïde, nous aurons

$$F_o = B\cos^2(i-\alpha) + O\cos^2\alpha + E\cos^2(2i-\alpha)$$
$$F_e = B\sin^2(i-\alpha) + O\sin^2\alpha + E\sin^2(2i-\alpha).$$

Ces formules, ainsi complétées, expriment les lois de la polarisation, non-seulement sur l'argent, mais sur tous les autres métaux de nature quelconque. Il suffit d'y substituer pour B, O, E, les valeurs propres à ces métaux, sous l'incidence où l'on opère.

Pour le moment, revenons à l'observation de nos lames d'argent poli au marteau, relativement auxquelles B est très-peu sensible, quand on se borne à un petit nombre de réflexions, et cherchons à découvrir la loi suivant laquelle les teintes O, E, varient sous diverses incidences. Mais puisqu'elles doivent toujours former ensemble le rayon incident O + E, que nous supposons ici d'une blancheur parfaite, il est clair qu'il suffira de déterminer une d'entre elles, l'autre en devant être complémentaire. Pour cette recherche, il convient de mettre le plan de réflexion des lames dans l'azimut de 45° autour du plan de la polarisation primitive; car c'est dans cet azimut que la séparation des teintes O, E est la plus complète. Alors, si l'on observe attentivement la teinte E sous diverses incidences, on reconnaît qu'elle offre toujours une de celles qui composent les anneaux colorés réfléchis, dont Newton a donné la table dans son Optique, tandis que O offre la teinte correspondante des anneaux transmis. Pour chaque nombre de réflexions donné, l'augmentation des incidences, à partir de la perpendiculaire, produit absolument le même effet que l'augmentation de l'épaisseur dans les lames minces qui réfléchissent les anneaux; et l'accroissement du nombre des réflexions répond à une variation d'épaisseurs plus rapide. J'indiquerai plus loin les lois numériques de ces changemens.

Or, en jetant les yeux sur la table dans laquelle Newton a exprimé les rapports des épaisseurs des lames avec les teintes qu'elles réfléchissent, on voit que les plus petites épaisseurs ne

réfléchissent d'abord qu'un bleu très-sombre et très-faible, qui presque tout de suite se change en un blanc parfait et brillant, dans lequel toute, ou presque toute la lumière incidente se trouve comprise. Ceci nous offre une excellente épreuve pour vérifier le sens de la polarisation produite par le système de nos lames métalliques. Car, si on les place sous une incidence convenable pour polariser ce blanc parfait du premier ordre, par un nombre donné de réflexions, la partie du rayon incident qui conservera sa polarisation primitive sera nulle ou presque nulle : ainsi, en tournant le système successivement dans tous les azimuts, le rayon blanc totalement polarisé par les lames devra tourner aussi de manière à diriger toujours ses axes dans un azimut double de celui où l'on aura placé le système. C'est en effet ce que l'expérience confirme avec la plus grande exactitude, comme j'ai pu le vérifier avec mon appareil, sur lequel tous les mouvemens angulaires du système et du rhomboïde, sont mesurés par des divisions; ainsi, nous avons par-là une vérification positive du mode suivant lequel le système des deux lames polarise la lumière; mode qui est précisément celui de la polarisation mobile, dont j'ai fait connaître l'existence dans les lames minces cristallisées; et l'on peut remarquer que cette vérification est précisément celle qui nous a servi pour ces lames elles-mêmes.

Jusqu'ici j'ai supposé que le rayon polarisé incident éprouvait entre les lames métalliques un nombre de réflexions pair, ce qui, en vertu du parallélisme des lames, lui restituait sa direction primitive. Cette restitution n'a plus lieu quand le nombre des réflexions est impair; et de là naît une difficulté qu'il faut résoudre avant de chercher à déterminer, pour ce cas, l'action du système métallique; car le seul changement de direction produit dans la route du rayon doit nécessairement entraîner un déplacement de ses axes, indépendamment de toute action polarisante quelconque. Il faut donc, avant tout, savoir ce qui arrive aux axes dans un cas pareil. Les expériences sur les réflexions impaires étaient extrêmement propres à guider dans cette recherche; car les teintes polarisées par le système métallique, répondant, même alors, aux

différens ordres d'anneaux, comme il était facile de le voir par l'observation, il n'y avait plus qu'à chercher les positions où l'on devait placer le rhomboïde pour rendre leur séparation la plus complète. Cet examen, varié de diverses manières, m'a conduit à une loi fort simple, qui semble devoir s'étendre à tous les cas pareils. Lorsqu'un rayon polarisé est réfléchi par un système qui n'exerce sur lui aucune force polarisante, les molécules lumineuses se réfléchissent exactement comme se réfléchiraient leurs images; de sorte que, si l'on tend un fil dans le plan de la polarisation primitive, parallèlement aux axes de polarisation, l'image de ce fil, vue après toutes les réflexions, indiquera encore la direction que l'axe de polarisation aura prise. Toutes les observations que j'ai faites sur les réflexions paires et impaires ont parfaitement confirmé cette loi.

Dans les réflexions paires, nous avons vu que, pour chaque incidence fixe et chaque nombre de réflexions donné, il y a une partie des molécules incidentes qui conservent leur polarisation primitive, tandis que le reste est polarisé dans un autre sens par le système. Si donc un partage analogue se fait encore dans les réflexions impaires, comme je viens de l'annoncer, il suffit d'aligner la section principale du rhomboïde sur l'image du fil, et alors l'image extraordinaire devra être entièrement composée de l'espèce de teinte qui aura perdu sa polarisation; teinte que l'on peut aisément reconnaître par son identité avec celles des anneaux réfléchis. C'est en effet ce qui a eu lieu constamment. De plus, en répétant ces observations pour différens azimuts du plan de réflexion, l'angle d'incidence et le nombre de réflexions restant constans, j'ai pu vérifier de même que la teinte polarisée par le système tournait ses axes dans un azimut double, à partir de la direction du faisceau non dévié, lequel était indiqué par la direction du fil. J'ai également vérifié cette loi, comme dans le cas des réflexions paires, en plaçant le système sous une incidence telle, qu'il polarisait le blanc parfait du premier ordre par un nombre de réflexions donné. Ainsi, l'on voit par ces épreuves que les formules des lames cristallisées dont nous avons fait plus haut l'application aux réflexions paires s'étendent aussi aux ré-

flexions impaires, avec la seule précaution d'aligner la section principale du rhomboïde sur l'image réfléchie du fil, et de compter les azimuts à partir de cette direction.

Pour compléter ces résultats, il ne me reste qu'à indiquer la loi suivant laquelle les teintes E varient, quand on fait varier l'incidence ou le nombre des réflexions, ou ces deux élémens à la fois. En considérant d'abord le nombre des réflexions comme constant, on trouve que la teinte E descend dans l'ordre des anneaux à mesure que les rayons incidens deviennent plus obliques sur les lames ; de sorte que l'augmentation des incidences comptées de la normale agit ici comme l'accroissement des épaisseurs dans les lames cristallisées. La multiplicité des réflexions agit aussi de la même manière sous chaque incidence donnée. Je n'ai pas encore eu le temps de déterminer les lois exactes de ces variations, mais j'y ai pourtant reconnu un élément essentiel ; c'est que, si l'on nomme θ l'incidence à laquelle la teinte E devient le blanc du premier ordre, le nombre des réflexions étant n, on a exactement, ou à très-peu de chose près,

$$\sin\theta = 1{,}079256 - n.0{,}0640995.$$

En effet, en calculant l'incidence θ par cette formule, pour diverses valeurs de n, je trouve les résultats suivans, qui s'accordent très-bien avec l'observation :

Nombre de réflexions n.	Incidence à laquelle E devient le blanc du 1er ordre.	
	calculée.	observée.
1	impossible.	n'a pas lieu.
2	72° 0′ 0″	72°
3	62 29 40	62
4	55 22 20	55
5	49 21 20	50
6	44 0 0	44

On voit que cette loi s'applique également aux réflexions paires et impaires. Elle montre qu'une seule réflexion ne peut pas amener la teinte E jusqu'au blanc du premier ordre, sous quelque incidence que l'on place la lame réfléchissante; et cela

est conforme à l'observation. Or, comme ce blanc n'est précédé que par le bleu du premier ordre, qui est très-languissant et très-pâle, il s'ensuit qu'à moins d'être prévenu d'avance de la loi du phénomène, on sera porté à croire qu'il ne peut être produit que par deux ou un plus grand nombre de réflexions. C'est ce qui est arrivé à M. Brewster dans ses premières expériences ; et aussi, dans la lettre qu'il m'avait écrite, il avait cru devoir y mettre cette limitation. Mais un examen plus attentif fait reconnaître, dans le cas même d'une réflexion unique, le commencement de la série des teintes qui composent les anneaux ; car, en alignant toujours la section principale du rhomboïde sur l'image réfléchie de l'axe de la polarisation primitive, comme nous avons prescrit de le faire on voit d'abord que, depuis l'incidence perpendiculaire, jusqu'à celle de 45° environ, aucune ou presque aucune des molécules réfléchies n'a perdu sa polarisation primitive ; de sorte que le rhomboïde les réfracte toutes ordinairement ; ce qui prouve que, sous ces incidences, la lame métallique n'exerce sur elles aucune action polarisante sensible, du moins en n'ayant égard qu'à la portion de lumière qui est réfléchie régulièrement (1); mais l'incidence devenant plus oblique, on voit paraître un rayon extraordinaire d'un bleu très-faible et pâle, qui est évidemment celui du premier ordre. L'incidence augmentant toujours, ce bleu passe rapidement au blanc bleuâtre, et arrive presque au blanc du premier ordre ; tandis que le rayon ordinaire, composé des molécules qui ont conservé ou repris leur polarisation primitive, passe successivement par les teintes complémentaires, et après s'être maintenu long-temps d'une blancheur parfaite, se colore en jaune sous les incidences très-approchantes de 90°.

---

(1) Lorsqu'on dirige un rayon lumineux, sur une lame métallique, dans la chambre obscure, une portion de la lumière incidente est réfléchie dans tous les sens, et rend le point d'incidence visible de toutes parts. D'après l'observation de M. Arago, que j'ai plus haut rapportée, cette lumière dispersée affecte une polarisation particulière; mais il n'en est pas question ici, et en opérant sur la lumière des nuées, comme nous l'avons prescrit, elle sera tout-à-fait insensible.

En exposant les propriétés des lames ou plaques cristallisées qui produisent par réfraction la polarisation mobile, j'ai fait voir que, si un rayon polarisé traverse successivement deux plaques de même nature dont les axes soient parallèles, il se trouve modifié, après la transmission, comme s'il avait traversé une seule plaque, égale à la somme de leurs épaisseurs. Et au contraire, si les axes des deux plaques sont croisés à angles droits, le rayon est modifié comme s'il avait traversé une seule lame égale à la différence des épaisseurs. Ces phénomènes sont une suite nécessaire des alternatives de polarisation que les molécules lumineuses éprouvent dans la polarisation mobile, et ils doivent par conséquent toujours l'accompagner. Aussi les produit-on de même avec des systèmes de lames d'argent parallèles, en disposant leurs plans de réflexion successifs, de manière qu'ils soient parallèles ou rectangulaires entre eux. Je les ai obtenus également en croisant ainsi un système de lames d'étain avec un système de lames d'argent. Peut-être, en multipliant les observations sur divers métaux, en trouvera-t-on qui offriront la même opposition qu'ont entre eux les cristaux attractifs et répulsifs. Mais ce cas ne s'est pas présenté jusqu'à présent à moi. En plaçant dans le plan de réflexion l'axe d'un cristal attractif, sa teinte E s'ajoutait à celle du métal; dans le sens perpendiculaire, elle s'en retranchait. M. Brewster a vu la même chose. Mais on ne peut pas conclure de là le sens absolu de la polarisation exercée par ce métal, parce qu'on ne sait si son axe est parallèle ou perpendiculaire au plan de réfraction.

Une autre conséquence de la polarisation mobile, c'est qu'un rayon de lumière naturelle qui l'éprouve n'en reçoit aucun sens spécial de polarisation; car un pareil rayon peut être considéré comme composé de particules polarisées arbitrairement dans tous les sens possibles. Si l'on mène parmi elles une ligne fixe, pour représenter l'axe de réfraction ou de réflexion autour duquel la polarisation mobile s'opère, chacune des particules lumineuses ne fait qu'osciller un nombre pair ou impair de fois de part et d'autre de cet axe dans des

amplitudes égales, mais différentes d'une particule à une autre, selon le sens primitif de sa polarisation ; et comme le rayon incident contient des particules polarisées dans tous les sens possibles, il en devra être encore de même du rayon réfracté ou réfléchi qui aura subi un pareil genre d'action. C'est en effet ce que l'on observe dans les lames ou plaques cristallisées qui produisent la polarisation mobile. Si donc l'argent poli au marteau agit uniquement de cette manière, il devra produire les mêmes résultats, c'est-à-dire qu'un rayon naturel, en s'y réfléchissant, ne devra acquérir aucune polarisation déterminée, ou, s'il en reçoit quelque indice, ce ne pourra être que dans la portion qui prend la polarisation fixe, laquelle, quoique fort petite sur de pareilles lames, n'est pourtant pas absolument nulle. Or, c'est ce que l'observation confirme parfaitement. Pour le prouver, il n'y a qu'à faire tomber la lumière des nuées, à travers un tube, sur une lame d'argent poli au marteau, fig. 54 : puis on transmettra le rayon réfléchi, à travers une plaque mince cristallisée, telle qu'une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe des aiguilles, ou une lame mince de chaux sulfatée, dont on placera l'axe à 45° du plan de réflexion ; et on analysera le rayon émergent avec un prisme ou un rhomboïde de spath d'Islande. Ce moyen, que M. Arago a imaginé, est excellent pour découvrir les moindres traces de lumière polarisée ; car pour faibles qu'elles soient, du moment où elles existent, les deux images données par le rhomboïde sont colorées de teintes complémentaires ; et en comparant la vivacité de ces teintes avec celle que produit sur la même lame un rayon entièrement polarisé dans un seul sens, on peut juger de la quantité plus ou moins grande de lumière qui a reçu une polarisation définitive. Or, en soumettant à cette épreuve des lames d'argent poli au marteau, l'on trouve que, dans une première réflexion, elles ne polarisent fixement qu'une portion très-petite de la lumière incidente ; de sorte que, si l'on emploie, par exemple, la lumière des nuées, cette portion ne devient sensible que sous de fort grandes inclinaisons. Il n'en est pas ainsi de l'argent qui a

reçu le poli spéculaire : une seule réflexion donne lieu à des couleurs très-vives ; et l'on en apprécie surtout l'énorme différence quand on place à côté l'une de l'autre deux lames préparées par les deux méthodes, sur lesquelles on puisse voir à la fois la réflexion d'un seul coup d'œil. Si au lieu d'une seule réflexion l'on en produit successivement plusieurs entre des lames parallèles, le développement progressif des teintes conserve, dans les deux cas, la même disproportion de rapidité. Pour qu'il ne restât à cet égard aucun doute, j'ai porté la précaution jusqu'à répéter successivement l'observation avec les mêmes lames préparées de l'une et de l'autre manière, et j'en ai toujours trouvé les effets conformes à ce que je viens de rapporter.

D'après cela, si l'on fait réfléchir plusieurs fois un rayon de lumière polarisée, entre deux lames d'argent qui aient reçu le poli spéculaire, on conçoit que la portion de lumière blanche, qui prend à chaque fois la polarisation fixe, devra croître de plus en plus aux dépens de celle qui subit la polarisation mobile, et en outre devra, en se mêlant à cette dernière, la dissimuler et l'éteindre. C'est là le cas de nos formules générales dans lesquelles B représente la quantité de lumière blanche, polarisée fixement dans le plan de réflexion, sous l'incidence où l'on opère. Aussi les phénomènes y sont-ils tout-à-fait conformes.

C'est ici le lieu d'examiner comment l'intensité de cette portion B varie, sous les diverses incidences, et dans les différens azimuts où l'on peut placer le plan de réflexion autour du rayon polarisé. En général, elle augmente à mesure que le rayon devient plus oblique sur les surfaces réfléchissantes ; sans doute parce que la réflexion se faisant alors plus loin de ces surfaces, la nature du poli n'y a plus autant d'influence. De plus, sous chaque inclinaison donnée, B doit atteindre son maximum quand l'azimut i est égal à zéro, et doit devenir nulle lorsque $i = 90°$. En effet, dans le premier cas, les forces réfléchissantes, qui s'exercent toujours dans le plan de réflexion, sont parallèles à l'axe primitif de polarisation des molécules

incidentes, et elles se trouvent dans la direction la plus favorable pour le retenir; au lieu que, dans le second cas, où $i = 90^c$, elles lui sont perpendiculaires, et par conséquent elles ne peuvent pas le faire tourner pour l'amener dans leur plan. C'est absolument la même chose qui se passe, dans la réflexion sur des glaces polies, lorsqu'on les fait tourner autour d'un rayon polarisé; car la portion de lumière qu'elles polarisent suivant leur plan de réflexion varie exactement par les mêmes périodes. Si l'on se laissait guider par les analogies ordinaires de ces phénomènes, on serait porté à penser que la valeur de B, sous chaque incidence et dans l'azimut i, doit être de la forme

$$B = A \cos^2 i,$$

A étant une constante variable avec l'incidence. Mais que cette loi soit ou non exacte, elle offre toujours l'expression des limites que doit parcourir la valeur de B dans les quatre positions rectangulaires $i = 0$, $i = 90^\circ$, $i = 180^\circ$, $i = 270^\circ$; et cette remarque nous sera tout-à-l'heure fort utile.

Lorsque l'intensité du faisceau B est sensible, et elle peut toujours le devenir en multipliant les réflexions, la lumière blanche qui le compose a une direction de polarisation exactement intermédiaire entre celles des teintes O et E, de sorte qu'il n'est plus possible d'en séparer entièrement celles-ci, dans la réfraction par le rhomboïde. Ce mélange produit plusieurs phénomènes qu'il convient de considérer, tant parce qu'ils offrent des confirmations de la théorie que par les conséquences auxquelles ils nous conduiront.

Pour cela, reprenons nos formules générales

$$F_o = B \cos^2 (i - \alpha) + O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2i - \alpha)$$
$$F_e = B \sin^2 (i - \alpha) + O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2i - \alpha).$$

Supposons qu'ayant placé le système des deux lames sous une incidence fixe, on amène le plan de réflexion dans un azimut quelconque i, et qu'on y place aussi la section principale du rhomboïde, on aura alors $\alpha = i$, et il viendra

$$F_o = B + (O + E) \cos^2 i;$$
$$F_e = (O + E) \sin^2 i;$$

les deux images seront donc parfaitement blanches, car B est incolore, et les deux teintes O + E, prises ensemble, font du

blanc. J'ai vérifié ce résultat par l'expérience, et je l'ai trouvé exact dans tous les azimuts.

Dans la position que nous examinons ici, F_e est uniquement composé de la lumière qui subit la polarisation mobile. S'il est nul ou insensible, i étant quelconque, ce sera une preuve que toute la lumière incidente a passé dans B, et a par conséquent pris la polarisation fixe dans le plan de réflexion.

Faites $i = 45°$, vous aurez le plan de réflexion et la section principale du rhomboïde dans l'azimut de 45°; il viendra alors

$$F_o = B + \tfrac{1}{2}(O + E);$$
$$F_e = \tfrac{1}{2}(O + E).$$

Lorsque B sera nul ou insensible, F_o et F_e seront égaux entre eux, c'est-à-dire que les deux images seront blanches et égales en intensité. Si donc, après avoir amené le système dans cette position, vous découvrez quelque inégalité entre elles, vous en pourrez conclure avec certitude qu'une portion de la lumière incidente a pris la polarisation fixe; dans ce cas, l'image F_o sera toujours la plus forte. Si l'on répète comparativement cette épreuve avec des lames d'argent dont les unes aient reçu le poli du marteau, et les autres le poli spéculaire, on s'apercevra bientôt que la différence des intensités dans ces dernières est bien plus considérable, et croît avec beaucoup de rapidité. Enfin, après un certain nombre de réflexions, $(O + E)$ sera nul, et toute la lumière réfléchie sera comprise dans B. C'est en effet ce que M. Brewster a observé en multipliant les réflexions.

Lorsque l'intensité du faisceau blanc B devient considérable, comparativement à celles des teintes O et E, il faudra amener le système dans des positions particulières, pour dégager ces teintes, et même quelquefois pour les rendre sensibles. On pourrait déterminer, d'après les formules, ces positions favorables, si l'on connaissait les rapports d'intensités entre B, O et E; mais, à défaut de cette donnée, on y parviendra aisément par l'observation, dans chaque azimut où l'on aura placé le système, en faisant tourner la section principale du rhomboïde successivement dans tous les azimuts, et l'arrêtant dans la position où il sépare le mieux chaque espèce de teinte.

Mais cette épreuve même ne réussirait pas toujours, du moins en supposant O et E très-faibles, si l'on n'y joignait pas un autre artifice, fondé sur l'affaiblissement progressif que B éprouve à mesure que l'azimut i approche de 90°. Car si, pour fixer les idées, nous admettons, par exemple, que B soit représenté par A $\cos^2 i$, on trouve qu'en faisant $i = 80$, il se réduira à 0,11696 A, c'est-à-dire à un peu plus d'un dixième de sa valeur primitive; de sorte qu'en mettant le plan de réflexion dans cet azimut, le mélange du faisceau blanc B aura bien moins d'influence pour affaiblir les teintes O et E. Il est vrai que celles-ci, étant toujours polarisées dans les azimuts o et $2i$, le seraient ici vers o et 160°, ce qui rendra leur séparation par le rhomboïde moins distincte; mais, d'un autre côté, elles se renforceront de toute la lumière que B a perdue, et qui, dans cet azimut, ne reçoit que la polarisation mobile; de sorte qu'à tout prendre, on pourra y découvrir des indices de coloration, qui n'auraient pas été sensibles dans des azimuts où B aurait été plus fort.

Aussi, en opérant de cette manière, j'ai trouvé que tous les métaux produisent la polarisation mobile sur une partie de la lumière incidente; l'acier poli lui-même est dans ce cas, malgré la grande vivacité de son poli spéculaire. Je suis parvenu à y rendre sensibles les teintes O et E par deux et par quatre réflexions, de manière à pouvoir les observer indubitablement.

Les observations contenues dans ce chapitre nous découvrent toutes les gradations par lesquelles la lumière se polarise à la surface des corps métalliques. Lorsque les particules lumineuses commencent à ressentir l'influence des forces réfléchissantes, elles se mettent à osciller autour de leur plan d'incidence, exactement comme elles feraient autour de la section principale d'une lame cristallisée; quand elles sont arrivées à une plus petite distance, une partie prend la polarisation fixe dans le plan d'incidence, déterminée en cela par l'énergie plus ou moins considérable des forces réfléchissantes, et le reste continue ses oscillations; de sorte que, pour chaque direction

primitive de polarisation, le faisceau réfléchi contient trois sens de polarisations distinctes dont nos formules assignent les directions. Si à ces résultats relatifs à la réflexion régulière on joint l'observation de M. Arago sur le sens de polarisation de la lumière dispersée, qui est toujours perpendiculaire au plan d'émergence, on aura une idée complète de tous les phénomènes produits par l'action polarisante des métaux.

En terminant ce livre de la polarisation, je crois devoir indiquer les sources où l'on pourra étudier les idées originales des physiciens qui se sont occupés de cet objet.

Les premières découvertes de Malus se trouvent dans son ouvrage sur la double réfraction, publié en 1810, et inséré dans les Mémoires de l'Institut de France. Les autres Mémoires de Malus ont paru soit textuellement, soit par extrait, dans les Bulletins de la Société philomatique.

Les observations de M. Arago sur le développement des couleurs complémentaires se trouvent dans un Mémoire qu'il a inséré parmi ceux de l'Institut pour 1811. Ce même savant a lu depuis, à l'Institut, plusieurs autres Mémoires sur divers phénomènes de polarisation, mais ils ne sont point publiés.

M. Brewster a publié ses premières recherches dans un ouvrage intitulé *Treatise on new philosophical instruments. Edimburg*, 1813. Les autres travaux de ce savant sont consignés dans un grand nombre de Mémoires insérés parmi ceux des Sociétés royales de Londres et d'Edimbourg. Il a particulièrement exposé ses expériences sur les plaques de verre chauffées, et sur la polarisation métallique, dans deux Mémoires manuscrits adressés à l'Institut de France à la fin de 1815, et qui ne sont pas encore imprimés.

Les expériences de M. Seebeck sur les verres chauffés ont été publiées à Nuremberg, dans le Journal de Chimie et de Physique de Schweiger. Elles sont consignées dans deux Mémoires; le premier, vol. 7, cah. 3, avril 1813; le second, vol. 12, cah. 1, décembre 1814. Le même savant a fait depuis plusieurs autres observations que j'ai communiquées de sa part à l'Institut de France, et que j'ai citées dans cet ouvrage.

Au moment où cette feuille va être mise sous presse, M. Seebeck m'apprend qu'il a donné à des plaques de verre recuites la faculté polarisante, en les serrant dans les mâchoires d'un étau. Elles perdent cette propriété dès que la pression cesse. Cette expérience, que j'ai vérifiée, est analogue à celle de M. Brewster sur les gelées animales; mais elle met de plus dans une entière évidence l'extrême flexibilité du verre.

FIN DU LIVRE SIXIÈME.

LIVRE SEPTIÈME.

DU CALORIQUE,

SOIT RAYONNANT, SOIT LATENT.

CHAPITRE PREMIER.

Sur les rapports de la Lumière et du Calorique.

Jusqu'ici nous n'avons étudié dans la lumière que les propriétés qui se manifestent à nous par la vision; ce seul mode d'examen nous a fait découvrir un grand nombre de caractères physiques que les molécules lumineuses possèdent. Nous allons maintenant, par d'autres épreuves, étudier la faculté que la lumière possède d'échauffer les corps exposés à son action; et nous chercherons à démêler si ce phénomène tient à l'identité de la lumière et du calorique, ou simplement à la coexistence de l'un et l'autre principes dans les rayons lumineux.

Voici à cet égard un fait capital découvert par M. Herchel; ce savant célèbre, s'étant proposé de mesurer l'énergie calorifique des divers rayons du spectre solaire, plaça divers thermomètres fort sensibles dans chacune des sept divisions de couleurs tracées par Newton (1); puis il observa à quel degré

(1) La première idée de cette expérience est due à M. Rochon, qui l'a publiée dans ses Opuscules imprimés en 1783; mais les thermomètres dont il fit usage étaient probablement inexacts, ou trop peu sensibles pour donner avec exactitude de si petites différences, car il trouva le maximum de chaleur dans le jaune, au lieu qu'il est réellement dans le rouge, et il ne découvrit point de chaleur sensible au-delà de la partie visible du spectre.

ces thermomètres s'élevaient dans chacune d'elles au-dessus du point où ils se tenaient dans l'air environnant. Il trouva ainsi que ce degré était plus élevé dans le bleu que dans le violet, plus dans le vert que dans le bleu, et ainsi de suite jusqu'au rouge, qui produisait une température plus élevée que toutes les autres couleurs; mais, ce qui est le point remarquable, ce n'était pas encore là qu'existait le maximum de la température; il avait lieu un peu au-delà du rouge extrême, et hors de toute la partie visible du spectre. De là, M. Herchel dut conclure que la propriété calorifique n'était pas inhérente aux seuls rayons qui produisent en nous la sensation de la lumière, et que, parmi ces rayons, il en existait d'autres moins réfrangibles qu'eux, qui ne jouissaient que de la faculté d'échauffer.

Ces expériences délicates furent répétées par les physiciens avec des succès divers; les uns découvrirent, comme M. Herchel, des traces de chaleur sensible au-delà de la partie visible du spectre, et les autres n'y reconnurent que des effets nuls ou trop faibles pour être bien assurés. A cette occasion, trois d'entre eux, MM. Wollaston, Ritter et Beckman, s'attachèrent à étudier particulièrement l'extrémité opposée du spectre, celle qui donne la sensation du violet extrême; et ils trouvèrent que cette extrémité, dont la faculté calorifique était insensible, jouissait d'autres propriétés particulières que l'on peut appeler chimiques, puisqu'elles déterminent par leur influence des combinaisons que l'extrémité rouge du spectre ne détermine pas; et, de même que, dans cette dernière, le maximum de chaleur s'observe un peu au-delà du rouge extrême; de même, à l'autre extrémité, le maximum de l'action chimique se manifestait un peu au-delà des limites sensibles du dernier violet. De là les physiciens furent portés à conclure que la lumière solaire était un mélange de trois sortes de rayons, que l'on pouvait appeler colorifiques, calorifiques et chimiques, d'après les effets particuliers qu'ils produisaient.

Nous examinerons tout-à-l'heure jusqu'à quel point cette conclusion est rigoureuse, ou même vraisemblable; mais auparavant je dois dire que les faits dont je viens de parler ont été vérifiés récemment avec beaucoup de soin, et mis tout-à-

fait hors de doute par M. Berard. Pour rendre les expériences plus sûres et leurs effets plus sensibles, ce physicien sentit la nécessité d'en prolonger la durée; il se servit donc d'un trait solaire réfléchi par un héliostat; et l'ayant rompu par un prisme réfringent, il obtint ainsi un spectre très-dispersé et parfaitement fixe. Pour déterminer les propriétés calorifiques, il plaça des thermomètres fort sensibles dans les sept espaces occupés par les diverses couleurs; et pour déterminer les propriétés chimiques, il plaça dans ces mêmes espaces, soit à nu, soit dans des fioles transparentes, diverses combinaisons chimiques faciles à altérer.

En opérant ainsi, M. Berard a retrouvé les résultats de M. Herchel relativement à l'augmentation de la faculté calorifique, depuis le violet jusqu'au rouge; mais il a trouvé le maximum de chaleur à l'extrémité même du spectre, et non en dehors. Il la fixe au point où la boule de son thermomètre était encore entièrement couverte par les derniers rayons rouges, et il a vu décroître progressivement la température à mesure que la boule du thermomètre est entrée dans l'obscurité; enfin, en plaçant le thermomètre tout-à-fait hors du spectre visible, où M. Herchel fixe le maximum de chaleur, l'élévation de la température au-dessus de l'air ambiant n'a été que le cinquième de ce qu'elle était dans les rayons rouges extrêmes. L'intensité absolue de la chaleur produite a été également moindre dans les expériences de M. Berard que dans celles de M. Herchel. Ces différences dépendent-elles de la matière des prismes et de la diversité des appareils, ou de quelque autre circonstance physique inhérente du phénomène lui-même? C'est ce qu'il nous est impossible de décider.

M. Berard a voulu voir si ces propriétés auraient lieu séparément dans chacun des faisceaux suivant lesquels la lumière se divise, lorsqu'elle traverse un corps doué de la double réfraction. Il a donc fait passer son trait solaire à travers un prisme de spath d'Islande. La division du rayon a formé deux spectres qui ont présenté les mêmes propriétés: dans tous les deux la faculté calorifique a été en diminuant depuis le violet jusqu'au rouge, et elle subsistait encore au-

delà des derniers rayons rouges sensibles. Ainsi lorsque le rayon se divise en traversant le cristal, la faculté calorifique se partage aussi entre les deux faisceaux lumineux.

Dans cette opération les molécules lumineuses sont polarisées par le cristal. Les molécules *calorifiques obscures* éprouvent-elles un effet pareil? Pour le savoir, M. Berard a reçu le rayon solaire sur une glace polie et transparente, formant avec lui un angle de 35° 25′, afin que la portion réfléchie fût complètement polarisée. Le trait réfléchi fut reçu ensuite sur une autre glace formant avec lui le même angle de 35° 25′, et disposée de manière à pouvoir tourner coniquement sous cette incidence constante. C'était précisément l'appareil à deux glaces de Malus que nous avons tant de fois employé; on sait qu'en faisant tourner la seconde glace, on trouve deux positions où elle ne réfléchit plus de lumière. Il ne restait qu'à essayer si elle y réfléchirait de la chaleur. Pour cela M. Berard disposa un miroir métallique concave de manière à recueillir les rayons réfléchis par cette glace, et à les concentrer sur un thermomètre qu'il plaça à son foyer. Mais, afin de pouvoir suivre aisément les diverses périodes du phénomène, il lia fixement le thermomètre au miroir, et le miroir à la glace, de manière que, celle-ci tournant, les deux autres pièces tournaient aussi en conservant toujours par rapport à elle la même position. Les choses ainsi disposées, M. Berard amena successivement la seconde glace dans tous les azimuts possibles autour du rayon, et il trouva que, dans les positions où elle ne réfléchissait plus de lumière, elle ne réfléchissait pas non plus de calorique, car le thermomètre placé au foyer du miroir ne montait pas; au lieu qu'il montait, et d'une quantité fort sensible, lorsque la glace était tournée dans les azimuts où la réflexion de la lumière sur sa surface pouvait s'opérer. Ainsi, dans cette expérience, de même que dans la précédente à travers le prisme de spath d'Islande, le principe calorifique obscur accompagne les molécules lumineuses, et se prête aux mêmes actions.

Toutefois, il faut convenir que ce principe se trouve ici peu séparé de la lumière même, puisqu'il n'est libre que dans un très-petit espace au-delà de l'extrémité rouge du spectre;

mais il existe une infinité d'autres circonstances où nous l'obtenons en grande abondance et presque isolément : ce sont celles où nous observons des corps très chauds sans aucune apparition sensible de lumière. Tel est, par exemple, l'état d'un boulet de fer, chauffé au-dessous du terme où le fer devient rouge, ou mieux encore celui d'un matras d'étain ou de verre rempli d'eau bouillante. La chaleur que ces corps excitent à distance, dans nos organes ou sur le thermomètre, ne peut pas être attribuée généralement à une transmission par contact, au moyen des molécules d'air ou de vapeurs qui nous séparent d'eux. Car l'impression calorifique qui en émane se fait très-bien sentir dans le sens horizontal, et même de haut en bas, ce qui est tout-à-fait contraire à la direction de mouvement que prennent les molécules d'air, de vapeurs ou de tout autre fluide quelconque à mesure qu'elles se réchauffent, la dilatation qu'elles éprouvent les forçant à s'élever de bas en haut, comme nous l'avons prouvé par l'expérience, et comme le démontre le raisonnement. Il faut donc nécessairement conclure que, dans ces circonstances et dans toutes les analogues, il s'opère une transmission immédiate de calorique obscur, soit que ce calorique ait une existence matérielle et rayonne à la manière de la lumière, soit qu'il consiste uniquement dans des vibrations propagées à travers un milieu impondérable; deux modes qui, si ce milieu est très-élastique, donnent à peu près les mêmes effets. Or, en substituant ainsi des corps chauds et obscurs au spectre dont il avait fait d'abord usage, M. Berard a trouvé que les effets produits sur le thermomètre suivaient encore des lois pareilles; mais avant de tirer quelque conclusion de cette expérience, il faut exposer les lois suivant lesquelles le calorique se réfléchit.

Si un des corps chauds et obscurs dont je viens de parler est placé au-devant d'un miroir concave de métal, on trouve qu'il donne, par réflexion, un foyer de chaleur, et ce foyer se forme précisément au même point que si le corps était lumineux. Ceci nous apprend que l'émanation calorifique se réfléchit comme la lumière, en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence; et, de même que la réflexion régulière de

la lumière est nulle, ou presque nulle sur les corps bruts, quand elle ne tombe pas très-obliquement sur leur surface, de même il y a certaines surfaces qui réfléchissent plus ou moins bien le calorique obscur. Il se réfléchit très-bien, par exemple, sur la surface des métaux polis, mais beaucoup moins bien sur celle du verre, quelque poli qu'on lui ait donné. C'est pour cela que M. Bérard a employé un miroir métallique dans l'expérience de réflexion que j'ai rapportée plus haut. Je ne fais qu'indiquer ici ces modifications que nous examinerons plus loin en détail.

La meilleure manière pour rendre sensibles les effets de la réflexion du calorique, c'est de placer l'un au-devant de l'autre, sur le même axe, à une certaine distance, deux miroirs métalliques concaves qui se regardent. Au foyer principal du premier A, on place un corps chaud et obscur; par exemple, un matras M rempli d'eau bouillante. Les rayons calorifiques qui en émanent et qui tombent sur le miroir A, sont réfléchis comme des rayons lumineux parallèlement à l'axe; et se propageant ainsi jusqu'au miroir B, ils sont concentrés de nouveau par lui à son foyer principal. Si donc on place en ce point un thermomètre sensible, il monte par leur influence, et d'autant plus que le corps placé au foyer de A produit une plus grande quantité de chaleur. Afin que l'expérience soit concluante, il faut éloigner assez les deux miroirs l'un de l'autre pour que le matras M ne puisse exercer directement aucune influence sensible sur le thermomètre placé au foyer du miroir B. C'est ce dont on peut s'assurer, en répétant d'abord l'expérience à la même distance sans les miroirs, ou en couvrant une partie ou la totalité de la surface de l'un d'eux. Car si les miroirs sont bien construits et disposés exactement, l'élévation du thermomètre sera sensiblement proportionnelle à la portion de leur surface qui reste à découvert. Lorsque l'appareil est complètement disposé, on peut, si l'on veut, intercepter subitement la transmission du calorique par l'interposition d'un écran opaque, et l'on peut de nouveau la permettre en retirant l'écran. On s'est assuré, de cette manière, qu'elle est excessivement rapide; car, quelque distance que l'on

mette entre les deux miroirs, si l'on emploie un thermomètre d'air fort sensible, on voit l'effet thermométrique reparaître subitement dès que l'écran est ôté. Cette expérience, ainsi que la disposition des miroirs conjugués, est due à MM. de Saussure et Pictet de Genève. Mais la première observation sur la réflexion du calorique est due à Mariotte, qui a indiqué aussi la nécessité de distinguer le calorique obscur et le calorique lumineux. (*Traité des Couleurs*, pag. 288. 1717.)

C'est ici le lieu de décrire deux instrumens thermométriques très-ingénieux et très-appropriés à ce genre de recherches. Pour sentir ce qu'ils ont d'utile, il faut considérer que l'emploi du thermomètre simple, quelque sensible qu'on le fasse, est toujours sujet ici à quelque incertitude; car, lorsqu'on le voit monter d'une quantité, qui est parfois fort petite, on ne peut jamais être sûr que son mouvement soit uniquement produit par la cause calorifique que l'on observe, plutôt que par un très-petit changement de température dans le milieu ambiant. On conçoit que cette incertitude n'existerait pas si l'on avait un instrument qui ne pût être affecté que par l'influence de cette source, ou plutôt par l'excès de son influence sur celle de l'air environnant. Tel est l'avantage du thermomètre différentiel de M. Leslie, et du thermoscope de Rumford.

Le premier de ces instrumens est représenté fig. 55. Pour le former (1), on prend deux tubes de verre de longueurs inégales, terminés l'un et l'autre par une boule creuse, et dont le calibre va en s'élargissant un peu à l'extrémité opposée : on introduit dans la boule du plus long tube une petite quantité d'acide sulfurique coloré avec du carmin. On joint ensuite les tubes à la flamme du chalumeau, et on les courbe de manière à leur faire prendre la forme de la lettre U. On a soin que l'endroit où l'un des tubes est infléchi se trouve pré-

(1) Cette description est celle que M. Leslie lui-même a donnée dans son ouvrage sur la chaleur, et qui a été traduite par M. Prevost de Genève. Il paraît que cet instrument, employé d'abord par l'auteur sous le nom de photomètre, est antérieur au thermoscope, dont nous donnerons tout-à-l'heure la description.

cisément au-dessous du point où il se joint à l'autre tube, parce que la petite cavité qui se forme en cet endroit-là favorise l'opération par laquelle on doit ajuster l'instrument. Cette opération consiste à échauffer un peu avec la main l'air de la boule vide, pour en faire passer quelques bulles dans l'autre boule; après quoi, retirant la main, le ressort de cet air condensé force la goutte liquide à descendre. Les boules sont soufflées aussi égales qu'on peut les faire en les jugeant à l'œil, et on leur donne entre quatre et sept dixièmes de pouces en diamètre. Le tube qui contient la bulle, et sur lequel on fixe une échelle divisée, doit avoir un diamètre intérieur bien égal, et d'un quinzième ou d'un seizième de pouce. Il n'est pas nécessaire que le calibre de l'autre tube soit aussi régulier; mais il doit être sensiblement plus large, afin que l'expansion ou la contraction de l'air qu'il contient, étant plus sensible, fasse mouvoir la bulle colorée, au moindre changement de température. Chacune des branches de l'instrument a de trois à six pouces de haut, et les boules sont éloignées l'une de l'autre de deux à quatre pouces. La partie inférieure du siphon est collée vers le milieu à une tige déliée, qui se fixe sur une base solide d'une hauteur convenable. Un instant d'attention suffit pour faire voir que cet instrument ne peut être affecté que par la différence de chaleur des deux boules correspondantes, et qu'il est construit de manière à mesurer cette différence avec la plus grande précision. Tant que les deux boules sont de même température, à quelque degré que cette température s'élève, l'air contenu dans l'une ne peut manquer d'avoir la même élasticité que l'air contenu dans l'autre; et par conséquent la liqueur colorée qui les sépare, pressée par deux forces égales et opposées, doit nécessairement rester stationnaire. Mais si, par exemple, la boule dans laquelle on a fait d'abord passer une partie de la liqueur colorée vient à être échauffée plus que l'autre, l'élasticité supérieure de l'air qui y est contenu chassera devant lui cette liqueur, et la forcera de s'élever dans la branche opposée, jusqu'à une élévation proportionnée à l'excès d'élasticité ou de chaleur. On peut même

déterminer exactement la valeur thermométrique de chaque degré de l'échelle, en comparant la marche de l'instrument à celle d'un thermomètre ordinaire ; mais on a rarement besoin de cette valeur absolue, l'instrument étant surtout destiné à indiquer de simples différences.

Le thermoscope de Rumford n'est que le thermomètre différentiel de M. Leslie construit sur de plus grandes proportions, et disposé d'une manière qui devient quelquefois plus avantageuse pour certaines expériences (1). Il est composé d'un long tube de verre cylindrique, recourbé à ses deux extrémités, et portant à chacun de ses deux bouts une boule très-mince de verre, d'un pouce et demi de diamètre, fig. 56. Le milieu de ce tube, qui est droit, est posé horizontalement ; mais ses deux extrémités, terminées par les deux boules, sont tournées en haut de manière à former deux coudes à angles droits avec la partie horizontale du tube. Celle-ci a de 15 à 16 pouces de longueur d'un coude à l'autre ; et chacune de ses deux extrémités, qui se trouve dans une position verticale, a 6 à 7 pouces de long. Le diamètre intérieur du tube doit être d'environ une demi-ligne.

Un petit réservoir de verre d'un pouce de long, et d'une ligne de diamètre intérieur, est soudé au tube à un de ses coudes, et se projette obliquement en bas, un peu de côté : il sert pour introduire dans l'intérieur de l'instrument une quantité petite, mais suffisante, d'esprit-de-vin teint en rouge. Cette opération exige quelques précautions essentielles, et en voici le détail :

D'abord, on remplit le réservoir de la manière suivante. Son extrémité inférieure ayant été rendue capillaire, on place l'instrument solidement sur un pied de bois, et on le laisse pendant quelques heures dans une chambre tranquille, où la température est uniforme et tempérée. Ensuite, s'approchant de l'instrument, et plongeant avec précaution l'extrémité capillaire du

(1) Cette description est celle qu'en a donnée Rumford lui-même, dans un petit ouvrage intitulé *Mémoires sur la Chaleur*, qui a paru en 1804.

réservoir dans une très-petite fiole remplie d'esprit-de-vin teint en rouge, attachant en même temps la fiole au coude du tube, on transporte l'instrument dans une chambre plus froide, et on le laisse tranquille.

L'air qui se trouve dans les deux boules de l'instrument étant refroidi, et perdant une partie de son élasticité en conséquence de ce refroidissement, l'air de l'atmosphère force l'esprit-de-vin qui se trouve dans la bouteille d'entrer dans le réservoir; mais comme l'ouverture du réservoir est très-étroite, cette opération avance très-lentement; et il faut éviter de s'approcher de l'instrument pendant qu'elle dure, de peur de la troubler ou de l'arrêter, en échauffant l'air dans les boules par la proximité du corps. C'est pourquoi le parti le plus sûr est de s'éloigner tout-à-fait pendant que l'esprit-de-vin passe de la bouteille dans le réservoir pour le remplir. Il faut pourtant revenir de temps en temps près de l'instrument pour observer les progrès de l'opération, afin d'être prêt à sceller, par le moyen d'une bougie et d'un chalumeau, l'extrémité capilaire du réservoir, dès qu'il y est entré une quantité suffisante du liquide.

Quand on s'approche de l'instrument avec la bougie pour cette opération, il est nécessaire d'employer beaucoup de précaution pour ne pas échauffer l'air dans la boule voisine, ce qui dérangerait tout, et forcerait de recommencer.

Le réservoir étant rempli, et son extrémité scellée hermétiquement, il faut introduire le liquide dans le tube horizontal, afin qu'il intercepte la communication de l'air entre les deux boules. Cela se fait de la manière suivante.

On échauffe un peu la boule qui est la plus éloignée du réservoir, en présentant la main ouverte pendant quelques momens à la distance de deux ou trois pouces; puis on renverse soudainement l'appareil, en tenant le réservoir en haut. Par ce moyen, l'on fait passer une petite quantité d'esprit-de-vin du réservoir dans la partie horizontale du tube; et rétablissant aussitôt l'instrument dans sa position naturelle, on s'éloigne de lui, et l'on attend que la bulle liquide, ainsi formée, soit

devenue stationnaire ; ce qui arrive aussitôt que l'air renfermé dans les deux boules a acquis la même température. Cette petite bulle, qui sert d'index à l'instrument, doit avoir à peu près trois-quarts de pouce de long, et se trouver stationnaire dans les environs du milieu de la partie horizontale du tube : si elle se trouve trop près de l'un ou de l'autre des coudes, il faut la faire rentrer dans le réservoir, en réchauffant l'air d'une des boules, après quoi on recommence le renversement jusqu'à ce qu'on ait réussi.

Quand cette opération délicate est achevée, on place derrière la partie horizontale du tube une règle divisée en parties égales, par le moyen de laquelle on observe la station de la bulle d'esprit-de-vin et ses mouvemens ; alors l'instrument est complet et en état d'être employé. On s'en sert de la manière suivante.

On le place sur une table, au milieu d'une grande chambre, où l'air est tranquille, et sa température constante ; puis on interpose entre les deux boules un écran léger de papier doré. Cela fait, on s'éloigne jusqu'à ce que l'air enfermé dans les deux boules ait acquis une même température, c'est-à-dire, celle qui règne dans la chambre : cette égalité de température est annoncée par le repos de la bulle de liquide coloré qui constitue l'index de l'instrument ; et quand cette bulle est devenue stationnaire, on prend note de la situation qu'elle occupe ; ce que l'on observe par le moyen de la règle divisée attachée à la branche horizontale.

Maintenant veut-on éprouver le sens et la sensibilité de l'instrument, il n'y a qu'à approcher un corps froid ou un corps chaud d'une des boules, l'autre étant masquée et abritée par l'écran doré. Si ce corps a une température plus élevée que la boule découverte, il l'échauffe par ses émanations calorifiques, et elle échauffe à son tour l'air qu'elle contient ; cet air, se dilatant, pousse la bulle vers l'autre boule. L'instrument peut être amené à un tel point de sensibilité, que la seule chaleur de la main nue, et présentée à deux ou trois mètres de distance, à l'une des deux boules, suffit pour faire marcher la

bulle vers l'autre boule d'une quantité très-notable. Si, au contraire, le corps que l'on présente est plus froid que la boule dont on l'approche, la bulle revient vers celle-ci, comme l'analogie des dispositions pouvait le faire prévoir, quoiqu'il soit peut-être un peu moins facile de s'en rendre raison au premiercoup-d'œil.

Nous examinerons plus tard les conséquences qui résultent de cette influence inverse. Pour le moment, nous nous bornerons à la considérer comme un fait qui constate l'extrême sensibilité du thermoscope, et qui montre l'espèce particulière d'expériences auquel il est approprié.

Ayant ainsi la possibilité de développer isolément les rayonnemens calorifiques, au moyen de corps chauds, mais obscurs, et possédant des instrumens assez sensibles pour en manifester les moindres effets, nous pouvons reprendre avec beaucoup d'avantage l'expérience tentée plus haut sur le spectre, pour étudier la polarisation du calorique obscur. C'est aussi ce qu'a fait M. Bérard. Il a fait réfléchir sur la première glace de l'appareil de Malus, non plus un rayon solaire, mais les émanations calorifiques d'un corps très-chaud, à peine rouge, ou même tout-à-fait obscur. Elles se sont polarisées comme la lumière; car la seconde glace a réfléchi de la chaleur dans les positions où la réflexion de la lumière aurait été possible, et elle a cessé d'en réfléchir dans les positions où la réflexion de la lumière n'aurait pas eu lieu. Ainsi, en supposant que les émanations calorifiques obscures soient produites, comme la lumière, par des molécules matérielles, mues avec une grande vitesse, on voit que ces molécules seront modifiées par la réflexion de la même manière que la lumière; et en conséquence on pourra leur appliquer toutes les considérations géométriques et physiques que nous avons établies, d'après les phénomènes de la polarisation, pour les molécules lumineuses.

Cette analogie, déjà très-intime, est appuyée par une autre bien remarquable, qui a été découverte par De Laroche, jeune et habile observateur, qu'une mort prématurée a enlevé aux sciences, dont il aurait été l'un des soutiens. Depuis long-temps

les physiciens avaient remarqué que le verre transmet très-imparfaitement les émanations calorifiques obscures, ou même les intercepte en totalité, tandis qu'il transmet abondamment les rayons lumineux, surtout ceux du soleil, avec les propriétés calorifiques qui les accompagnent. De Laroche a cherché à déterminer la cause de cette différence; et par une nombreuse suite d'expériences, dont je rendrai bientôt compte, il a trouvé que, tant que la source de chaleur a une température inférieure à celle de l'eau bouillante, les rayons calorifiques qui en émanent se transmettent fort peu ou point du tout à travers une lame de verre, quelque mince qu'elle soit; mais au-dessus de ce terme, elles commencent à se transmettre sensiblement, et en proportion d'autant plus grande, que la température de la source est plus élevée; jusqu'à ce qu'enfin, lorsque cette source approche de l'état lumineux, la transmission devient encore plus abondante et plus facile. Mais, dans cet état même, il y a encore des différences; car, selon l'observation de Mariotte, si l'on fait réfléchir la lumière du soleil au foyer d'un miroir concave de métal, et qu'ensuite on mette au-devant de ce miroir un écran de verre, il n'en résultera dans la température du foyer qu'une faible diminution, telle que $\frac{1}{7}$ ou $\frac{1}{8}$; mais si l'on fait la même expérience sur le feu d'un foyer ou d'un fourneau, on trouvera que la réflexion directe sur le miroir sans écran, produira une chaleur très-vive, et n'en produira qu'une très-faible, ou insensible, si l'on interpose la lame de verre, même en se rapprochant assez du feu pour que l'image lumineuse formée au foyer soit plus vive qu'auparavant. Or ce résultat, que je ne fais qu'énoncer, est de la plus haute importance; car, d'abord, l'inégalité de la transmission à diverses températures de la source rayonnante, montre que les émanations calorifiques qui en partent dans les diverses circonstances sont différemment modifiées; et en second lieu, la transmission plus abondante à mesure que le rayonnement calorifique s'approche de l'état de lumière semble indiquer le progrès d'un même phénomène qui, dans ses modifications diverses, agit sur nous iné-

galement, comme si les émanations calorifiques n'étaient que de la lumière obscure, et la lumière du calorique lumineux.

Nous reviendrons tout-à-l'heure sur ce rapprochement; mais avant de le faire, il est bon de compléter l'étude des propriétés particulières que présentent les différentes parties du spectre solaire. Nous n'avons considéré jusqu'ici que les facultés colorifiques et calorifiques; occupons-nous maintenant de l'action chimique. Ce dernier point a été encore parfaitement discuté par M. Berard. Les chimistes avaient depuis long-temps trouvé que, lorsqu'on expose le muriate d'argent et divers autres sels blancs à la lumière, ils noircissent en très-peu de temps La gomme gayac, exposée ainsi à la lumière, passe du jaune au vert, comme l'a observé M. Wollaston. Enfin, MM. Gay-Lussac et Thenard ont fait connaître une action de ce genre plus prompte encore et plus énergique; car, en exposant à un trait de lumière solaire un mélange de gaz hydrogène et de chlore en volumes égaux, il se fait à l'instant même une détonnation dont le produit est l'acide hydrochlorique, précédemment appelé acide muriatique. Ces divers phènomènes ont servi à M. Berard comme de réactifs pour étudier et mettre en évidence les facultés chimiques des différens rayons du spectre; car en plaçant dans les espaces occupés par les diverses couleurs, de petits morceaux de carton imprégnés de muriate d'argent, ou de petits flacons remplis d'un mélange des deux gaz, il a pu juger de l'énergie de la cause par l'intensité et la rapidité des changemens chimiques qu'éprouvaient les substances ainsi exposées aux différens rayons. Il a reconnu, de cette manière, qu'en effet les propriétés chimiques étaient les plus intenses vers l'extrémité violette du spectre, et qu'elles s'étendaient même, comme l'avaient annoncé MM. Ritter et Wollaston, un peu au-delà de cette extrémité. Mais, de plus, en laissant les substances exposées un certain temps à l'action de chaque rayon, ce que l'immobilité de son spectre lui permettait de faire, il parvint à observer des effets sensibles, quoique d'une intensité continuellement décroissante, dans les rayons indigo et bleus; d'où l'on doit regarder comme vraisemblable que, s'il eût pu

employer des réactifs encore plus sensibles, il aurait pu observer des effets analogues, mais plus faibles, même dans les autres rayons. Pour montrer évidemment l'extrême disproportion qui existe à cet égard entre les énergies des différens rayons, M. Berard a concentré par une lentille toute la partie du spectre qui s'étend depuis le vert jusqu'au violet extrême, et il a rassemblé de même, par une autre lentille, toute la portion qui s'étend depuis le vert jusqu'au-delà de l'extrémité du rouge. Ce dernier faisceau se réunissait en un seul point sensiblement blanc, dont les yeux avaient peine à soutenir l'éclat : néanmoins le muriate d'argent est resté exposé plus de deux heures à cette vive lumière sans éprouver aucune altération sensible. Au contraire, en l'exposant à l'autre faisceau dont, la lumière était beaucoup moins vive et la chaleur beaucoup moins forte, en moins de dix minutes il s'est trouvé noirci. M. Berard conclut de cette expérience que les effets chimiques produits par la lumière ne sont pas uniquement dus à la chaleur qu'elle développe dans les corps en se combinant avec leur substance, puisque, dans cette supposition, la faculté de produire des combinaisons chimiques semblerait devoir être la plus intense dans les rayons qui jouissent au plus haut point de la faculté d'échauffer. Mais peut-être trouvera-t-on moins d'opposition entre ces deux manières de voir, si l'on fait attention que, d'après les expériences de De Laroche, il peut exister des différences essentielles entre le calorique obscur employé par les chimistes pour altérer certaines combinaisons, particulièrement les couleurs végétales, et le calorique du spectre dans la partie qui ne produit pas ces effets. Par exemple, la difficulté cesserait, si le calorique obscur obtenu par une chaleur artificielle était en tout ou en partie analogue aux émanations également obscures qui ont lieu vers l'extrémité violette du spectre; et ce rapprochement n'a rien qui doive nous paraître impossible.

Ces expériences de M. Berard achèvent de prouver que les diverses portions d'un rayon solaire, dispersé par le prisme, possèdent des énergies très-inégales pour produire la vision,

la chaleur et les combinaisons chimiques. Maintenant, attribuerons-nous ces trois facultés à trois espèces de rayons distinctes, existantes indépendamment les unes des autres, et dont chacune ne serait capable que de produire un seul effet? S'il en est ainsi, il faudra encore que chacune de ces espèces soit séparable par le prisme en une infinité de modifications différentes, comme la lumière elle-même, puisque l'on trouve par expérience que chacune des trois propriétés, chimique, illuminante et calorifique, est répartie, quoique dans des proportions très-inégales, sur une certaine étendue du spectre. Ainsi on devra concevoir, dans cette hypothèse, qu'il existe réellement trois spectres superposés l'un sur l'autre; savoir un spectre calorifique, un spectre chimique, et un spectre lumineux. Il faudra encore admettre que chacune des substances qui composent les trois spectres, et même chacune des molécules de réfrangibilité inégale qui composent ces substances, sont données, comme les molécules de la lumière visible, de la propriété d'être polarisées par la réflexion, d'échapper ensuite à la force réfléchissante dans les mêmes cas que les molécules lumineuses, et ainsi du reste. Au lieu de cette complication d'idées, concevons simplement, conformément aux phénomènes, que la lumière solaire soit composée d'un ensemble de rayons inégalement réfrangibles, et en conséquence inégalement altérables par les corps, ce qui suppose des différences originelles dans leurs masses et leurs vitesses, ou leurs affinités. Pourquoi ces rayons, qui diffèrent déjà en tant de choses, produiraient-ils tous, sur les thermomètres et sur nos organes, les mêmes sensations de chaleur et de lumière? pourquoi auraient-ils la même énergie pour former ou désunir les combinaisons? Ne serait-il pas tout naturel que la vision ne pût s'opérer dans nos yeux qu'entre certaines limites de réfrangibilité, et que le trop ou le trop peu rendît les rayons également inhabiles à produire cet effet? Peut-être ces rayons seraient-ils visibles pour d'autres yeux que les nôtres; peut-être le sont-ils même pour certains animaux; et alors le merveilleux de leur action disparaît, ou plutôt rentre dans le

mode d'action générale de la lumière. En un mot, on peut concevoir que la faculté calorifique et chimique varie dans toute l'étendue du spectre en même temps que la réfrangibilité, mais suivant des fonctions différentes; de manière que la faculté calorifique soit dans son *minimum* à l'extrémité violette du spectre, et dans son *maximum*, à l'extrémité rouge; tandis qu'au contraire la faculté chimique, exprimée par une autre fonction, aurait son minimum à l'extrémité rouge, et son maximum à l'extrémité violette, ou même un peu au-delà. Cette seule supposition, qui n'est que l'expression la plus simple des phénomènes, satisfait parfaitement à tous ceux que nous venons de rapporter dans ce Chapitre, et même elle permet d'en prévoir la plupart, d'après les seules analogies. En effet, si tous les rayons qui produisent la vision, la chaleur et les combinaisons chimiques, sont également de la lumière, il faut bien qu'ils se réfléchissent tous sur des corps polis, et qu'ils s'y réfléchissent suivant la même loi, en formant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence; d'où il résulte qu'ils seront concentrés de même, ou dispersés par les miroirs concaves ou convexes. Il faudra encore qu'ils se polarisent tous en traversant un cristal doué de la double réfraction, ou en se réfléchissant sur une glace avec une incidence déterminée; et quand ils auront reçu ces modifications, il faudra bien qu'ils se réfléchissent sur une autre glace, si elle est placée convenablement pour que sa force réfléchissante sur les molécules lumineuses soit efficace. Et, au contraire, si cette force ne produit aucun effet sur les molécules lumineuses visibles, la lumière invisible ne se réfléchira pas davantage; car la cause qui fait que la réflexion s'opère ou ne s'opère pas paraît s'exercer également sur toutes les molécules, quelle que soit leur réfrangibilité, et ainsi elle doit s'exercer encore sur les molécules de lumière invisible, la condition d'invisibilité ou de visibilité n'étant relative qu'à la constitution de nos yeux, et non pas à la nature des molécules mêmes qui produisent en nous ces sensations. Enfin, puisque, selon les observations de De Laroche, le calorique obscur, émané d'un corps que l'on échauffe graduellement, approche aussi

graduellement des conditions et des propriétés que possède le calorique lumineux, on conçoit que, lorsque l'émanation commence à devenir visible, elle doit être d'abord analogue à la partie la moins calorifique du spectre, qui se trouve à l'extrémité violette. Aussi observe-t-on que toutes les flammes, lorsqu'elles commencent à naître, sont d'abord violettes ou bleues, et n'atteignent la blancheur que lorsqu'elles ont acquis un plus haut degré d'intensité (1). Toutefois ces rapprochemens, par cela même qu'ils nous indiquent un état progressif, n'excluent point les propriétés particulières qui peuvent appartenir exclusivement à telle ou telle phase de la progression. Ainsi les émanations calorifiques de températures diverses, et les émanations lumineuses de diverses couleurs, pourront différer entre elles dans la faculté de produire la vision, la chaleur, l'action chimique, dans la transmissibilité à travers les substances diaphanes, et peut-être dans beaucoup d'autres caractères que les physiciens n'ont pas encore étudiés. Si cette manière de voir ne doit pas être mise au rang des vérités démontrées, du moins on voit qu'on peut s'en servir comme d'un guide assez fidèle pour découvrir les rapports des faits; aussi l'emploierons-nous à cet usage. Mais, afin de ne pas donner à nos recherches d'autre base que l'expérience, nous n'y introduirons point cette identité présumable, et nous désignerons par une dénomination particulière les émanations calorifiques obscures qui se font sentir à distance. Ce sera le *calorique rayonnant*, dont nous allons étudier les principales lois.

---

(1) Cette progression de teintes a même lieu pour la lumière que l'étincelle électrique exerce dans l'air. Je m'en suis assuré en tirant ces étincelles à diverses distances, entre une pointe mousse et une sphère métalliques; disposition qui permettait d'obtenir un jet continu, dont on modérait à volonté l'intensité par l'éloignement.

CHAPITRE II.

Lois du refroidissement et du réchauffement des Corps dans des milieux indéfinis.

Presque toutes les notions que l'on peut acquérir sur le rayonnement du calorique s'obtiennent en observant le refroidissement et le réchauffement progressif des corps dans divers milieux d'une température uniforme, soit que ces modifications résultent uniquement de l'émission libre du calorique et du contact du milieu ; soit qu'elles aient aussi pour cause l'influence prochaine d'un autre corps. Le premier cas étant le plus simple, nous devons d'abord le considérer.

Pour le réaliser, il faut prendre un corps dont nous puissions connaître à chaque instant la température moyenne ; puis, après l'avoir échauffé à un certain degré, nous le suspendrons dans un air calme, et nous observerons avec une montre à secondes le progrès de son refroidissement. Rien ne convient mieux à ce but qu'un vase cylindrique A B, fig. 57, de métal mince, traversé dans toute sa longueur par le réservoir, également cylindrique, d'un thermomètre, dont la tige divisée est saillante au-dehors. Un petit tuyau pratiqué dans la partie supérieure du vase, sert à le remplir d'eau bouillante ou de tout autre liquide, après quoi on le ferme avec un bouchon exact, pour prévenir le refroidissement qui résulterait de l'évaporation. Cela fait, on porte l'appareil dans une chambre assez vaste pour qu'il ne puisse pas en faire varier sensiblement la température ; on l'y suspend par trois cordons minces, ou on le pose sur un pied de bois qui le touche par très-peu de points, de manière à ne lui enlever qu'une portion insensible de sa chaleur. Alors, on voit le thermomètre intérieur baisser graduellement, et l'on observe avec une bonne montre les instans auxquels il atteint les divers degrés de son échelle. On observe aussi la température de la chambre par le moyen d'un thermomètre fixe, placé hors de l'influence du vase. Enfin,

pourque l'expérience soit tout-à-fait exacte, il ne faut pas rester dans la chambre pendant l'intervalle des observations, ce qui modifierait nécessairement la température de l'air et le refroidissement du vase ; il suffit d'entrer de temps en temps pour observer l'état du thermomètre, ce que l'on peut faire de loin avec une lunette fixe; et même il convient que les volets soient fermés entre les intervalles des observations, afin d'éviter les agitations que l'action de la lumière extérieure pourrait produire dans l'air.

Voici les détails d'une expérience faite de cette manière par Rumford avec deux vases de laiton en feuilles, qui avaient quatre pouces de diamètre et quatre de hauteur. Les surfaces de leurs bases étaient parfaitement semblables ; mais les parois latérales du n° 1 étaient *nues*, et celles du n° 2 étaient *vêtues* d'une toile blanche fine, que l'on avait exactement serrée contre la surface métal ique. Les temps sont exprimés en heures et minutes sexagésimales, les températures le sont en degrés de Fareinheit.

Temps.		Température.		Températ. de l'air.	Temps.		Température.		Températ. de l'air.
H.	M.	N° 1 nu.	N° 2 revêtu.		H.	M.	N° 1 nu.	N° 2 revêtu.	
		°	°	°			°	°	°
10	10	126 $\frac{1}{2}$	126	43 $\frac{1}{2}$	4	—	61 $\frac{3}{4}$	53 $\frac{1}{2}$	34 $\frac{1}{2}$
—	30	109 $\frac{1}{2}$	106 $\frac{1}{2}$	43 $\frac{1}{2}$	—	30	59 $\frac{1}{2}$	52	—
—	45	105	100 $\frac{1}{2}$	43 $\frac{3}{4}$	5	30	57	49 $\frac{3}{4}$	42 $\frac{1}{2}$
11	—	101 $\frac{1}{8}$	94 $\frac{3}{4}$	44	6	—	55 $\frac{1}{2}$	49 $\frac{1}{8}$	—
—	2 $\frac{1}{2}$	—	94	—	—	30	54 $\frac{1}{4}$	48 $\frac{1}{4}$	—
—	15	97 $\frac{1}{2}$	90 $\frac{1}{4}$	—	7	—	53 $\frac{1}{2}$	47 $\frac{1}{2}$	42
—	30	94	86 $\frac{1}{4}$	—	8	—	51 $\frac{1}{2}$	46 $\frac{1}{2}$	—
—	39	—	84	—	9	—	50	45 $\frac{3}{4}$	—
—	45	91 $\frac{1}{4}$	82 $\frac{1}{2}$	—	10	—	49	45	—
12	—	88 $\frac{1}{2}$	79 $\frac{1}{8}$	—	8	12 mars.	43	42	40
—	15	85 $\frac{1}{2}$	76	—		On transporte les instrumens dans une chambre réchauffée.			
—	25	84	—	—	8	2	43	42	62
—	30	—	74 $\frac{1}{2}$	—	—	32	44 $\frac{3}{4}$	44 $\frac{1}{4}$	62 $\frac{1}{2}$
—	45	80	70	—	—	47	46	46 $\frac{1}{2}$	63
1	—	78	68 $\frac{1}{8}$	—	9	24	48	49 $\frac{1}{2}$	—
—	30	74 $\frac{1}{4}$	64 $\frac{1}{4}$	—	10	—	50	52	—
2	—	71 $\frac{1}{8}$	61 $\frac{1}{2}$	43 $\frac{3}{4}$	—	41	51 $\frac{1}{2}$	53 $\frac{7}{8}$	—
—	30	68 $\frac{1}{8}$	58 $\frac{3}{4}$	43 $\frac{1}{2}$	12	—	54	56 $\frac{1}{2}$	—
3	—	65 $\frac{3}{4}$	56 $\frac{3}{4}$	—	12	26	54 $\frac{1}{2}$	57	—
—	30	63 $\frac{1}{2}$	54 $\frac{1}{4}$	—		On termine l'expérience.			

Le seul aspect de ce tableau annonce une grande différence entre la marche des deux instrumens. Celui qui était enveloppé de toile s'est refroidi beaucoup plus rapidement que l'autre. Nous reviendrons tout-à-l'heure sur ce fait, qui tient à une des lois les plus remarquables du rayonnement du calorique. Pour le moment, bornons-nous à considérer la marche propre de chaque appareil, et commençons par le n° 1.

La première considération qui se présente, c'est que la température de l'appareil a d'abord baissé rapidement dans les premiers instans où elle était beaucoup plus haute que celle de l'atmosphère environnante ; puis sa marche s'est ralentie à mesure que cet excès est devenu moindre ; de sorte que l'égalité rigoureuse des températures semble être une limite qui ne peut être atteinte que dans l'infini. Ceci est tout-à-fait analogue à ce que nous avons déjà observé sur la déperdition de l'électricité par le contact de l'air ; aussi la loi est-elle la même : l'abaissement du thermomètre de l'appareil, dans un temps infiniment petit, est sensiblement proportionnel à l'excès actuel de sa température sur celle de l'air environnant. Mais les observations précédentes sont trop éloignées les unes des autres pour qu'on y puisse vérifier ainsi cette loi dans ses élémens, et il faut employer tout de suite l'équation intégrale qui en résulte. Soit t le temps compté en minutes, à partir de la seconde observation, qui est faite à $10^h\ 30'$. Je laisse la première de côté, parce qu'elle a dû être affectée de toute l'irrégularité de la marche initiale, quand l'appareil a commencé à être porté dans la chambre froide. Nommons T l'excès de température de l'appareil sur celle de l'air, à l'instant quelconque t, T_0 sera alors $109,5 - 43,5$, ou 66 ; et l'on aura en général, comme dans la page 251 du premier volume,

$$\log T = \log T_0 - \frac{a}{M}.t.$$

a est un coefficient constant qui mesure la vitesse du refroidissement, et qui dépend des qualités particulières du corps que l'on observe. M est le module des tables logarithmiques, ou 2,302585 ; ici on peut déterminer a en se donnant la

valeur de T à l'époque t, d'après les observations. En répétant cette épreuve sur quelques unes, j'ai trouvé pour moyenne

$$\frac{a}{M} = 0{,}00187785.$$

Pour montrer jusqu'à quel point la formule ainsi déterminée satisfait aux expériences, j'en ai déduit le tableau suivant :

Epoques des observations.	Valeurs de t, en minutes.	Valeurs de T, calculées.	Température de l'air.	Températures de l'appareil.	
				calculées.	observées.
10h 3′	0	66,00	43,5	109,50	109,50
11 30	60	50,92	44,0	94,92	94,00
12 25	115	40,14	44,0	84,14	84,00
1 30	180	30,30	43,5	73,80	74,25
2 30	240	23,38	43,5	66,88	68,12

On voit que le calcul et l'observation s'accordent d'une manière satisfaisante. Si l'on fait le même calcul pour l'appareil vêtu de toile, on trouve

$$\frac{a}{M} = 0{,}00264483.$$

Ce coefficient est plus grand que pour le premier, parce que le refroidissement est plus rapide.

J'essaierai encore la formule sur une série d'observations que j'ai faites dans les Alpes, à l'hospice du grand Saint-Bernard, avec une sphère solide de cuivre doré, au centre de laquelle plongeait un thermomètre. Pour chauffer cette sphère, on la plaçait dans un étui de fer-blanc, que l'on plongeait dans de l'eau bouillante, et lorsque le thermomètre intérieur était devenu stationnaire, on la portait dans une chambre froide, où on la suspendait par trois cordons; après quoi l'on observait l'abaissement progressif de sa température. Lorsque cette expérience fut faite, le baromètre marquait $0^m,5741$, et le thermomètre dans l'air de la chambre $+ 12°,2$, division centésimale. Il n'a pas varié sensiblement.

ÉPOQUES.			TEMPÉRATURES de l'appareil, observées.
0h	45′	45″	55°
	47	40	54
	49	40	53
	51	40	52
	55	50	51
	56		50
	58	10	49
1	1	10	48
	6	15	46
	9	0	45
	12	0	44
	18	10	42
	24	30	40
	31	20	38
	35	50	37
	38	20	36
	47	0	34
	51	20	33
	56	30	32

Je reprends maintenant la formule

$$\log T = \log T_0 - \frac{a}{M} \cdot t,$$

et pour en déterminer les élémens, je pars de la troisième observation, où la température observée a été 53°. J'ai ainsi $T_0 = 53° - 12,2 = 40,8$. Je combine celle-ci avec la dernière, qui donne $T = 32 - 12,2 = 19,8$; l'intervalle t, exprimé en minutes, est $116,50 - 49,67$ ou $66,83$. Avec ces données, je trouve $\frac{a}{M} = 0,00469841$.

Et, calculant d'après ce résultat pour diverses époques intermédiaires, j'ai formé le tableau suivant, qui montre l'accord de la formule avec les observations :

Époques des observations.	Valeurs de t, en minutes.	Valeurs de T, calculées.	Températures de l'air.	Températures de l'appareil, calculées.	Températures de l'appareil, observées.
		°	°	°	°
0h 49′ 40″	0′ 0″	40,8	12,2	53,0	53,0
1 1 10	11 30	36,03	12,2	48,23	48,0
12 0	22 20	32,04	12,2	44,20	44,0
24 30	34 50	27,99	12,2	40,19	40,0
38 20	48 40	24,10	12,2	36,30	36,0
56 30	66 50	19,80	12,2	32,00	32,0

On voit que l'observation et le calcul sont parfaitement d'accord. J'avais fait la même expérience à Paris, avant mon départ, sous une pression de $0^m,76$, et je l'avais trouvé un peu plus rapide, le coefficient $\frac{a}{M}$ m'ayant paru être alors 0,000509 36. Mais je ne donne pas ce résultat comme sûr, par deux raisons, dont la première est que le contact du thermomètre avec le métal peut n'avoir pas été identiquement le même dans les deux expériences; et la seconde, c'est que la vitesse absolue du refroidissement peut n'être pas non plus égale dans des chambres différentes, quelque vastes qu'elles soient, si le revêtement de leurs parois n'est pas identiquement le même. Il conviendrait donc de répéter l'expérience en s'assurant bien de ces deux conditions, et cela servirait à connaître dans quelle proportion le rayonnement du calorique et le contact de l'air contribuent au refroidissement total.

On pourrait peut-être encore parvenir à démêler cette proportion en faisant refroidir un même corps dans un grand manomètre où l'on introduirait de l'air sec à diverses densités; mais, dans ce cas, la masse d'air en contact avec le corps étant fort petite, et les parois du manomètre très-peu distantes, l'influence de ces parois sur le progrès du refroidissement serait très-considérable. Nous en avons eu, M. De Candolle et moi, une preuve trop certaine dans une suite d'expériences où nous observions le refroidissement et le réchauffement d'un ther-

momètre fort sensible, suspendu par une tige de bois mince, au centre d'un ballon de verre dont l'intérieur était exactement desséché par des alcalis. Après avoir rempli ce ballon d'air ou de tout autre gaz sec, nous le portions successivement dans une chambre chaude et dans une chambre froide, où il se mettait peu à peu en équilibre de température. Or, telle était l'influence du rayonnement des parois du ballon sur le thermomètre intérieur, que la marche de celui-ci a été constamment la même, quelle que fût la nature ou la densité du gaz, que ce fût de l'air ou de l'acide carbonique, ou le vide même, pourvu que le dessèchement fût assez complet pour empêcher la formation ou la précipitation de vapeurs aqueuses. Cette influence aurait sans doute été beaucoup moindre, si, tenant le ballon et l'air environnant à une température constante, nous eussions introduit subitement le thermomètre et observé son refroidissement ou son réchauffement. Aussi, plusieurs physiciens ont annoncé qu'en opérant de cette manière, on observait des différences sensibles entre les temps du refroidissement ou du réchauffement dans les différens gaz. Ces expériences mériteraient d'être reprises avec un soin particulier.

La loi logarithmique par laquelle nous avons représenté les refroidissemens dans les expériences précédentes s'applique aussi aux réchauffemens. Pour en donner un exemple, je citerai une série d'observations de ce genre, faites par Rumford, sur les appareils n° 1, n° 2, à la suite de l'expérience de refroidissement que nous avons calculée. Lorsque ces appareils eurent atteint la température de la chambre froide, il les porta dans une autre, où l'air était à 63 de Farenheit, et il observa le progrès de leur réchauffement tel qu'il est rapporté dans le tableau de la page 619.

On voit que l'appareil vêtu, qui s'était refroidi plus vite que l'autre, s'est aussi réchauffé plus vite. Cette permanence s'observe constamment dans tous les cas pareils.

Essayons de calculer ces expériences avec les mêmes valeurs de a que les refroidissemens nous ont données. Pour cela,

partons de la seconde observation, où la marche du réchauffement a dû commencer à être régulière. Nous aurons pour l'un et l'autre appareil $T_0 = 62,5 - 44,75 = 17,75$. Avec cette donnée, et les coefficiens trouvés plus haut, calculons la température des deux appareils pour l'avant-dernière observation, relativement à laquelle on a $t = 208$. Nous trouverons pour le premier 55,8, au lieu de 54 que donne l'expérience, et pour le second 58, au lieu de 56,5. L'un et l'autre se sont donc réchauffés un peu plus lentement qu'ils ne s'étaient refroidis, ce qui peut tenir à la disposition différente du local. Malgré cette différence, la loi logarithmique subsiste pour ces séries; car il suffirait, pour les représenter, d'affaiblir un peu les valeurs de $\frac{a}{M}$.

Mais voici des exemples qui la confirmeront plus sûrement encore. Ce sont des expériences que nous avons faites il y a fort long-temps, M. Decandolle et moi, sur le réchauffement et le refroidissement de divers liquides contenus dans un vase de porcelaine, au centre duquel était placé un thermomètre fixe. Les variations de température s'observaient, non pas dans l'air, mais dans des bains d'eau froide ou d'eau chaude, qu'on maintenait à une température constante pendant la durée de l'expérience, ou plutôt qui s'y maintenaient d'eux-mêmes par leur masse et par la nature peu conductrice des vases où l'eau était renfermée. Je citerai les observations relatives à l'acide sulfurique. Je ferai remarquer en passant qu'il ne faut pas chercher une loi simple dans les variations de température des liquides évaporables, à moins qu'ils ne soient hermétiquement enfermés, puisque les vapeurs qu'ils émettent s'élèvent toujours aux dépens de leur propre chaleur.

Réchauffement de l'acide sulfurique.		Refroidissement de l'acide sulfurique.	
Température initiale du liquide	+ 10°	Température initiale du liquide.....	+ 49°
Du bain.....	+53..50°	Du bain.....	10
Epoques.	Températures.	Epoques.	Températures.
non observées.	10°		49°
	11	3′ 3″	48
	12	43	47
1′ 22″	13	4 18	46
32	14	52	45
38	15	5 21	44
46	16	50	43
54	17	6 20	42
2 3	18	48	41
11	19	7 15	40
21	20	44	39
30	21	.....	38
41	22	8 51	37
56	23	9 28	36
3 9	24	10 5	35
23	25	39	34
37	26	11 19	33
52	27	55	32
4 12	28	12 38	31
32	29	13 20	30
55	30	14 7	29
5 20	31	53	28
45	32	15 46	27
6 14	33	16 39	26
49	34	17 35	25
7 21	35	18 37	24
8 2	36	19 47	23
50	37	20 57	22
9 36	38	22 5	21
10 30	39	23 25	20
11 17	40	25 5	19
12 23	41	26 52	18
13 38	42	.... ..	17
14 59	43	30 31	16
16 44	44	32 49	15
18 58	45	35 39	14
21 40	46	39 39	13
25 15	47	44 45	12
30 15	48		
43 17	49		

Commençons par calculer la première série, relative au réchauffement. A cet effet, partons de la sixième observation, où la marche du thermomètre est déjà devenue régulière, comme le montre le progrès des différences. La température de l'appareil était alors 18°. Nous aurons donc $T_0 = 52 - 18 = 34$, et il faudra compter les temps à parler de cette époque. Si l'on prend une autre observation T faite à l'époque t, il suffira de substituer ces valeurs dans la formule

$$\log T = \log T_0 - \frac{a}{M} t;$$

et l'on en déduira $\frac{a}{M}$. J'ai trouvé ainsi, par une moyenne entre deux essais, en comptant le temps en secondes,

$$\frac{a}{M} = 0{,}0010239366.$$

Et en calculant les températures de cinq en cinq degrés, avec cette valeur, j'ai formé le tableau suivant :

Epoques.		Valeurs de t, observées.	Valeurs de T, calculées.	Températures du bain.	Températures du liquide.	
					calculées.	observées.
1′	38″	— 23″	36,°06	53°	14,°94	15°
2	3	0	34,00	52	18,00	18
	56	+ 53	30,00	52	22,00	23
4	12	129	25,08	52	26,92	28
6	14	251	18,81	52	33,19	33
8	50	407	13,00	52	39,00	37
13	38	695	6,60	52	45,4	42

J'ai calculé de même la série des refroidissemens. En partant de la cinquième observation, qui donne $T_0 = 44 - 10 = 34$, et la combinant seulement avec la vingt-troisième qui donne $T = 25 - 10 = 15$, j'ai trouvé

$$\frac{a}{M} = 0{,}0004841826.$$

Cette valeur est bien moindre que pour la première série, ce

qui annonce que l'appareil s'est refroidi beaucoup plus lentement qu'il ne s'était réchauffé. En effet, toutes les observations attestent cette différence, qui provient vraisemblablement de la masse inégale des deux bains, ou de la différence de leurs rapports avec l'air environnant. Quoi qu'il en soit, cette nouvelle valeur de $\frac{a}{M}$ représente parfaitement bien les observations, comme le prouve le tableau ci-dessous, que j'en ai déduit.

Epoques.	Valeurs de t, observées.	Valeurs de T, calculées.	Températures du bain.	Températures du liquide.	
				calculées.	observées.
5′ 21″	0″	34°	10°	44° 00	44°
7 44	143	28, 99	10	38, 99	39
10 39	318	23, 85	10	33, 85	34
14 7	526	18, 91	10	28, 91	29
17 35	734	15	10	25	25
25 5	1188	9, 06	10	19, 06	19
35 39	1818	4, 48	10	14, 48	14

Les comparaisons précédentes suffisent pour prouver l'exactitude de la formule dans les limites de température où nous l'avons essayée. La loi qu'elle exprime est due à Newton, qui, considérant la température comme l'effet de toute la chaleur libre d'un corps, jugea que deux corps qui se touchent devaient, dans chaque instant infiniment petit, s'en communiquer mutuellement des quantités proportionnelles à celles que chacun d'eux possède. Newton confirma cette loi par des expériences directes; mais il paraît qu'il l'étendit trop loin, en voulant suivre ses conséquences indéfiniment dans toute l'échelle des températures. Une suite nombreuse d'expériences, faites par De Laroche prouve, d'une manière incontestable, que la proportionnalité supposée par Newton n'est qu'une approximation dont l'usage est, à la vérité, suffisant quand la différence de température des corps en contact est fort petite,

mais qui s'écarte de la vérité à mesure que cette différence devient plus considérable.

Les procédés par lesquels De Laroche est parvenu à ce résultat sont tous fondés sur le principe suivant : concevons qu'une source constante de chaleur agisse à distance sur un corps B suspendu dans l'air ; ce corps s'échauffera peu à peu par l'absorption du calorique qu'il reçoit de la source ; mais en même temps, devenant plus chaud que l'air qui l'environne, il tendra à s'y refroidir comme tout autre corps, de façon que son état absolu, à chaque instant, dépendra de ces deux effets balancés. D'après cela, on voit que la température du corps s'élèvera tant, qu'il recevra plus qu'il ne donne, mais elle deviendra stationnaire quand les échanges seront égaux. Or, en supposant ce maximum assez peu élevé pour qu'on puisse encore y appliquer la loi logarithmique, comme dans les expériences calculées tout-à-l'heure, la quantité C de calorique perdue alors par le corps B, en un instant infiniment petit, sera proportionnelle à l'excès t de sa température sur celle de l'air environnant ; et si la même loi logarithmique peut aussi être appliquée à la source, malgré l'élévation de sa température, ce que nous voulons éprouver, la quantité C devra être aussi proportionnelle à l'excès T de cette température sur celle du corps ; donc, quel que soit le degré de chaleur de la source, pourvu que son mode d'action sur B, et le mode d'action de B sur l'air, soient toujours les mêmes, T et t devront avoir entre eux un rapport constant.

Nous avons employé la supposition d'une source constante, parce que le raisonnement en devenait plus simple, mais cette constance n'est nullement nécessaire. Car, imaginez que l'influence calorifique émane aussi d'un corps échauffé, suspendu dans l'air libre : la température de ce corps baissera graduellement pendant qu'il échauffera de loin le thermomètre ; mais cette marche inverse amènera de même une époque où le thermomètre cessera de monter pour redescendre ensuite, et à cette époque, les quantités de chaleur qui lui arriveront de la source

seront encore exactement égales à celles qu'il émet dans l'air environnant. Supposez donc qu'à cet instant fixe, on observe la température de l'air, celle du thermomètre et celle du corps chaud qui agit sur lui, les différences de ces températures donneront t et T, exactement comme si l'on se fût servi d'une source constante; seulement il faudra faire rapidement l'observation à l'époque fixe du maximum, car cet état ne durera qu'un instant, au lieu qu'il subsisterait toujours, si l'on employait une source constante de chaleur.

Tel est le principe sur lequel De Laroche s'est appuyé; et il en a fait l'application à divers modes d'expériences que nous allons considérer successivement.

D'abord, pour les températures inférieures à 200°, il employait, comme source de chaleur, un creuset de fer rempli de mercure échauffé à des degrés divers, et dont la température était toujours indiquée par un thermomètre qui y plongeait constamment. Mais pour étendre davantage ses épreuves, il a fait d'autres séries d'expériences où le corps chaud était un lingot de cuivre à peu près sphérique, dont il pouvait déterminer la température à une époque quelconque, en le jetant subitement dans une masse d'eau froide, et observant de combien il la réchauffait. Nous expliquerons plus loin le détail de cette méthode, que nous avons déjà indiquée en parlant du degré de trempe des barreaux magnétiques. Le corps qui recevait l'influence calorifique était ordinairement un thermomètre très-exact dont il avait noirci la boule, afin que, devenue opaque, elle arrêtât plus aisément les rayons calorifiques; mais pour éviter tous les doutes qu'on aurait pu élever sur les indications de cet instrument, il lui a quelquefois substitué de petits cubes de glace égaux en poids, en dimensions, et qu'il exposait à l'action de la source calorifique pendant un temps donné. Il observait au même instant la fusion spontanée d'un de ces cubes dans l'air pendant un temps égal; puis, retranchant la quantité d'eau obtenue ainsi, de celle que produisait l'influence combinée de l'air et du corps chaud, il obtenait

séparément l'effet de cette dernière, et pouvait par conséquent connaître si elle était, ou non, proportionnelle à la température du corps chaud. Enfin, pour transmettre l'influence calorifique, il employait ordinairement l'appareil à deux miroirs conjugués; mais voulant s'assurer que la réflexion ne faisait que rendre les effets plus sensibles sans changer leur nature, il répéta les expériences par le seul moyen de l'action directe, et la marche des résultats fut la même. Généralement, quelque mode qu'il employât, il prenait des précautions infinies pour que la place et la situation du corps chaud et du thermomètre fussent rigoureusement constante, pendant les diverses épreuves d'une même série, comme aussi pour que la température de l'air n'éprouvât pas la plus légère variation. Il s'était assuré que ses miroirs, quoique assez imparfaits, donnaient cependant des résultats constans, lorsque toutes ces conditions de situation étaient rigoureusement observées; il avait étudié leurs moindres défauts; il les connaissait, comme un bon astronome connaît ceux de ses instrumens; il avait déterminé, par des expériences comparatives, le pouvoir réflecteur de chaque partie de leur surface; et son travail offre un nouvel exemple de l'exactitude à laquelle un habile observateur peut parvenir, en suppléant, à force d'adresse, aux défectuosités de ses appareils. Je passe maintenant aux résultats des expériences qui, après ce qui précède, n'ont plus besoin d'explication. J'ajouterai seulement que les températures y sont indiquées en degrés de la division centésimale.

Expériences avec le creuset de fer rempli de mercure. L'influence calorifique est transmise au thermomètre par le système des miroirs conjugués.

Première Série.			Seconde Série.		
Indication des expériences.	Excès de la température du mercure sur celle du thermomètr. focal au moment où celui-ci est devenu stationnaire, T.	Excès de la température du therm. focal sur celle de l'air, au moment du maximum, t.	Indication des expériences.	Excès de la température du mercure sur celle du thermomètr. focal, au moment où celui-ci est devenu stationnaire, T.	Excès de la température du therm. focal sur celle de l'air, au moment du maximum, t.
a	81°	4,°7	a	41,°4	1,°69
b	89	4, 5	b	42, 3	1, 69
c	131	9, 1	c	42, 4	1, 46
d	172	13, 1	d	80, 2	3, 56
e	175	14, 6	e	80, 8	3, 56
f	205	17, 4	f	82, 4	3, 56
			g	134, 0	7, 06
			h	135, 3	7, 57
			i	158, 5	10, 73
			k	162, 1	9, 66
			l	175, 4	12, 32
			m	187, 5	13, 52

Ces deux séries sont construites graphiquement, dans les fig. 58 et 59, en prenant les T pour abscisses et les t pour ordonnées. Au milieu des irrégularités qu'elles présentent et que la délicatesse des observations rend presque inévitables, on remarque, dans les t, une tendance générale à croître plus rapidement que par une simple ligne droite. Cette tendance peut être exprimée d'une manière très-approchée par la loi suivante : $$t = a\,T + b\,T^3,$$
les coefficiens a et b étant deux constantes qui doivent être déterminées, pour chaque série, d'après les observations mêmes, et qui dépendent des circonstances particulières où la série est faite, telles que la distance, le mode d'action, la nature de la source, etc.

Pour la première série, par exemple, il faut prendre

$$\log a = \bar{2},62433 92 \qquad \log b = \bar{6},0076940,$$

d'où

$$b = \frac{1}{41366} \cdot a;$$

et en comparant les valeurs calculées de t à celles que donne l'expérience, on obtient le tableau suivant, dans lequel, pour diminuer les chances d'erreurs, j'ai réuni en une seule les observations où les T ne différaient que de trois ou quatre degrés.

Valeurs de T, observées.	Valeurs de t, calculées.	Valeurs de t, observées.	Excès du calcul.
85°	4,°29	4,°6	— 0,°31
131	9, 14	9, 1	+ 0, 04
173,5	12, 62	13, 85	— 1, 23
205,0	17, 40	17, 40	0, 00

Les coefficiens a et b n'ont pas été déterminés par cette série, qui aurait été trop peu nombreuse; leur rapport avait été obtenu par une autre série que je citerai tout-à-l'heure, et on a seulement modifié leurs valeurs absolues de manière à les plier à la dernière observation. En effet, le corps chaud et le thermomètre restant les mêmes, si on les fait agir l'un sur l'autre par divers modes qui fassent seulement varier l'intensité de leur influence réciproque, sans en modifier la nature intime, les valeurs de t doivent varier proportionnellement, et en conséquence, le rapport des coefficiens a et b ne changera pas. Il en sera ainsi, par exemple, si l'on change seulement la distance des miroirs conjugués, ou si l'on change un peu la place du thermomètre, ou même si on fait agir le corps et le thermomètre l'un sur l'autre directement. C'est même ce cas qui m'a servi d'abord à déterminer le rapport des coefficiens a et b. D'après cela, pour les appliquer à la seconde série, il faut leur

conserver ce même rapport, et modifier seulement leur valeur absolue, de manière à satisfaire à une des observations, par exemple à la dernière. En opérant ainsi, j'ai trouvé

$$\log a = \bar{2},5908316 \quad \log b = \bar{7},9741864 \quad b = \frac{1}{41366} \cdot a;$$

et en calculant les t pour les diverses valeurs de T observées, il en est résulté le tableau suivant :

Valeurs de T, observées.	Valeurs de t, calculées.	Valeurs de t, observées.	Excès du calcul.
42,°0	1,°71	1,°55	+ 0,°16
81, 1	3, 66	3, 56	+ 0, 10
134, 6	7, 52	7, 32	+ 0, 20
160, 3	11, 13	10, 20	+ 0, 93
175, 4	11, 92	12, 32	— 0, 49
187, 5	13, 52	13, 52	+ 0, 00

On voit que la formule suit encore les observations avec une singulière exactitude ; car les petits écarts qui s'y remarquent sont d'un ordre tel, qu'on ne peut espérer de les éviter dans un genre d'expérience aussi difficile.

Voici enfin une autre série qui a été faite sans miroirs, et par la seule influence directe du creuset échauffé, sur le thermomètre placé à une distance fixe. J'ai déterminé de même les valeurs absolues des coefficiens a et b, en satisfaisant à une des observations, et j'ai trouvé

$$\log a = \bar{2},3964086 \quad \log b = \bar{7},7797634 \quad b = \frac{1}{41366} \cdot a;$$

et en calculant les t, pour les diverses valeurs de T que De Laroche avait observées, j'en ai déduit des résultats que j'ai comparés aux siens, comme le montre le tableau suivant :

Valeurs de T, observées.	Valeurs de t, calculées.	Valeurs de t, observées.	Excès du calcul.
78,°6	2,°25	2,°25	0°
83, 4	2, 43	2, 35	+ 0,08
104	3, 27	2, 90	+ 0,37
123	4, 64	4, 55	+ 0,09
164	6, 74	6, 55	+ 0,19
196	9, 40	9, 20	+ 0,20
219	11, 78	12, 20	— 0,42
224	12, 35	12, 35	0,00

On voit que nos coefficiens représentent encore très-bien cette série. C'est par elle que je les avais déterminés d'abord, en prenant pour conditions uniques la première et la dernière observation seulement. Ainsi, en partant de ces deux données, tous les autres nombres de la série sont d'eux-mêmes sortis de la formule; et ensuite, pour toute autre série, le transport des coefficiens a et b n'a plus exigé qu'une seule observation. Un pareil accord suffit, je crois, pour mettre dans une évidence complète la proposition énoncée par De Laroche; savoir: lorsqu'un corps chaud A réchauffe un autre corps B, à distance et à travers l'air, la quantité de calorique rayonnant que celui-ci reçoit dans chaque instant infiniment petit, n'est pas simplement proportionnelle à l'excès de la température de B sur la sienne, comme cela devrait être suivant la loi de Newton.

Nos formules montrent en outre que l'erreur de la proportionnalité décroît rapidement à mesure que la différence de température des deux corps devient moindre; de sorte qu'elle devient très-faible et presque insensible quand cette différence est inférieure à 100°. Cela explique pourquoi les physiciens, n'ayant guère opéré sur des températures supérieures à ce terme, n'avaient pas aperçu, avant De Laroche, l'erreur dont il s'agit. Il est bien vrai que Newton lui-même avait fait quelques observations sur le refroidissement d'un fer rouge; mais comme il n'avait pas de moyens directs pour en évaluer

la température, dans les hauts degrés de chaleur, il se borna à la conclure du progrès de son refroidissement observé dans des températures plus basses, en prolongeant ces observations suivant la loi logarithmique que nous avons précédemment exposée; et il se servit de tous ces intervalles pour assigner les degrés de fusion de diverses substances qu'il avait posées sur sa masse de fer, d'après l'observation des époques diverses où elles avaient commencé à s'y congeler. Mais ces résultats supposent évidemment que la loi de proportionnalité se continue dans les plus hautes températures, et les expériences de De Laroche, représentées par nos formules, prouvent qu'il n'en est pas ainsi.

Il importe de remarquer que ce résultat, uniquement borné aux indications thermométriques, est tout-à-fait indépendant des rapports plus ou moins composés qui peuvent exister entre ces indications et les quantités absolues de calorique que le corps rayonnant émet. Il se peut que ces quantités ne soient pas exactement proportionnelles aux indications thermométriques qui mesurent pour nous *la température des corps*; il se peut même qu'elles en soient fort éloignées. Cela ne fait rien à notre conclusion, et il est toujours vrai de dire que les quantités de calorique rayonnant communiquées par le corps chaud en un instant infiniment petit ne sont pas simplement proportionnelles à l'excès de sa température sur celle du corps soumis à son action.

On doit faire attention que la proposition, ainsi énoncée, s'applique aux quantités de calorique *reçues* par le corps qui se réchauffe, et non pas à celles que le corps chaud émet. C'est une distinction que De Laroche a sagement faite; car on peut bien affirmer que la différence actuelle des températures n'est pas simplement proportionnelle aux quantités de calorique reçues instantanément par le second corps; mais il se pourrait qu'elles le fussent aux quantités émises par le premier, si l'air à travers lequel la transmission s'opère absorbait une portion sensible de ce calorique, et lui laissait un passage d'autant plus libre, qu'il émanerait d'un corps plus

chaud. On verra tout-à-l'heure que cet effet a lieu pour les lames de verre, quand on les interpose dans le courant calorifique, et il serait fort possible qu'il se produisît aussi dans l'air. Mais les expériences de De Laroche me paraissent prouver qu'il y est nul ou très-faible ; car les diverses séries que nous avons calculées n'ont sans doute pas été faites avec une même distance du thermomètre au corps chaud ; et surtout il a fallu changer considérablement cette distance, pour passer de la transmission par des miroirs à la transmission directe. Si donc l'air exerçait sur les divers rayons calorifiques une action analogue à celle du verre, elle devrait probablement varier aussi avec l'épaisseur autrement que par une simple loi de proportionnalité ; et alors nos coefficiens a et b ne pourraient pas conserver entre eux le même rapport à toute distance, comme nous avons cependant vu que cela avait lieu. Je conclus par le même raisonnement que, dans les limites de température embrassées par ces expériences, les miroirs de métal réfléchissent aussi une proportion constante du calorique rayonnant qui tombe sur leur surface, quelle que soit la température de la source d'où ce calorique est émané.

De Laroche a fait encore d'autres expériences qui vont à de plus hautes températures, en employant pour source de chaleur un lingot de cuivre à peu près sphérique, dont il déterminait la température par immersion, au moment où le thermomètre focal devenait stationnaire. J'ai calculé une de ces séries, qui a été faite avec l'appareil à deux miroirs, et elle s'est pliée à la même loi que les précédentes, sauf la valeur différente des coefficiens a et b, qui en effet doit varier avec les diverses substances. J'ai encore calculé par la même loi une série faite sur le rayonnement direct, et une autre où l'action calorifique, au lieu d'être dirigée sur un thermomètre noirci, l'a été sur de petits blocs de glace. A travers les petites irrégularités que ces séries présentent, et qui viennent sans doute en grande partie de la difficulté d'évaluer les températures, on retrouve toujours la même accélération. Seulement, ces diverses séries n'ont pas présenté avec tant d'exactitude le

rapport constant des coefficiens a et b, qui s'est si bien soutenu par les trois séries faites avec le creuset de fer rempli de mercure ; soit qu'en effet De Laroche ait opéré, dans les différens cas, avec des lingots de grosseur inégale, ou que l'état du lingot qu'il employait ait été modifié dans les opérations successives par l'oxidation. Cette incertitude nous ôte la possibilité de décider si le pouvoir réflecteur des miroirs reste constant à ces hautes températures, comme il l'est jusqu'à 200°. Mais ce que j'ai dit plus haut suffit pour montrer comment on pourra décider ce point important, au moyen d'expériences pareilles, faites, comparativement avec et sans réflecteur, en employant toujours le même corps chaud.

Je passe maintenant aux expériences relatives à la transmission à travers le verre : celles-ci ont toutes été faites avec l'appareil à deux miroirs conjugués. Le corps réchauffé était toujours un thermomètre noirci, et le corps chaud a été tantôt un creuset de fer rempli de mercure, tantôt un lingot de cuivre dont la température se déterminait par immersion.

De Laroche a commencé par s'assurer que le thermomètre focal exposé pendant un temps très-court, une minute, par exemple, à l'action de la source calorifique, s'élevait dans cet intervalle proportionnellement à la quantité totale de calorique qui lui parvenait. Pour cela, il a fait agir le même corps chaud durant une minute dans trois circonstances successives : 1° en couvrant une moitié de la surface d'un de ses miroirs ; 2° en couvrant l'autre moitié ; 3°. en laissant le miroir entier à découvert. Si le miroir eût été parfait, les deux premières expériences auraient dû évidemment donner un résultat égal ; mais les qualités différentes des diverses parties de sa surface, et peut-être aussi une petite déviation inévitable dans la direction de l'axe, produisaient une légère inégalité entre les deux résultats. De Laroche la détruisit en prenant leur moyenne arithmétique, qu'il pût ainsi regarder comme exprimant l'action de la moitié de la surface du miroir. Alors cette action, mesurée par l'ascension du thermomètre focal,

se trouva très-exactement la moitié de celle que produisait le miroir entier ; et la loi de proportionnalité qu'il s'agissait d'établir fut ainsi mise en évidence.

Ce point assuré, l'expérience s'achevait de la manière suivante. Un écran opaque étant interposé entre les foyers conjugués, on plaçait à l'un d'eux le corps chaud dont on voulait observer l'action. Puis retirant subitement l'écran, on laissait ce corps rayonner librement à travers l'air pendant la durée d'une minute, et l'on notait la quantité dont le thermomètre focal s'était élevé. Le temps était marqué par une bonne montre à secondes. Cela fait, on ramenait le corps chaud à sa température primitive, et l'on répétait la même observation en interposant dans le trajet des rayons calorifiques une lame de verre perpendiculaire à l'axe commun des miroirs. Enfin on répétait une troisième fois l'expérience, en interposant une autre lame de verre pareille à la précédente, mais noircie avec de l'encre de Chine sur celle de ses faces qui était tournée vers le corps chaud. Cette dernière lame, par son opacité, arrêtait la transmission directe des rayons calorifiques, et ne laissait parvenir au thermomètre que ce qu'elle lui envoyait directement elle-même, en vertu de l'échauffement qu'elle éprouvait, échauffement qui était pour le moins aussi considérable que celui de même genre que pouvait éprouver la lame transparente de verre. Ainsi, en le retranchant de l'effet total, produit par cette dernière lame sur le thermomètre, le reste devait exprimer l'effet séparé des rayons calorifiques librement transmis par cette lame, ou peut-être même un effet plus faible, mais non certainement pas un plus fort. Comparant enfin le résultat à l'effet total produit par la transmission à travers l'air seul, on pouvait savoir si la perméabilité de la lame de verre croissait ou restait constante à toutes les températures. Je laisse maintenant parler les observations.

	Numéros des experiences.	Ascension du thermomètre focal en une minute.			Excès de V sur N ; V — N.	Rapport de D—N à D.
		Point d'ecran. D	Ecran de verre transp. V.	Ecran de verre noir. N.		
1re Série. Creuset plein de mercure à 180°.	1	3.92	0,21	0,08		
	2	3,96	0,24	0,06		
	3		0,22			
	Moyennes.	3,94	0,22	0,07	0,15	$\frac{10}{261}$
2e Série. Même creuset plein de mercure bouillant ou à 346°.	1	16,33	1,30	0,15		
	2	16,18	1,45	0,15		
	3	16,48	1,33	0,21		
	Moyennes.	16,33	1,36	0,17	1,19	$\frac{10}{117}$
3e Série. Lingot de fer à 427°.	1	32,7	5,14	0,30		
	2	33,0	4,44	0,33		
	3		4,54	0,30		
	Moyennes.	32,8	4,70	0,31	4,39	$\frac{10}{75}$
4e Série. Lingot de cuivre à 960°.	1	38,37	11,35	Calculée d'après la serie suivante.		
	2	38,84	13.26			
	3	39,71	10,89			
	Moyennes.	38,97	11,83	0,40	11,43	$\frac{10}{34}$
5e Série. Même lingot chauffé au même point.	1	69,52	21,80	0,67		
	2	77,15	21,74	0,79		
	3	68.95	20,71			
	Moyennes.	71,54	21,41	0,73	20,68	$\frac{11}{34}$
6e Série. Lampe d'argent sans cheminée de verre	1	21,57	7,56	0,28		
	2	20,68	7,03	0,15		
	Moyennes.	21,12	7,29	0,21	7,08	$\frac{10}{29}$
7e Serie. Lampe d'argent avec sa cheminee.	1	23,44	12,82	0 23	2,49	$\frac{10}{10}$

La progression indiquée par la dernière colonne de ce tableau est d'une parfaite évidence. La proportion de calorique rayonnant, qui passe à travers la lame de verre, augmente à mesure que le calorique émane d'un corps plus chaud. D'abord insensible quand ce corps n'a qu'une température basse, elle s'élève progressivement jusqu'à l'état où il devient lumineux, et même alors elle croît encore à mesure que sa lumière devient plus vive. N'est-ce pas là, comme nous l'avons déjà remarqué, une indication très-vraisemblable de l'identité de nature entre le calorique et la lumière, celle-ci n'étant que du calorique rayonnant émané d'une source assez chaude pour devenir sensible à nos yeux ?

Pour ne laisser aucun doute sur une conséquence si importante, De Laroche a repris les expériences précédentes en modifiant par des diaphragmes le nombre des rayons calorifiques qui pouvaient arriver au thermomètre, de manière que l'effet éprouvé par ce thermomètre, à travers l'air seul, fût égal pour diverses températures du corps chaud. Il établissait cette égalité par expérience, et l'on conçoit qu'il doit être toujours possible de l'atteindre. Or, dans ce cas, les effets de la transmission libre à travers la lame de verre, dépouillés de la petite portion due à l'échauffement propre de cette lame, ont comme tout-à-l'heure, augmenté avec rapidité en même temps que la température de la source, quoique l'effet direct, à travers l'air seul, fût le même dans tous les cas. Si quelque physicien reprend un jour ces expériences, il sera intéressant qu'il examine si la progression ne serait pas différente, à températures égales, selon la substance dont est fait le corps rayonnant, et selon l'état de sa surface. Car, puisqu'il est ainsi prouvé que les molécules calorifiques émanées d'un corps chaud ne sont pas modifiées de la même manière à toute température, les unes traversant plus aisément le verre que les autres, il serait possible que certains corps émissent plus abondamment telle espèce de ces molécules, de même que certaines flammes émettent plus de rayons bleus, et d'autres plus de rayons verts, ce qui les fait

paraître bleues ou vertes par comparaison ; et alors il se pourrait que l'influence calorifique de tel corps fût plus propre que celle de tel autre à produire certains phénomènes, par exemple, les combinaisons chimiques, que le calorique obscur de l'extrémité violette du spectre paraît surtout avoir la faculté de déterminer. L'augmentation de transmissibilité des rayons calorifiques à travers le verre, et probablement à travers les autres substances diaphanes, peut aussi être la cause, ou au moins une des causes de l'augmentation rapide qu'on observe dans l'influence calorifique des corps à mesure que leur température s'élève. Car si, comme tout l'indique, le rayonnement n'émane pas seulement de la surface, mais aussi d'une petite profondeur dans l'intérieur des corps, cette profondeur devra augmenter à mesure que la température s'élèvera, puisque la matière qui forme le corps deviendra plus perméable aux rayons calorifiques, et cette double circonstance devra produire un rayonnement plus abondant.

A cet égard, De Laroche a encore établi une autre proposition importante, c'est que les rayons calorifiques qui ont traversé perpendiculairement une première lame de verre sont proportionnellement plus propres à en traverser une seconde; car le faisceau transmis par la première lame éprouve dans la seconde une déperdition beaucoup moindre. Les preuves de ce fait s'obtiennent précisément par les mêmes méthodes employées pour une seule lame, et elles sont aussi certaines. Il en résulte que les rayons calorifiques transmis à travers la première glace, ou sont d'une certaine nature particulière, ou sont mis par elle dans un certain état analogue à la polarisation, ce qui les rend plus propres à traverser une autre lame (1).

(1) On pourrait, au premier abord, être étonné que De Laroche ait appuyé en partie sa proposition sur des expériences faites avec un lingot de cuivre amené à la température de 960°; car, à cette température, il devait être en incandescence. Mais il s'est assuré que la portion de lumière qui s'en dégageait alors ne pouvait, comme lumière échauffante, influer sur l'ascension du thermomètre que dans une proportion infiniment faible.

Enfin, à l'aide des mêmes procédés, De Laroche a mesuré comparativement les quantités de calorique rayonnant qui se transmettent à travers des lames de verre d'épaisseurs diverses lorsqu'elles sont exposées, dans des circonstances semblables, à l'influence d'un même corps chaud; et il a trouvé que l'augmentation d'épaisseur affaiblissait la transmission dans une proportion considérable, au point de balancer et de rendre nuls les avantages d'une transparence plus parfaite. Une lame de verre commun épaisse de $1^{mm},7$ transmettait beaucoup plus de calorique qu'un plateau de très-beau verre de 9^{mm} d'épaisseur.

Tels sont les résultats dus à la sagacité et à l'infatigable patience de De Laroche. Ils sont du plus haut intérêt, non-seulement par ce qu'ils prouvent, mais par ce qu'ils font prévoir. Les physiciens qui les poursuivront y trouveront un sujet abondant de recherches importantes; mais, quelque perfection qu'ils y apportent, il restera toujours à De Laroche l'honneur de le leur avoir ouvert le chemin.

Car, en comparant les distances auxquelles les mêmes caractères d'impression pouvaient être lus à l'aide de cette lumière, et avec celle d'une simple bougie, il a trouvé qu'on ne pouvait certainement pas lui attribuer $\frac{1}{243}$ de l'effet total.

CHAPITRE III.

Influence de l'état et de la nature des surfaces sur le rayonnement du calorique. Théorie de son équilibre par échanges.

Dans la première expérience que nous avons faite sur le rechauffement et le refroidissement des corps, nous avons trouvé que deux vases métalliques de même nature, de même forme, remplis d'eau à une température égale, mais différens par ce seul point, que l'un était nu et l'autre vêtu d'une fine enveloppe de toile de Hollande, se sont refroidis et réchauffés dans les mêmes circonstances avec des vitesses inégales, le vase vêtu plus rapidement que l'autre. Cette inégalité a été évidemment produite par l'enveloppe, puisque c'est là l'unique différence qui existât entre les deux appareils. Mais comment en est-il résulté un pareil effet? c'est ce que font connaître les belles expériences de M. Leslie et celles de Rumford, que nous allons rapporter, en les combinant de manière à rendre la démonstration plus sensible.

Prenez deux vases métalliques polis, pareils à ceux dont s'est servi Rumford dans l'expérience citée. Tâchez d'établir dans tous les détails de leur construction la plus parfaite similitude; puis, les ayant remplis tous deux d'eau à la même température, assurez-vous que leur refroidissement et leur réchauffement, dans les mêmes circonstances, s'opèrent avec des vitesses parfaitement égales. Alors, modifiez la surface de l'un d'eux d'une manière quelconque; par exemple, en la revêtant de quelque enveloppe animale ou végétale, ou en l'enduisant de quelque vernis, ou même en la noircissant à la flamme d'une lampe, ce qui la couvrira d'une couche de noir de fumée d'une épaisseur presque insensible. Aussitôt l'égalité sera troublée, et en général le vase vêtu se réchauffera et se

refroidira plus vite que celui dont la surface métallique aura conservé son poli naturel. Or, les quantités de matières employées pour modifier la face de l'autre vase étant, pour ainsi dire, inappréciables, et leurs épaisseurs infiniment petites ne pouvant influer d'une manière sensible sur la transmission de la chaleur par communication, il faut nécessairement en conclure que la seule modification qu'elles ont produite dans l'état des surfaces a changé la vitesse de déperdition par voie de rayonnement, et l'ont en général accélérée. On peut encore prouver cette influence des surfaces d'une autre manière, qui est due à M. Leslie. Prenez un cylindre métallique creux, pareil au vase dont s'est servi Rumford, mais avec cette seule différence, que ses parois latérales, au lieu d'être circulaires, soient formées de quatre rectangles parfaitement égaux, que nous distinguerons par les lettres *a*, *b*, *c*, *d*. Couvrez le rectangle *a* avec une enveloppe animale, par exemple, avec une peau de baudruche, ou une feuille de papier à écrire : couvrez de même le rectangle *b* avec une plaque de verre poli, le rectangle *c* avec une couche de noir de fumée, et enfin laissez à la quatrième face métallique son brillant et son poli naturel. Remplissez ensuite le vase avec de l'eau à une température assez élevée, telle que 60°. Puis, après avoir attendu quelques minutes pour que toutes les parties de l'appareil aient eu le temps de se mettre à la même température, portez-le dans une chambre, à la température ordinaire de 10°, par exemple, et présentez-le, par une de ses faces, à quelque distance d'un thermoscope fort sensible qui se sera mis depuis long-temps à la température du lieu, fig. 60; aussitôt la bulle du thermoscope sera repoussée, par l'effet du réchauffement et de la dilatation de l'air contenu dans la boule la plus voisine du vase chaud. Mais, ce qui est le point capital, la quantité dont elle s'éloignera ainsi sera inégale, selon celle des surfaces que vous aurez présentées; la répulsion sera la plus grande possible, quand ce sera la surface couverte de noir de fumée qui regardera le thermoscope; elle sera un peu moindre quand ce sera la face couverte de baudruche ou de verre; et la plus faible de toutes, quand on présentera la face métallique

polie et nue. De cette inégalité d'influence produite par les diverses parties d'un même corps, constamment entretenues à une température commune, on est évidemment forcé de conclure que les quantités de calorique rayonnant émises par un corps en un temps donné, ne dépendent pas seulement de la forme de ce corps, de son étendue et de sa température, mais encore de l'état de sa surface; et alors les expériences précédentes, considérées sous ce point de vue, montrent que, parmi toutes les surfaces, celles qui ont le poli métallique rayonnent le moins à température égale, et celles qui sont formées de substances végétales, de noir de fumée, par exemple, rayonnent le plus. Enfin, puisque nous avons trouvé que chaque corps qui se refroidit plus vite qu'un autre se réchauffe aussi de même, il faut encore en conclure cette autre propriété générale : les surfaces qui, dans des circonstances égales, rayonnent le calorique plus abondamment que d'autres, l'absorbent aussi en plus grande abondance par rayonnement. Voici un tableau des falcultés rayonnantes et réfléchissantes de diverses substances, donné par M. Leslie :

Pouvoir rayonnant.		Pouvoir réflecteur.	
Noir de fumée	100	Cuivre jaune	100
Eau	100	Argent	90
Papier à écrire	98	Etant en feuilles	80
Crown glass	90	Acier	70
Encre de Chine	88	Plomb	60
Eau glacée	85	Etain mouillé de mercure	10
Mercure	20	Verre	10
Plomb brillant	19	Verre huilé	5
Fer poli	15		
Etain, argent, cuivre, or	12		

Nota. Il ne faut pas considérer ces évaluations comme absolues, mais seulement comme indiquant des différences.

Les observations qui nous font reconnaître ces différences dans l'intensité des facultés rayonnantes, ne nous indiquent point de corps dans lequel cette faculté soit absolument nulle. La glace même, qui nous paraît si froide au contact, deviendrait réchauffante, si nous la transportions dans une chambre où

la température de l'air fût à 20° au-dessous de zéro ; et une masse de glace fondante, présentée alors à la boule d'un thermoscope, repousserait la bulle, comme le faisait le vase rempli d'eau chaude dans les expériences citées plus haut. Un mélange de neige et de sel, refroidi jusqu'à 20° au-dessous de zéro, deviendrait de même un corps chaud, si on le transportait dans une atmosphère qui fût à —40°. Dans tout cela, comme dans nos sensations mêmes, il ne faut rien voir d'absolu, mais seulement de simples différences. Nous sommes ainsi conduits à considérer tous les corps comme rayonnant le calorique à toute température, mais avec des intensités inégales, selon leur nature, selon l'état de leurs surfaces, et selon la température à laquelle ils sont amenés. Alors la constance de la température d'un corps consistera dans l'égalité des quantités de calorique rayonnant qu'il émet et qu'il reçoit en temps égal, et l'égalité de température entre plusieurs corps qui s'influencent les uns les autres par leur rayonnement mutuel, consistera dans la compensation parfaite des échanges instantanés qui s'opéreront entre tous et chacun d'eux. Tel est le principe ingénieux de l'*équilibre mobile* imaginé par le professeur Prevost de Genève, principe dont l'application, dirigée avec justesse, et combinée avec les propriétés particulières aux diverses surfaces, explique tous les phénomènes que l'on observe dans la distribution du calorique rayonnant.

Un petit nombre d'exemples convenablement choisis suffira pour fixer généralement les lois de ces phénomènes. Concevons d'abord un espace fermé de toutes parts, dont toutes les parties soient actuellement à la même température. L'expérience prouve que cette égalité est possible, et nous découvrirons, tout-à-l'heure, comment elle s'établit ; mais pour le moment, bornons-nous à la considérer comme un fait réalisé. Plaçons dans cet espace, dans des situations exactement symétriques, deux disques métalliques de même grandeur, l'un nu et poli, l'autre revêtu d'une couche de noir de fumée ; et après les y avoir laissés assez long-temps pour qu'ils acquièrent tous deux la température de l'espace, examinons quelle doit être alors l'action calorifique de chacun d'eux. D'après la

définition même de l'égalité de température, il est évident qu'ils doivent envoyer aux parois de l'espace autant de calorique qu'ils en reçoivent d'eux en temps égal, et même ces quantités doivent être identiquement égales pour les deux disques, à cause de l'égale étendue de leurs surfaces. Mais pourtant, d'après les expériences rapportées tout-à-l'heure, il est certain aussi qu'ils doivent rayonner en un même temps des quantités de calorique inégales, plus grandes pour le disque couvert de noir de fumée que pour le disque nu. Il faut donc qu'outre le rayonnement, il existe pour chacun d'eux un autre mode d'action qui soit inégal en sens contraire, de manière à rétablir l'égalité totale des quantités de calorique qu'ils envoient. Ce mode est la réflexion inégale du calorique qui leur vient des corps extérieurs. En effet, chaque disque agit de trois manières sur le calorique que lui envoient les parois de l'espace : 1°. il en réfléchit une partie régulièrement sous un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, comme le prouvent les expériences faites avec les miroirs ; 2°. il en absorbe une autre partie ; 3°. enfin il en émet une troisième. Or, les expériences sur le refroidissement et le réchauffement des corps nous ont déjà appris qu'en général, plus la facilité de la déperdition par rayonnement est grande, plus la facilité de l'absorption du calorique rayonné est considérable. Maintenant la permanence d'état entretenue par les échanges dans la circonstance actuelle, nous montre que ces deux propriétés sont exactement complémentaires à égalité de température, quelle que soit la matière des corps et l'état des surfaces par lesquels ils sont terminés. Pour exprimer ce résultat d'une manière mathématique, supposons que le point M d'un de nos disques reçoive dans la direction RM, fig. 61, un filet de calorique dont l'intensité soit exprimée par I. Une certaine proportion μ de ce filet, pénétrant la substance du disque, y introduira la quantité de calorique $I\mu$, et le reste $I(1-\mu)$ se réfléchira suivant MR′ en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence. Donc, puisque la température du disque reste constante, il faudra, qu'au même instant il en sorte par le point M, suivant la même direction MR′, une quantité complémen-

taire $I\mu$, qui, s'ajoutant à $I(1-\mu)$, reproduise la quantité I primitivement incidente. Cette portion rayonnée $I\mu$ peut elle-même être considérée comme provenant d'un filet intérieur dirigé suivant $r'M$, et ayant une intensité égale à I; ce filet, arrivant en M à la surface du disque, y éprouve exactement le même effet que le filet venu du dehors. Une portion $I(1-\mu)$ se réfléchit intérieurement suivant Mr, prolongement de RM, en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, tandis que le reste $I\mu$ sort du corps et s'unit au filet réfléchi extérieurement suivant MR'; de sorte que la quantité totale de calorique $I(1-\mu)+I\mu$, renvoyée dans cette direction, est encore égale à I, c'est-à-dire, la même avant et après l'incidence, ce qui maintient l'égalité des échanges avec les parois de l'espace, et par suite l'égalité de température. Cette considération, que l'on doit à M. Fourier, est, comme on voit, indépendante de la valeur particulière de la fraction μ, c'est-à-dire, de l'état des surfaces par lesquelles le corps que l'on considère est terminé; et la permanence de sa température repose uniquement sur ce que la force, soit absorbante, soit réfléchissante de chaque surface, agit avec une énergie égale sur le calorique venu du dehors, et sur celui qui rayonne du dedans. Mais la diversité des valeurs de μ n'est indifférente que dans le cas unique de l'égalité de température. Car, si la surface SMS' a une température plus haute que l'espace qui l'environne, elle réfléchit bien toujours la même proportion μ des filets, tant extérieurs qu'intérieurs, qui lui parviennent, du moins dans les limites de température auxquelles s'étendent les expériences de De Laroche, sur les miroirs; mais l'intensité I' de ces derniers étant plus considérable que celle des autres, la déperdition $I'\mu$ est plus grande que l'absorption $I\mu$, et conséquemment la température de cette surface doit s'abaisser. Ce serait le contraire, si elle était plus basse que celle de l'espace; car alors I' serait moindre que I, et la quantité $I'\mu$, émise par le rayonnement, serait moindre que la quantité $I\mu$, absorbée en temps égal; de sorte que la surface SMS', ou plutôt le corps qu'elle termine, se réchaufferait. Tous ces résultats sont exactement conformes à l'observation; mais la théorie de

l'équilibre mobile en dévoile nettement la cause, et montre le mode même de compensation par lequel ils sont produits.

Reprenons maintenant la considération d'un espace fermé, dont les parois, partout de même nature, aient été amenés à une température égale, et ne soient soumises à aucune cause extérieure qui tende à les refroidir ou à les réchauffer. Ce serait le cas d'un souterrain assez profond pour ne pas ressentir les variations de température de l'atmosphère, et dont les parois seraient partout revêtues d'un enduit égal. Dans ce cas, et dans tous ceux qui y ressemblent par la permanence de la température, il est de fait qu'un thermomètre laissé à demeure marquera toujours le même degré, à quelque point de l'espace qu'on le place, soit près, soit loin des parois. Ainsi, selon la théorie des échanges, il faudra qu'il passe à chaque instant par chacun de ces points des quantités de calorique rayonnant exactement égales, quelle que soit la forme des parois; c'est en effet ce que l'on peut démontrer en toute rigueur, comme M. Fourier l'a fait encore, en partant de ce principe, que le calorique, comme la lumière, ne rayonne pas seulement de la surface des corps, mais aussi d'une petite profondeur dans leur substance, quoique sans doute avec une énergie rapidement décroissante à mesure que les points rayonnans y sont plus enfoncés. Pour suivre cette idée, considérons un point quelconque M, fig. 62, dans l'espace fermé que nous venons tout-à-l'heure de définir. Menons de ce point, comme centre, un cône circulaire S M S', ayant une ouverture infiniment petite ω, et qui, après avoir percé les parois en S S', se continue indéfiniment dans l'intérieur de leur substance. Ce cône contiendra évidemment tous les rayons calorifiques que le point M reçoit de l'élément superficiel S S', soit par rayonnement, soit par réflexion; et le premier de ces deux effets sera produit par les seuls points matériels contenus dans l'espace conique indéfini S S' T T'. Cela posé, si nous décrivons, du point M, comme centre, une surface sphérique d'un rayon SM, qui coupe ce solide suivant S P, le segment S P S' qu'elle en retranchera, ayant deux dimensions infiniment petites, S P, S S', devra être considéré comme infiniment petit par rapport au reste total S P T T'.

Car, dans les dimensions de ce dernier, il n'y a que SP qui soit un infiniment petit géométrique; et, quelque limitée que soit la profondeur d'où il émane un rayonnement sensible, par cela seul qu'elle a une existence physique, elle doit être traitée comme finie relativement à SP; ensorte qu'il suffit d'évaluer le rayonnement de tous les points compris dans le cône tronqué SPTT'. Mais, pour en former l'expression mathématique, il ne faut pas considérer ce rayonnement comme reçu par un seul point M, puisqu'à la rigueur un point géométrique, n'ayant aucune étendue, ne peut rien intercepter. Il faut lui substituer un élément superficiel d'une étendue infiniment petite ds, lequel pourra être incliné d'un angle quelconque φ, sur les lignes MS ou MS'. Cela posé dans le cône tronqué SPTT', considérons un point ν, situé à une profondeur a quelconque, mais fort petite. Ce point, rayonnant dans tous les sens, deviendra le centre commun d'une infinité de filets calorifiques, dont une certaine proportion sera arrêtée par la matière même qui l'environne; mais enfin le reste sortira dans l'air, et dès-lors continuera librement sa route sans éprouver d'autre modification que l'élargissement produit par l'augmentation de la distance, du moins si nous négligeons ce que l'air pourra encore matériellement en intercepter. Pour exprimer nettement l'effet qui en résultera, nommons N le nombre de ces rayons émergens qui pourraient être interceptés, à l'unité de distance du point ν, par une étendue sphérique, décrite de ce point comme centre, et égale à l'unité de surface. Cette même étendue, placée à la distance R, n'en intercepterait plus qu'un nombre $\frac{N}{R^2}$. Si donc, en conservant ces dénominations, nous voulons appeler r la distance de l'élément SS' au point M, laquelle peut se considérer comme commune à tout l'élément infiniment petit ds, R deviendra $r+\alpha$, et l'élément ds, projeté perpendiculairement sur la ligne νM, donnera une étendue sphérique égale à $ds \sin\varphi$, laquelle se réduirait à ds, si l'élément était perpendiculaire à la ligne νM. Par conséquent $\frac{N\,ds \sin\phi}{(r+\alpha)^2}$ exprimera le nombre de rayons calorifiques que l'élément ds intercepte, à cette distance,

dans le cône émergent émané du point ν. Cette expression peut, sans erreur sensible, être réduite à $\frac{N\,ds\,\sin\varphi}{r^2}$, en négligeant, par rapport à r, la profondeur α, qui est en effet toujours insensible comparativement aux distances r, auxquelles un thermomètre peut être physiquement placé.

Maintenant, sur la même ligne, qui va de ν M, il y a une infinité d'autres points rayonnans qui ne diffèrent les uns des autres que par la profondeur α où ils se trouvent, et pour lesquels conséquemment le nombre N des rayons émergens doit être inégal, étant exprimé en général par une certaine fonction de la profondeur α. Si l'on fait la somme de tous ces rayonnemens, dans les limites de profondeur où ils sont sensibles, le produit $\frac{ds\,\sin\varphi}{r^2}$ deviendra un facteur constant; et les termes N, pris ensemble, formeront une certaine quantité I, dont la valeur restera la même dans toutes les directions possibles du rayon vecteur r, puisque nous supposons les parois d'une même nature et d'une température égale dans toute leur étendue. On obtiendra ainsi, pour somme, l'expression $\frac{I\,ds\,\sin\phi}{r^2}$. L'effet produit par une seule file de molécules matérielles étant ainsi connu, celui de toutes les files contenues dans le tronc de cône S P T T′, sera évidemment proportionnel à la surface du segment sphérique S P. Or, puisque nous avons nommé ω l'angle au centre du cône S M S′, ω exprimera aussi la section superficielle de ce cône par une sphère décrite du point M, avec un rayon égal à l'unité de distance; et ainsi à la distance S P, l'étendue de cette section sera ωr^2. Telle est donc la quantité par laquelle il faut multiplier l'expression précédente pour avoir l'action totale des rayons calorifiques compris dans le cône S M S′, et qui passent par l'élément superficiel S S′. En effectuant cette multiplication, le facteur r^2 disparaît, et il reste l'expression simple

$$I\,\omega\,\sin\phi\,ds,$$

dans laquelle $\omega\,\sin\phi$ représente la projection de l'étendue sphérique ω sur le plan prolongé de l'élément ds. Maintenant, pour avoir la quantité totale de calorique que l'élé-

ment superficiel ds reçoit ainsi de tous les points des parois environnantes, il n'y a qu'à effectuer la somme de toutes les expressions $I\omega \sin\phi\, ds$, données par tous les cônes, en nombre infini, qui, partant des parois, peuvent avoir cet élément pour base; ce qui limite la somme de tous les angles ω à une demi-sphère, ayant pour centre le point M. Dans cette sommation, les facteurs I et ds, resteront constans, puisqu'il s'agit toujours du même élément superficiel ds, et que, d'après l'uniformité de nature et de température des parois, I est le même dans toutes les directions possibles. Ainsi, en représentant par π la somme de tous les produits $\omega \sin\phi$, l'effet cherché sera représenté par $I\pi\, ds$. Maintenant, tous les élémens de cette expression restent les mêmes, quelque part que l'on place l'élément superficiel ds; car le facteur I ne dépend que de la nature des parois, que nous supposons partout la même; et la somme des produits $\omega \sin\phi$ est constamment la projection d'une demi-sphère sur le plan de cet élément. Conséquemment, quelque part que soit situé l'élément ds, il recevra des parois la même quantité de calorique rayonnant, dans un temps égal. Si l'on conçoit une infinité d'élémens pareils, arrangés à côté les uns des autres de manière à former la surface s d'un corps, la quantité totale de calorique reçue par ce corps sera composée de toutes celles que reçoivent ces élémens; elle sera donc égale à $Is\pi$, c'est-à-dire qu'elle sera proportionnelle à la surface totale du corps, et qu'elle sera encore la même, quelque part qu'il soit placé.

Ceci s'applique seulement à la portion émise par rayonnement; voyons à calculer de même la portion régulièrement réfléchie. Or rien n'est plus facile que de la déduire de ce qui précède. En effet, en considérant de nouveau l'élément SS′ qui, vu du point M, soutend un angle conique ω, si l'on conçoit une multitude infinie de rayons calorifiques tombant sur cet élément dans toutes les directions possibles, et réfléchies de même en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, l'effet de leur retour sera exactement pareil à celui d'une émanation rayonnante qui partirait de tous les points de l'élément superficiel SS′, et s'étendrait indéfiniment dans l'espace. Le

nombre total de ces rayons qui parviendra au point M sera donc également compris dans le cône visuel SMS′, et pourra se calculer comme s'il émanait de la surface sphérique SP, qui les contient tous. Alors, en nommant i le nombre des rayons calorifiques que l'unité de surface, placée à l'unité de distance, intercepterait dans le cône émané d'un de ces points, $\frac{i\,ds \sin\varphi}{r^2}$ exprimera ce qu'en intercepte l'élément superficiel ds placé à la distance r; et ce produit, multiplié par la surface SP, c'est-à-dire par $\frac{\omega}{r^2}$, donnera $i\,\omega \sin\phi\, ds$ pour e nombre total des rayons ainsi réfléchis par l'élément SS′ sur l'élément ds. Maintenant, si l'on fait la somme de cette expression pour tous les points des parois qui, en prolongeant le plan de l'élément ds, se trouvent situés du même côté que sa surface, i restera le même, puisque la surface des parois est partout de même nature, et possède une température partout égale; et la somme de tous les produits $\omega \sin\varphi$ deviendra égale à la surface d'un grand cercle; de sorte que π exprimera encore sa valeur. On aura donc $\pi i ds$ pour l'effet total; et on démontrera encore qu'il est constant pour tous les élémens ds que les parois renferment. Ainsi, tous ces élémens, quelque part qu'ils soient placés, recevront à chaque instant des quantités égales de calorique, soit rayonnant, soit réfléchi; et, si on les assemble pour en former des surfaces continues, les corps qui en résulteront recevront dans un même temps des quanti és de calorique proportionnelles à l'étendue de leurs surfaces.

Nous avons supposé la surface des parois homogène dans toute son étendue; mais si cette identité n'avait pas lieu, le résultat serait encore le même, pourvu qu'on leur supposât toujours une température partout égale. Car alors chaque élément superficiel des parois, qui rayonnerait moins de chaleur qu'un autre, en vertu de la constitution de sa surface, devrait, à cause de l'égalité de température, en réfléchir davantage, de manière que la somme totale fût constante. Or, nous venons de voir que ces deux modes d'action, quoique différens dans leur essence, se calculent cependant de la même manière, et fournissent des

expressions de même forme ; donc l'effet total résultant de leur somme serait encore le même pour tous les points M, quelle que fût la variabilité de la surface, pourvu que la température fût partout la même : ce cas est celui de la nature dans la plupart des circonstances où l'on opère ordinairement.

Ayant ainsi déterminé complètement l'action totale des parois sur chaque point de l'espace, dans les suppositions les plus générales, cherchons maintenant à comparer l'influence individuelle qu'un même élément superficiel des parois exerce, dans des directions diverses, soit par rayonnement, soit par réflexion. Rien n'est plus facile, d'après les calculs qui précèdent. En effet, soit, fig. 63, SS′ l'élément dont il s'agit, et ds un petit élément superficiel, situé en M, sur le prolongement de sa normale, à une distance r, pour laquelle l'angle visuel infiniment petit SMS′ ait une valeur ω. La quantité de calorique, soit rayonnant, soit réfléchi, que ds recevra de SS′, sera exprimée par

$$(1 + i)\,\pi\,\omega \sin\phi\, ds.$$

Pour tout autre élément superficiel ds d'une étendue égale, et incliné, comme le premier, d'un angle φ sur le prolongement d'un autre rayon S′M′, à une distance r', la quantité analogue sera

$$(1 + i)\,\pi\,\omega' \sin\varphi\, ds,$$

en représentant par ω' l'angle visuel sous-tendu en M′ par le même élément SS′. Or ω' ne diffère de ω qu'en vertu de l'obliquité des rayons vecteurs SM, SM′, sur l'élément superficiel SS′ ; et il est facile de déterminer en général ces deux angles l'un par l'autre, quand les positions des deux points sont données. En effet, nommons θ l'incidence M′SM comptée de la normale SM, incidence que la petitesse de ω et de ω' permet de supposer égale à M′S′M. Dans le cône SMS′, l'angle au centre ω est mesuré par un segment de sphère dont le rayon a pour longueur l'unité de distance ; ainsi, à la distance SM ou r, la surface de l'élément SS′ sera ωr^2. Projetez maintenant cet élément sur une autre surface sphérique décrite du point M′, et dont, par conséquent, le segment SN formera avec SS′ un angle égal à l'incidence θ. La surface projetée sera plus petite dans le rapport du cosinus de θ, c'est-à-dire qu'elle sera égale

à $\omega r^2 \cos\theta$. Maintenant, puisqu'elle est supposée sous-tendre à l'angle visuel ω' à la distance r', elle sera aussi exprimée par $\omega' r'^2$; on devra donc avoir

$$\omega' r'^2 = \omega r^2 \cos\theta, \qquad \text{d'où} \qquad \omega' = \omega \frac{r^2}{r'^2} \cos\theta.$$

Or, nous avons trouvé plus haut que l'influence calorifique de l'élément S S′ sur les points M, M′, est proportionnelle aux valeurs des angles visuels $\omega\,\omega'$ qui y répondent; donc ces effets seront réciproques au carré des distances et proportionnels au cosinus de l'angle formé par la normale avec la direction des rayons émis. C'est ce qui a fait dire à plusieurs physiciens que l'intensité des pinceaux calorifiques émis par des surfaces rayonnantes décroissait à mesure que leur direction d'émission s'écartait de la normale à la surface. Mais ce décroissement, ainsi considéré, ne présenterait aucune réalité physique; car, dans le fait, chaque point matériel, tant de la surface que de l'intérieur d'un corps, rayonne en tous sens également. Néanmoins le nombre total des rayons qui passent ainsi, à chaque instant, par un élément donné de la surface, et convergent vers un point donné de l'espace, est toujours, comme le calcul l'indique, réciproquement proportionnel au carré de la distance, et directement proportionnel au cosinus de l'inclinaison des pinceaux sur la normale qui passe par l'élément superficiel.

M. Leslie a cherché à vérifier cette loi par des expériences comparatives sur les effets directs ou obliques des corps échauffés. Mais on peut en tirer la vérification de ce fait même, que, dans une chambre dont toutes les parois sont à la même température, cette égalité n'est point troublée lorsqu'on change d'une manière quelconque la forme des parois. Ou bien encore: ayez dans une telle chambre un thermoscope bien sensible, et placez une de ses boules au foyer d'un miroir métallique concave, dont la surface postérieure soit plane, fig. 64. Quand tout le système sera parvenu à la température de la chambre, tournez le miroir concave sur son pied, de manière à présenter son côté plan à la boule du thermoscope;

la bulle qui forme l'index restera parfaitement immobile ; ainsi, dans ce cas d'égalité générale des températures, la face plane du miroir envoyait au thermoscope autant de rayons calorifiques que la face courbe dont elle est la projection ; ce qui est à la fois un résultat et une preuve de la loi du cosinus pour les mêmes distances.

La théorie de l'équilibre mobile, ainsi fixée dans ses principes d'une manière rigoureuse, explique avec la même facilité tous les phénomènes particuliers que les expériences présentent ; et cela devait être, puisqu'ils ne sont jamais que des modifications plus ou moins composées des phénomènes élémentaires analysés plus haut.

Par exemple, concevons, comme tout-à-l'heure, un thermoscope placé dans une chambre dont toutes les parties aient une température égale, et supposons qu'on l'y ait laissé assez long-temps pour la partager. Ayons dans la même chambre un disque opaque de nature et de forme quelconque, qui soit aussi à cette température. Si vous le présentez de loin ou de près à une des boules du thermoscope, la bulle ne se déplacera pas. La raison en est simple. Avant que vous eussiez approché le disque, la boule recevait, à chaque instant, des parois et de l'air de la chambre, une certaine quantité de filets calorifiques, tant rayonnés que réfléchis, et elle en renvoyait par ce double mode une quantité exactement égale, puisque sa température restait constante. Maintenant, lorsque vous lui présentez le disque opaque, vous interceptez pour chaque point de la boule tous les rayons calorifiques qui se trouvent compris dans le cône sous lequel ce point-là voit le disque. Mais, en échange, le même point reçoit du disque un certain nombre de rayons compris dans le cône que nous venons de considérer, et à cause de l'égalité supposée de la température, ce nombre est exactement égal à celui qui venait de la portion des parois sur laquelle le disque se projette. Ainsi, après l'interposition du disque, chaque point de la boule reçoit encore autant de chaleur en temps égal qu'il en recevait précédemment ; et comme la quantité qu'il en émet n'est point changée,

il est évident que sa température et celle de la boule doivent rester constantes.

Il n'en sera plus de même si vous présentez au thermoscope un disque dont la température soit plus haute ou plus basse que celle du milieu ; car alors le nombre de rayons calorifiques rayonnés ou réfléchis par ce disque en un temps donné sera, dans le premier cas, plus grand, dans le second, moindre que ce qui venait de la portion des parois qu'il cache. Ainsi, en supposant que son influence calorifique s'exerce sur une seule des boules du thermoscope, l'autre étant préservée par un écran opaque, tel qu'un papier doré, par exemple, la boule qui voit le disque recevra de lui plus ou moins qu'elle n'émet, et par conséquent sa température devra s'élever ou s'abaisser, ce qui fera marcher l'index. L'effet sera d'autant plus sensible, que la température du disque différera plus de celle du thermoscope, et que la faculté rayonnante de sa surface sera plus énergique.

Le raisonnement sera encore pareil, si vous transmettez l'action calorifique par l'intermédiaire de l'appareil à miroirs métalliques conjugués. Placez, par exemple, un thermomètre à boule noircie au foyer d'un des miroirs, et lorsqu'il aura pris, ainsi que les miroirs mêmes, la température de l'espace ; placez à l'autre foyer un corps quelconque qui soit aussi à cette même température. Le thermomètre ne bougera pas. En effet, quand le passage était encore libre par l'autre foyer, il arrivait à ce point, de tous les côtés de l'espace, un certain nombre de rayons calorifiques qui, après s'y être croisés, tombaient sur le second miroir, étaient réfléchis par lui vers le premier, et de là se concentraient sur le thermomètre. Ces rayons sont, à la vérité, interceptés par le corps opaque que vous avez placé au foyer ; mais comme il est supposé à la même température que l'espace, il envoie, tant par rayonnement que par réflexion, un nombre de rayons exactement égal, qui tombent de même sur le second miroir, vont de là au premier, et se réfléchissent sur le thermomètre ; de sorte que celui-ci n'éprouve, dans l'influence qui l'affecte, aucune

espèce de changement. Mais il n'en serait plus de même si le corps placé au foyer avait une température plus haute ou plus basse que celle de l'espace et du thermomètre; car alors celui-ci, après l'interposition, recevrait, par l'intermédiaire des miroirs, plus ou moins qu'il ne recevait, auparavant, et aussi plus ou moins qu'il ne perd en temps égal, soit par réflexion, soit par émission; d'où il suit que sa température devrait s'élever dans le premier cas, et s'abaisser dans le second. C'est aussi ce que l'expérience confirme. Par exemple, la chambre étant à la température de + 20°, si l'on met au second foyer un matras rempli d'eau bouillante, on verra à l'instant monter le thermomètre placé au premier foyer. Au contraire, il baissera, si l'on place au second foyer un morceau de glace, et il baissera, davantage encore, si l'on substitue à la glace un mélange de sel et de neige d'une température plus basse. Tous ces phénomènes sont, comme on voit, des conséquences nécessaires de l'égalité des échanges, et ils en offrent une confirmation frappante, comme l'ingénieux auteur de cette théorie l'a le premier fait voir. Seulement, pour les comprendre, il faut admettre que tous les corps, dans les températures les plus basses où nous puissions les placer, émettent encore des rayons calorifiques; mais il n'y a rien à cela qui doive surprendre, et même qui ne soit conforme à la plus évidente analogie. Car les idées de chaud et de froid n'ont en elles rien d'absolu; elles n'expriment que de simples différences. La glace est froide pour un thermomètre qui sort de l'eau bouillante; elle est au contraire très-chaude pour celui qui sort d'un mélange de sel ammoniac et de neige à — 20°. Toutes les influences relatives de ces corps les uns sur les autres s'expliquent ainsi avec la plus grande simplicité par la seule considération des différentes quantités de calorique qu'ils émettent, sans qu'il soit besoin pour cela de recourir, comme l'ont fait quelques physiciens, à l'hypothèse d'un prétendu rayonnement frigorifique, qui n'est ni nécessité, ni même indiqué par les faits.

Des expériences thermoscopiques, analogues à celles que je viens de décrire, ont prouvé que les corps, soit solides, soit

liquides, rayonnent du calorique en proportions diverses. Pour les liquides, par exemple, on peut s'en assurer en plaçant sous une des boules d'un thermoscope la surface d'une masse d'eau plus froide que le milieu environnant. Car alors, le refroidissement de cette boule est uniquement le résultat d'une inégalité d'échange, sans aucune intervention du contact de l'air, puisque l'air, refroidi sur la surface de l'eau par contact, s'écoule par les bords de cette surface, et, en vertu de l'excès de poids que sa condensation lui donne, tombe au milieu de l'air environnant.

Je ne puis passer sous silence une application fort ingénieuse que M. Prévost a faite de sa théorie à diverses phénomènes observés par M. Benedict Prévost de Montauban. Voici l'abrégé de ces phénomènes : Lorsque les fenêtres d'un appartement ont été fermées pendant toute la nuit, si la température a baissé au-dehors, comme cela arrive souvent, la surface intérieure des vitres est chargée d'humidité, quelquefois même de glace ; si, au contraire, l'air du dehors est devenu plus chaud que celui de la chambre, l'humidité se dépose au-dehors. Ce fait, bien connu, a été depuis long-temps expliqué, et la cause qui le produit se présente d'elle-même. D'abord, le verre et les deux masses d'air sont à la même température. Une de celles-ci venant à se refroidir, les carreaux de verre qui la touchent se refroidissent aussi de ce côté, et par suite dans toute leur épaisseur, par communication. Alors l'autre masse d'air n'a pas encore baissé de température, ou au moins elle n'a pas baissé autant. Se trouvant en contact avec les carreaux refroidis, elle dépose de l'humidité sur leur surface. Ils font sur elle l'effet du réfrigérant d'un alambic. Ceci est connu de tout le monde ; mais voici qui l'est beaucoup moins. Collez sur la face d'un des carreaux, en-dedans ou en-dehors, une petite lame de métal poli, par exemple d'étain laminé. Lorsque cette armure sera du côté froid, il se déposera, comme tout-à-l'heure, de l'humidité sur la face du verre contiguë à l'air chaud ; mais il ne s'en déposera que peu ou point du tout sur la partie de cette face opposée à l'armure métallique. Au contraire, si l'armure est placée

sur la face contiguë à l'air chaud, il se déposera, à l'endroit qu'elle occupe, plus d'humidité que partout ailleurs.

Ces phénomènes s'expliquent avec facilité, en remarquant que le métal poli réfléchit le calorique rayonnant beaucoup mieux que le verre. Lorsque l'armure est placée sur la face contiguë à l'air froid, elle réfléchit en-dedans presque tout le calorique qui tendrait à s'échapper de l'intérieur. Elle habille, pour ainsi dire, la portion de cette face où elle est appliquée, et la préserve du froid. La température de la lame de verre doit donc moins s'abaisser dans la partie qui est directement opposée à la réflexion de l'armure; et cette différence est durable dans cette partie, parce que la chaleur se propage difficilement dans le verre par voie de communication; ce qui empêche le calorique continuellement accumulé par l'armure de se perdre rapidement dans toute la lame. Le dépôt d'humidité doit donc être moins abondant sur la portion de la lame qui est soumise à cette influence préservatrice. C'est le contraire lorsque l'armure métallique est appliquée sur la face contiguë à l'air chaud. Alors elle repousse le calorique rayonnant qui tendrait à s'introduire de ce côté dans le verre, et qui contribuerait à maintenir sa température, tandis qu'elle n'empêche pas l'autre face, en contact avec l'air froid, de perdre son calorique par voie de communication et de rayonnement. Le refroidissement doit donc se faire surtout sentir, à travers le verre, dans le lieu où est l'armure, et le dépôt d'humidité doit y être plus considérable. Mais si la différence des températures des deux masses d'air se maintient longtemps, ou si elle est très-grande, la communication l'emporte sur le rayonnement; l'égalité des températures s'établit dans tout le carreau de verre, et même sous l'armure, par l'effet de la chaleur communiquée; et l'armure soumise aussi à cette influence, perdant sa faculté préservatrice, l'humidité se dépose partout.

On trouve une nombreuse série d'observations absolument semblables à la précédente, quoique présentées sous une autre forme, dans un très-beau Mémoire de Dufay sur la rosée; et la même théorie s'y applique : mais avant de les rapporter,

il est à propos de donner quelques détails sur ce météore. Je les tirerai du Mémoire même. On appelle rosée une vapeur humide qui se trouve le matin sur la terre et sur les feuilles de toutes les plantes de la campagne. On appelle *serein*, celle qui paraît tomber le soir, quand le ciel est pur, et qui mouille alors sensiblement le linge et les habits. Mais les observations prouvent que ces deux phénomènes ne sont que la continuation l'un de l'autre, et que, si quelquefois un d'eux seulement s'observe, c'est que l'état de l'atmosphère en interrompt le cours; ce qui peut survenir par des causes diverses, dont une des plus déterminantes est que le ciel cesse d'être *serein*. Dufay chercha à déterminer d'où venait cette humidité; si elle tombait de l'air ou s'élevait de la terre. Pour le savoir, il suspendit à diverses hauteurs des corps de même dimension et de même nature, dans des situations pareilles, de manière qu'ils ne se recouvrissent pas mutuellement. C'étaient, par exemple, des lames de verre égales, ou des morceaux égaux d'une même sorte de toile, etc. Pour pouvoir observer toute la série du phénomène, il fit en sorte que tous ces corps fussent en expérience vers quatre heures après midi, bien avant l'heure où l'on observe communément que le serein se dépose, et il alla examiner de temps en temps leur état. Il trouva ainsi que, dans chaque série de corps, celui qui était placé immédiatement sur la terre commençait à se couvrir de rosée avant tous les autres. Puis, elle gagnait celui qui était immédiatement au-dessus, et ainsi de suite, toujours de bas en haut. Cependant elle était toujours plus abondante au niveau du sol même, et de là elle allait en décroissant, quoique non pas d'une manière continue, car il y en avait toujours un peu plus à 25 pieds qu'à 17. Dufay crut pouvoir conclure de là que la rosée s'élevait de la terre et se répandait en montant dans l'air. Mais, d'après ce que l'on sait maintenant sur la théorie des vapeurs, cette explication ne saurait être adoptée. Car la vapeur d'eau ne se forme et ne s'élève qu'autant que la température de l'air l'admet : et une fois élevée, elle ne se précipite pas, à moins que l'air ne se refroidisse. Or, l'idée d'un pareil refroidissement ne suffirait pas pour expliquer ce qui arrive quand la rosée se

dépose ; car alors elle devrait, en plus ou moins de temps, mouiller également tous les corps placés dans l'air, à une même hauteur ; et c'est ce qui n'arrive point. Dufay constata ce fait remarquable, observé avant lui par Muschembrock, mais qu'il mit dans une évidence beaucoup plus complète. Il prouva que la rosée pouvait être très-abondante sur certains corps, par exemple sur des lames de verre, et être nulle ou presque nulle sur des lames de métal poli, placées exactement auprès. Ceci est tout-à-fait la même chose que l'expérience de M. Benedict Prévost, et l'explication en est la même. Car, pour que la vapeur humide, qui forme la rosée, puisse se déposer sur les corps qu'elle rencontre, il faut que ces corps soient un peu plus froids que l'air dans lequel elle nage ; et, en effet, ils sont plus froids, comme on peut le constater en les touchant avec un thermomètre à réservoir plat, ainsi que l'a fait un très habile observateur, M. Ch. Weels. Or, quand on a ainsi suspendu à la même hauteur une lame de verre et une barre de métal, primitivement sèches et également chaudes, quelle que soit ensuite la cause qui les force à se refroidir, il est clair que le refroidissement du métal sera bien plus lent que celui du verre.. S'il est assez lent pour que l'air ambiant puisse restituer au métal autant de calorique que cette cause inconnue lui en fait perdre, il est évident qu'il ne se précipitera point d'eau sur sa surface, excepté peut-être dans le cas très-rare où l'air en serait complètement saturé ; de sorte que la vapeur céderait au plus léger abaissement de température. Mais si, au lieu d'une lame de métal qui rayonne peu, vous en concevez une de verre ou de tout autre corps qui rayonne beaucoup, et que vous l'isoliez parfaitement de toute communication directe de calorique, la même cause de déperdition, qui était insensible pour le métal, refroidira cette lame beaucoup plus vite, et trop vite pour que l'air puisse lui restituer la chaleur qu'elle perd. Ainsi sa température devra s'abaisser au-dessous de celle de l'air, et la différence pourra devenir assez considérable pour déterminer une précipitation d'eau.

Maintenant, quelle est cette cause inconnue qui, dans une

nuit sereine où la rosée se dépose, force des corps secs et solides, suspendus en l'air, à se refroidir plus que ce fluide? C'est, comme l'a ingénieusement découvert M. Weels, l'aspect même du ciel serein. Car alors ces corps, rayonnant continuellement, vers les régions éthérées, du calorique que rien ne leur renvoie, leur température devrait s'abaisser par cette cause dans une proportion énorme, si la perte qu'ils font n'était en partie réparée par le contact même de l'air, ainsi que par le rayonnement et la communication des corps environnans. Mais ces influences réparatrices ne suffisent pas toujours pour opérer une compensation complète, surtout si le corps est d'une nature très-rayonnante, s'il est exposé de toutes parts à l'aspect d'un ciel libre, et isolé autant que possible de toute communication avec d'autres corps moins disposés à se refroidir par le rayonnement. On conçoit ainsi pourquoi les métaux se refroidissent peu ou point du tout dans ces circonstances, surtout s'ils sont polis, tandis que le refroidissement est très-sensible pour le verre, et plus encore pour de petits tas de paille sèche, de laine, de duvet, qui, par leur contexture filamenteuse, étant très-mauvais conducteurs du calorique, comme nous le verrons plus loin d'après l'expérience, s'isolent pour ainsi dire eux-mêmes dans l'air, et ne réparent, presque que par son contact, la perte de calorique qu'ils font en rayonnant vers le ciel. On conçoit pourquoi ces corps surtout doivent condenser la vapeur aqueuse et se couvrir de rosée; pourquoi la rosée sera plus sensible en rase campagne que dans un lieu où l'on ne découvre qu'une partie du ciel; pourquoi elle est presque toujours nulle dans les villes où les maisons sont très-rapprochées; pourquoi la sérénité du ciel est nécessaire à ce que la rosée se produise, les nuages qui en dérobent l'aspect ne se laissant pas traverser par les rayons de calorique obscur émanés des corps, et les leur renvoyant en partie. Toutes ces questions et beaucoup d'autres se résolvent par la seule remarque de M. Weels, qui découle si naturellement de la théorie du rayonnement du calorique et de son équilibre par échange, qu'on a lieu de s'étonner qu'elle n'ait pas été faite plus tôt.

Mais pour avoir l'idée de cette remarque, il fallait avoir *découvert, et constaté en fait,* que les corps sur lesquels la rosée se déposent sont *d'abord* refroidis; et que la rosée est une conséquence de ce refroidissement, au lieu d'en être la cause, comme on l'avait cru jusqu'alors.

Pour comprendre tous les faits dans cette théorie, il faut y ajouter celui-ci, dont on ne voit pas encore bien l'explication : c'est que, dans une nuit sereine, la température de l'air va en croissant depuis le sol jusqu'à une certaine hauteur, après quoi elle reprend son décroissement accoutumé, de bas en haut, de manière à ce qu'elle redevient la même que sur le sol, à la hauteur d'environ 220 pieds. Ce fait, quelle qu'en soit la cause, a été parfaitement constaté par M. Pictet, M. Six, et M. Weels lui-même. Il explique pourquoi le maximum de rosée s'observe toujours près du sol, et pourquoi le vent qui enlève l'air refroidi inférieur, et le remplace par des couches plus chaudes, diminue le refroidissement du sol, et par suite le dépôt de la rosée.

Maintenant concevez que, dans un endroit libre et découvert, on jonche un terrain assez étendu de plusieurs couches de brins de paille sèche non foulée, et que, par une nuit sereine, on place sur ces couches des jattes de terre non vernissées, plates et peu profondes, contenant de l'eau bien pure. Toutes les conditions se trouveront évidemment réunies pour que cette eau se refroidisse le plus possible en rayonnant vers le ciel, puisqu'aucun objet extérieur ne répare la perte de calorique qu'elle éprouve, et que les mauvais conducteurs qui la séparent du sol l'empêcheront de se réchauffer par communication. On ne voit donc ici que l'air qui puisse ralentir le refroidissement, et la chaleur qu'il peut transmettre est si peu de chose quand il est calme, qu'on conçoit bien que l'eau pourra se refroidir ainsi jusqu'à se geler. C'est précisément ainsi que l'on fait de la glace aux Indes : elle ne se forme non plus que par un temps calme et un ciel serein; et M. Weels en a formé, même pendant l'été, en Angleterre, par des procédés pareils. Mais sans qu'il soit besoin d'autre expérience, ce que l'on nomme de la gelée blanche, n'est-ce pas un véritable dépôt de glace, formé ainsi naturellement sur le sol ?

CHAPITRE IV.

Lois de la propagation de la Chaleur dans les Corps solides.

Lorsqu'une barre métallique est plongée par un de ses bouts dans un milieu plus chaud que l'air qui l'environne, par exemple, dans le feu d'une forge ou dans un métal en fusion, tout le monde sait que la chaleur ne se transmet pas instantanément à son autre extrémité; elle ne s'y fait sentir qu'après un temps plus ou moins long, qui dépend de la nature et des dimensions de la barre. Essayons d'analyser cet effet.

Pour cela, considérons, fig. 65, une barre cylindrique indéfinie A B, assez mince pour que tous les points d'une quelconque de ses sections transversales puissent être censés avoir à chaque instant une température commune; et supposons le bout A en contact avec une source constante de chaleur qui agisse immédiatement sur lui seul, le reste de la barre étant préservé de son rayonnement par des écrans polis. Ces dispositions faites, la chaleur commencera à se propager progressivement de A vers B, à travers la matière de la barre; et si l'on distribue en diverses parties de sa longueur des thermomètres dont la boule soit logée dans des trous percés dans le métal même, et remplis de mercure, pour rendre le contact plus intime, on verra ces thermomètres monter successivement, à commencer par ceux qui sont les plus voisins de la source. Pendant ce mouvement, considérons dans la barre trois élémens cylindriques contigus, 'M, M, M, assez minces pour pouvoir être considérés comme de simples points. L'élément intermédiaire M recevra à chaque instant de la chaleur de celui qui le précède, et en communiquera à celui qui le suit. Ainsi, en supposant les températures assez peu élevées pour que la loi observée par Newton soit encore admissible, le thermomètre M devra, en vertu de cette seule cause, éprouver à la

fois une petite élévation proportionnelle à l'excès de la température de 'M sur la sienne, et un petit abaissement proportionnel à l'excès de sa température sur celle de M'; de sorte que la différence seule lui restera. En conséquence, s'il ne se faisait aucune autre déperdition de chaleur, il est évident que chaque thermomètre monterait continuellement jusqu'à ce qu'il atteignît la température même de la source; ce qui n'aurait lieu, à la rigueur, qu'après un temps infini. Mais dans toutes les expériences, le rayonnement modifie ce résultat; car, dès que chaque élément de la barre est échauffé au-dessus de la température de l'air qui l'environne, il émet dans cet air, par tous les points de sa surface, plus de calorique rayonnant qu'il n'en reçoit en temps égal; et, dans les limites de températures que nous avons supposées, cette cause produit à chaque instant, dans chaque thermomètre M, un petit abaissement proportionnel à l'excès de sa température actuelle sur celle de l'air. De là il résulte que les thermomètres montent moins vite que dans la supposition précédente, et n'atteignent jamais la température de la source, même après un temps infini; car ils doivent évidemment s'arrêter lorsque l'excès de température qui leur est communiqué à chaque instant par l'élément précédent 'M ne fait plus que compenser exactement ce qu'ils perdent par le contact de l'élément suivant M', et par le rayonnement dans l'air. Alors l'état thermométrique de la barre devient stationnaire, et la température de ses divers points va en diminuant à mesure qu'ils sont plus éloignés de la source constante de chaleur.

L'énoncé algébrique des conditions précédentes fournit immédiatement une équation différentielle dont l'intégrale détermine, pour un temps quelconque, la température de chaque thermomètre, en fonction, de sa distance à la source, et de la température de celle-ci. Mais lorsqu'on veut former cette équation, l'on trouve que les lois d'homogénéité, auxquelles sont assujetties les différentielles, ne peuvent pas être satisfaites, si l'on suppose que chaque point matériel et infiniment petit de la barre ne reçoit de chaleur que par le contact du point qui le précède, et n'en transmet qu'au point qui le suit. Cette

difficulté ne peut être levée qu'en admettant, comme l'a fait M. Laplace, qu'un même point est influencé, non-seulement par ceux qui le touchent, mais par ceux qui l'avoisinent à une petite distance, en avant et en arrière. Alors l'homogénéité se trouve rétablie, et toutes les règles du calcul différentiel sont observées. Or, pour que l'influence calorifique se fasse sentir ainsi à distance, dans l'intérieur de la barre, il faut qu'il s'y opère, à travers la substance même des élémens solides, un véritable rayonnement, analogue à celui que nous avons observé à travers les substances diaphanes, mais dont l'influence sensible est bornée à des distances incomparablement plus petites. Ce résultat n'a rien qui doive surprendre. En effet, Newton nous a appris que tous les corps, même les plus opaques, deviennent transparens lorsqu'ils sont suffisamment amincis, et toutes les observations sur le calorique rayonnant nous ont déjà indiqué qu'il n'émane pas seulement de la surface externe des corps, mais aussi des molécules matérielles situées sous cette surface, en s'affaiblissant de plus en plus, jusqu'à devenir insensible à une profondeur très-petite, qui est probablement variable dans un même corps avec sa température. Toutes ces considérations, si différentes dans les circonstances auxquelles elles s'appliquent, conduisent, comme on voit, au même but, et le mécanisme même du calcul achève de nous en montrer la nécessité.

Maintenant supposons que (y) désigne, en degrés du thermomètre, la température de l'air dans lequel la barre est plongée. Représentons de même par $\gamma + (y)$ la température de cette barre à l'époque t, dans la section dont l'abscisse est x, l'origine des x étant fixée en un point quelconque de sa longueur. L'équation différentielle qui détermine la variation instantanée de y, en ayant égard à la transmission et au rayonnement, est

$$\frac{dy}{dt} = a\,\frac{d^2 y}{dx^2} - by.$$

a et b sont deux coefficiens que l'on suppose constans dans toute la longueur de la barre; b est la vitesse du refroidissement libre pour chaque point de sa surface, considérée isolé-

ment. C'est la proportion dont la température y s'abaisserait pendant l'instant dt, si la petite zone qui la possède était tout à coup séparée des autres, et se refroidissait seulement par son contour extérieur. a est un coefficient analogue, relatif à la communication des températures entre les élémens de la barre, et d'autant plus considérable, que cette communication est plus rapide. Il n'exprime pas toutefois la vitesse avec laquelle deux élémens pareils, mis en contact, tendraient à égaliser leur température, mais il dépend de cette vitesse, et il est un résultat composé de toutes les actions de ce genre, exercées par tous les points de la barre sur celui dont la température est y.

Lorsque la barre est parvenue à un état stationnaire, y ne varie plus avec le temps, $\frac{dy}{dt}$ devient nulle, et l'équation différentielle se réduit à

$$a\,\frac{d^2 y}{dx^2} - by = 0.$$

Elle a alors pour intégrale complète

$$y = \mathrm{A}\,10^{-\frac{x}{\mathrm{M}}\sqrt{\frac{b}{a}}} + \mathrm{B}\,10^{+\frac{x}{\mathrm{M}}\sqrt{\frac{b}{a}}}.$$

M représente le module des tables logarithmiques ordinaires, c'est-à-dire, le nombre 2,302585. A et B sont deux constantes arbitraires qui servent pour plier la formule à tous les cas possibles, et qui doivent être particularisées dans chaque cas, d'après deux observations, ou d'après le mode primitif de réchauffement de la barre (1).

---

(1) L'équation précédente aux différences partielles, et son intégrale pour le cas où la température est stationnaire, ont été, je crois, énoncées et appliquées, pour la première fois, dans un petit Mémoire sur la propagation de la chaleur, que j'ai lu à l'Institut en 1804, et qui a été imprimé dans la Bibliothèque britannique. Mais ne m'étant pas alors satisfait sur la difficulté analytique relative à l'homogénéité, j'avais indiqué la composition des formules sans démonstration. J'ai dit, plus haut, comment cette difficulté a été levée par M. Laplace. M. Fourier a, depuis, reproduit la même équation aux différences partielles, dans un

Considérons, par exemple, le cas simple où un seul des bouts de la barre est entretenu à une température constante $(y) + Y$, l'autre bout étant éloigné à une distance infinie, ou du moins assez grande pour que l'influence de la source y soit insensible. Alors, en plaçant l'origine des x au foyer même, en prenant leurs valeurs positives le long de la barre, il faudra que y soit nul, quand x est infini, ce qui exige que B soit nul, puisque, sans cela, le terme, qui a un exposant positif, augmenterait, au contraire, indéfiniment. Alors l'intégrale se réduit à

$$y = A\,10^{-\frac{x}{M}\sqrt{\frac{b}{a}}}.$$

De plus, puisque $(y) + Y$ est la température de la source dans laquelle plonge le bout de la barre, il faudra que x étant nul, y devienne égal à Y; or, il se trouve alors exprimé par A, dont on aura $A = Y$; et substituant cette valeur, l'intégrale deviendra

$$y = Y\,10^{-\frac{x}{M}\sqrt{\frac{b}{a}}}, \quad \text{d'où} \quad \log y = \log Y - \frac{x}{M}\sqrt{\frac{b}{a}}.$$

La valeur de y peut alors se calculer numériquement pour un point quelconque dont on connaît l'abscisse x, lorsque l'on donne la valeur des constantes b et a, ou seulement leur rapport dans la barre proposée; mais si ces constantes sont inconnues, comme c'est le cas le plus ordinaire, il faudra tirer leur rapport de l'observation, d'après la valeur de y cor-

---

grand travail qui a été couronné par l'Institut de France. Il y satisfait, en général, par une intégrale exponentielle, qu'il applique à des barres droites et à des anneaux, tant dans l'état stationnaire que dans l'état de mouvement. Il a de plus trouvé l'équation de condition qui doit avoir lieu à la surface d'un corps d'un volume sensible, lorsque la chaleur excitée dans son intérieur vient se dissiper à cette surface par le rayonnement et le contact de l'air. Mais des intégrales par exponentielles n'admettant pas, d'une manière applicable, la discontinuité qu'embrasse l'intégrale générale des équations aux différences partielles, il restait à montrer que tous les modes possibles d'échauffement finissaient toujours, après un temps plus ou moins long, par produire des effets de cette nature. C'est à quoi M. Poisson est parvenu dans un très-beau mémoire, dont je rapporterai bientôt les principaux résultats.

respondante à une abscisse connue x. Cette formule est absolument semblable à celle que nous avons trouvée pour la déperdition de la chaleur par le refroidissement libre; seulement la température constante de la source remplace la température initiale, et les distances x remplacent les temps.

J'ai appliqué cette formule à plusieurs expériences que j'ai faites avec des barres métalliques de nature diverse, dans l'intérieur desquelles j'avais introduit de distance en distance des boules de thermomètre, selon la méthode expliquée plus haut. Je rapporterai ici quelques-unes de ces observations.

La première a été faite avec une barre de fer plongée par un bout dans du mercure à 82° de Réaumur; la température de l'air était de 13°, ce qui donne $Y = 82° - 13° = 69$. Il y avait dans toute la longueur de la barre huit thermomètres numérotés 0, 1, 2... 8, et répartis aux distances indiquées ci-dessous.

Numéros des Thermomètres.	Valeurs de x, en décimètres.
0	0,000
1	2,115
2	3,115
3	4,009
4	4,970
5	5,902
6	7,777
7	9,671
8	11,556
fin de la barre.	27,342

De peur qu'il n'y eût quelque irrégularité sensible dans la distribution de la chaleur près de la source, on a regardé Y comme une inconnue, et on l'a déterminée, ainsi que le coefficient de x, d'après les observations des thermomètres 1 et 3. Or, en prenant les excès des températures de ces thermomètres au-dessus de celles de l'air, l'état de la barre étant devenu stationnaire, on avait

$$\text{N}^{\text{o}}\ 1 \ldots\ldots\ y' = 23°,5 \qquad x' = 2,115;$$
$$2 \ldots\ldots\ y'' = 9 \qquad x'' = 4,009.$$

Ces données étant introduites dans l'équation logarithmique, fournissent les deux conditions suivantes :

$$\log y' = \log Y - \frac{x'}{M}\sqrt{\frac{b}{a}};\quad \log y'' = \log Y - \frac{x''}{M}\sqrt{\frac{b}{a}};$$

d'où l'on tire par l'élimination

$$\frac{1}{M}\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\log y' - \log y''}{x'' - x'};\quad \log Y = \frac{x''\log y' - x'\log y''}{x'' - x'};$$

et en réduisant en nombres

$$\frac{1}{M}\sqrt{\frac{b}{a}} = 0{,}2200767;\ \log Y = 1{,}8355310;\ Y = 680{,}475.$$

Si l'on ajoute à Y la température de l'air extérieur qui était 13°, la somme 81,475 exprimera la température de la barre au niveau du mercure, à partir duquel nous comptons les abscisses x. Or, dans le mercure même, la température, constamment indiquée par un thermomètre, était 82°. Cette manière de la conclure par le calcul ne donne donc qu'une erreur d'un demi-degré de Réaumur.

Les deux coefficiens constans de la formule étant ainsi déterminés, on peut calculer la valeur de y pour une abscisse quelconque x. C'est ce que j'ai fait relativement aux positions des huit thermomètres, et j'ai rassemblé les résultats dans le tableau suivant, où ils sont comparés à l'observation.

Rangs des thermomètres.	Excès de leur température sur celle de l'air en degrés de Réaumur.		Excès du calcul.
	observée.	calculée.	
0	69°,00	68°,48	— 0,°52
1	23, 50	23, 50	0, 00
2	14, 00	14, 16	+ 0, 16
3	9, 00	9, 00	0, 00
4	5, 75	5, 55	— 0, 20
5	3, 75	3, 45	— 0, 30
6	1, 75	1, 33	— 0, 42
7	1, 00	0, 51	— 0, 49
8	insensible.	insensible.	

On voit que les sept premiers thermomètres ont été seuls affectés sensiblement. Le huitième, placé à 11,556 décimètres de distance de l'origine, est resté immobile. D'après cela, on pourrait se demander quelle température il aurait fallu donner à la source de chaleur pour qu'un thermomètre éloigné d'elle d'une certaine quantité, de deux mètres, par exemple, se fût élevé seulement de 1°. Dans ce cas, y serait donné et égal à 1, ce qui rendrait son logarithme nul; x serait aussi donné et égal à 20; Y seul serait inconnue; et en le déterminant par la condition proposée, on aurait

$$\log Y = \frac{20}{M}\sqrt{\frac{b}{a}}, \quad \text{d'où l'on tire} \quad Y = 25208;$$

c'est-à-dire qu'il faudrait donner à la source une température supérieure à vingt-cinq mille degrés de Réaumur; c'est beaucoup plus qu'il ne faut pour fondre le fer.

Voici une autre expérience faite avec une barre de fer différente de la précédente, et sur laquelle on avait placé huit thermomètres aux distances fixées ci-après.

Numéros des Thermomètres.	Leurs distances au bout échauffé de la barre x.
1	2,23077
2	3,23077
3	4,12019
4	5,08172
5	6,02883
6	7,89903
7	9,78303

Ici on a pris pour unité de longueur la distance des thermomètres 1 et 2, qui était de 104 millimètres. Maintenant la température de l'air étant à 14°5 R., le bout de la barre a été tenu pendant plusieurs heures plongé dans du plomb fondant, que l'on entretenait à ce terme en y tenant toujours une petite barre de plomb solide, dont la fusion continuelle empêchait la température de s'élever. Le métal était contenu dans un vase

de fer que l'on chauffait par-dessous au moyen d'une lampe ordinaire à courant d'air; disposition très-propre par elle-même à produire un degré de chaleur à peu près constant. Lorsque tous les thermomètres furent arrivés à un état stationnaire, on nota exactement le degré que chacun d'eux indiquait, et l'on détermina les valeurs de Y et du coefficient constant, de manière à avoir la moindre erreur possible entre les observations des quatre premiers thermomètres; ce à quoi l'on parvient par une méthode que M. Laplace a donnée dans la *Mécanique céleste*. On trouva ainsi :

$$\frac{1}{M}\sqrt{\frac{b}{a}} = 0{,}2197849\,;\ \log Y = 2{,}2830781\,;\ Y = 191^{\circ}{,}90.$$

En calculant avec ces nombres les valeurs de y relatives aux divers thermomètres, on trouve les résultats suivans, qui sont comparés à l'observation.

Rangs des thermomètres.	Excès de leur température sur celle de l'air en degrés de Réaumur. observée.	calculée.	Excès du calcul.
1	61,°50	62,°06	+ 0,°56
2	37, 75	37, 41	— 0, 34
3	23, 50	23, 42	— 0, 08
4	14, 25	14, 38	+ 0, 13
5	8, 50	8, 90	+ 0, 40
6	3, 00	3, 45	+ 0, 45
7	1, 25	1, 33	+ 0, 08

La petitesse et l'irrégularité des écarts, contenus dans la troisième ligne, montrent que l'on peut compter sur la valeur calculée de Y, au moins comme continuation de la formule. Or, si l'on ajoute à Y la température de l'air extérieur, qui est + 14°,5, la somme 206°,4 exprimera en degrés de Réaumur la température absolue du bout échauffé de la barre, et conséquemment ce devra être aussi la température du plomb fondant, au milieu duquel ce bout plongeait. Mais ce résultat suppose que la communication et le rayonnement s'opèrent

encore à 206°,46 de Réaumur, ou 258° centésimaux, suivant la simple loi de proportionnalité. Les expériences de De Laroche nous ont appris que cela n'est pas rigoureusement exact. Néanmoins, d'après la progression qu'elles indiquent, il ne paraît pas que l'erreur doive être encore bien sensible dans ces limites de température, ni s'y élever, par exemple, au-dessus d'un petit nombre de degrés.

Voici une autre épreuve qui servira d'appui à la précédente. Elle a été faite avec une barre de cuivre, plongée de même par un de ses bouts dans du plomb fondant. La température extérieure était de 15°,75; la barre portait 14 thermomètres centésimaux, aux abscisses ci-dessous indiquées.

Numéros des Thermomètres.	Leurs distances au bout échauffé de la barre x.
1	2,25
2	3,25
3	4,25
4	5,25
5	6,25
6	7,25
7	8,25
8	9,25
9	11,25
10	13,25
11	15,25
12	17,25
13	19,25
14	21,25

La distance 1, prise ici pour unité, était de 101 millimètres. En continuant l'expérience assez long-temps pour atteindre l'état stationnaire, les quatorze thermomètres ont été ébranlés sensiblement; et même les trois premiers ont atteint les limites de leur échelle avant d'être parvenus au maximum de température que leur position leur assignait, de façon qu'il a fallu les retirer. On a combiné les indications des autres de manière

à avoir les moindres erreurs possibles entre les nos 4, 5, 6, 7; et de là sont résultées les valeurs suivantes :

$$\frac{1}{M}\sqrt{\frac{b}{a}} = 0{,}0882726 \; ; \; \log Y = 2{,}3918591 \; ; \; Y = 246^{\circ},524.$$

Ces données introduites dans la formule générale ont fourni le tableau ci-joint.

Rangs des thermomètres.	Température en degrés centesim. observée.	calculée.	Excès du calcul.
4	80°,50	80°,60	+ 0°,10
5	65, 75	65, 78	+ 0, 03
6	53, 75	53, 82	+ 0, 07
7	43, 75	43, 80	+ 0, 05
8	35, 50	35, 75	+ 0, 25
9	24, 00	23, 81	— 0, 19
10	15, 70	15, 85	+ 0, 15
11	11, 00	10, 56	— 0, 44
12	7, 50	7, 03	— 0, 47
13	5, 25	4, 68	— 0, 57
14	3, 75	3, 12	— 0, 63

On voit, par le sens des erreurs, que les données adoptées produisent dans la formule une tendance à s'élever un peu trop rapidement dans les hautes températures; de sorte que la valeur conclue pour Y pourra être probablement un peu trop forte, mais certainement ne sera pas trop faible. En ajoutant cette valeur à la température de l'air extérieur 15°,75, qui était la somme 262°27 indiquera en parties de la division centésimale la température du bout de la barre plongé dans le plomb fondant; et par conséquent ce sera aussi celle du plomb fondant lui-même. Nos expériences sur la barre de fer nous avaient donné pour cette même température 206°,46 de la division en 80° parties, qui, étant réduits en division centésimale, font 258; résultat un peu inférieur au précédent, comme on pouvait s'y attendre, d'après la remarque que nous venons de faire sur la marche des erreurs dans le calcul des expériences faites avec

la barre de cuivre. Quoi qu'il en soit, l'erreur est assez petite pour qu'on doive prendre la moyenne entre ces deux indications. Nous aurons ainsi la température du plomb fondant égale à 260° de la division centésimale. Des expériences pareilles m'ont donné, pour celle de l'étain fondant, 219° de la même division.

Mais ces résultats, comme nous l'avons remarqué, sont obtenus dans la supposition que la simple loi de proportionnalité peut encore être employée, sans erreur sensible, dans les températures auxquelles ils répondent. C'est pourquoi il convient de chercher toutes les vérifications que nous pourrons en découvrir. Newton nous en fournit, pour l'étain, une assez concluante. Ce grand homme, qui, ainsi que je l'ai déjà dit, avait fort bien senti la nécessité de donner au thermomètre des bases fixes, en avait construit un d'huile de lin, dont le zéro répondait à la glace fondante, et le 34e degré au point de l'ébullition de l'eau. De sorte qu'une température indiquée par n degrés sur ce thermomètre répondrait à $\frac{100\,n}{34}$ sur une échelle centésimale, et à $\frac{80\,n}{34}$ sur une échelle de Réaumur. Toutefois cette réduction ne suffit pas pour comparer sûrement ses indications aux nôtres; il faut auparavant savoir si les dilatations de l'huile de lin marchent proportionnellement à celles du mercure. C'est ce que la nature même de cette huile semble indiquer, car elle gèle très-difficilement, et n'entre en ébullition qu'à de très-hautes températures. Mais en outre, Newton lui-même nous fournit un moyen de nous en assurer; car il dit que la température qui fait fondre la cire est de 20° $\frac{2}{11}$ de son thermomètre, ce qui répondrait à 47° $\frac{1}{2}$ sur une division en 80 parties. Or, en rapportant les expériences de Malus sur la réfraction de la cire solide et liquide, tome III, page 293, nous avons vu qu'il marque la température de la cire fondante à 48° Réaumur, du thermomètre à mercure; et d'après l'objet qu'il avait alors en vue, on ne peut douter qu'il n'ait fait cette expérience avec soin. Nous voyons donc, par cette épreuve,

que la marche de l'huile de lin s'accorde très-bien avec celle du mercure, et par conséquent la seule réduction des nombres de Newton à nos échelles nous indiquera, en parties de nos thermomètres actuels, les températures qu'il observait. Maintenant Newton dit qu'il a observé *avec son thermomètre* la température de l'étain fondant, et qu'il l'a trouvée de 72°, qui, réduits en division centesimale, font $\frac{7100}{34}$ ou 212. Ce résultat diffère très-peu de 219° que nous avons trouvé pour nos barres ; et même la différence est dans un sens contraire à celle que produirait l'écart de la proportionnalité. D'après cela, nous pouvons donc conclure que cet écart est encore insensible à ces limites de température, comme l'indiquaient les expériences de De Laroche, et ainsi l'on peut y prolonger les logarithmiques calculées sur les degrés inférieurs.

Newton a également assigné la température du plomb fondant, mais il ne l'a pas mesurée avec son thermomètre ; il l'a déduite par le calcul, d'après l'époque à laquelle le plomb commençait à se congeler sur une masse de fer chaud, dont il suivait le refroidissement progressif jusque dans les limites de son thermomètre, et dont il calculait les températures successives, d'après la simple loi logarithmique qu'il avait pour cela imaginée. Or, cette fixation des températures du fer devait être une opération assez délicate, et les erreurs qu'elle comportait devaient s'agrandir beaucoup, quand la logarithmique, calculée sur les degrés communs au thermomètre et à la masse, était ensuite étendue aux plus hautes températures par le calcul du temps. C'est pourquoi, et déjà plusieurs physiciens en ont fait la remarque, on peut compter sur les températures assignées par Newton jusqu'au degré de l'étain fondant, mais non au-delà.

Dans les expériences précédentes, nous avons toujours supposé la barre échauffée par une seule de ses extrémités, et nous lui avons donné une longueur assez grande pour qu'on pût la considérer comme indéfinie. Ces deux conditions ont suffi pour déterminer les constantes arbitraires de notre intégrale. Maintenant concevons la barre échauffée en un nombre

quelconque de points, entretenus de même à une température constante. La même formule, donnée page 667, s'appliquera encore; seulement il faudra déterminer ses constantes autrement. Alors, quand la température sera devenue partout stationnaire, il faudra considérer chaque portion de la barre, comprise entre deux foyers consécutifs, comme une barre isolée qui serait entretenue par ses deux bouts à la température de ces foyers-là, et déterminer les constantes de manière à y satisfaire; de sorte qu'il y aura autant de ces déterminations à faire qu'il y aura de pareilles portions à considérer.

Supposons, par exemple, que (y) représentant toujours la température de l'air, $Y+(y)$, $Y_{\iota}+(y)$ soient les deux températures extrêmes, pour une portion de la barre dont la longueur soit $2l$. Plaçons l'origine des x au milieu de cette portion même, et comptons les positivement vers le bout auquel Y est appliqué. Enfin, pour simplifier les formules, représentons par m le coëfficient $\frac{1}{M}\sqrt{\frac{b}{a}}$, qui est constant dans toute l'étendue de la barre, et les conditions imposées donneront

$$y=Y \text{ quand } x=+l, \quad \text{donc} \quad Y=A\,10^{-ml}+B\,10^{ml};$$
$$y=Y_{\iota} \text{ quand } x=-l, \quad \text{donc} \quad Y_{\iota}=A\,10^{ml}+B\,10^{-ml}.$$

De là on tire, par l'élimination,

$$A=\frac{Y\,10^{-ml}-Y_{\iota}\,10^{ml}}{10^{-2ml}-10^{2ml}}, \qquad B=\frac{Y_{\iota}\,10^{-ml}-Y\,10^{ml}}{10^{-2ml}-10^{2ml}}.$$

Pour déterminer d'abord le coëfficient m, on commencera par observer l'état stationnaire de la chaleur dans cette barre, ou dans une autre de même nature et de même surface, en la chauffant seulement par un de ses bouts. Alors, si l'on a pris cette barre assez longue, cela rentrera dans le cas que nous avons examiné d'abord. m pourra donc être déterminé par cette expérience; et connaissant aussi les nouvelles températures Y, Y_{ι}, on substituera leurs valeurs numériques dans les expressions précédentes. Le résultat indiquera celles qu'il faut attribuer, pour ce cas, aux constantes A et B. Ensuite la formule

fera connaître la température $y + (y)$ d'un point quelconque de la portion de la barre comprise entre les températures fixes $Y + (y)$, et $Y_1 + (y)$.

Par exemple, si les deux températures sont également différentes de celles de l'air, l'une au-dessus, l'autre au dessous, de sorte que l'on ait $Y_1 = -Y$; on aura aussi $B = -A$, et l'expression générale de y deviendra

$$y = B\left(10^{-mx} - 10^{mx}\right).$$

Changeons x en $x - l$, pour mettre l'origine des abscisses au bout $-Y$ de la barre, et faisons, pour abréger, $10^m = \mu$, nous aurons $\quad y = -B\mu^{-l}(\mu^x - \mu^{2l-x})$.

La valeur de y_1, présentée sous cette forme, devient précisément pareille à celle que nous avons trouvée dans le 3e vol., page 77, pour exprimer l'intensité du magnétisme en divers points d'une barre cylindrique, aimantée par la méthode de la double touche. Ainsi la distribution du magnétisme dans cette circonstance est la même que celle de la chaleur dans une barre dont les deux extrémités sont maintenues à des températures égales, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de l'air environnant.

Dans les considérations qui nous ont servi à établir l'équation différentielle de la page 667, nous n'avons fait entrer pour rien la direction rectiligne ou curviligne de la barre. Il est visible, en effet, qu'en la supposant très-mince, sa courbure n'a aucune influence sur la propagation intérieure de la chaleur, du moins tant que ses replis sont assez distans pour qu'il n'y ait d'action directe que dans le seul sens longitudinal. Donc, si l'on détermine les constantes A et B pour le cas d'une barre dont les deux extrémités seraient entretenues à une même température Y, ce cas comprendra encore celui d'un anneau rentrant sur lui-même, et dont on échauffe seulement un point. On connaîtra ainsi la distribution de la chaleur dans un pareil anneau, lorsque sa température est parvenue à un état stationnaire.

Mais on peut se demander encore ce qui arriverait à un anneau ou à une barre, si, après l'avoir échauffée d'une

manière quelconque, en un nombre quelconque de points, on y laissait la chaleur se répandre sans continuer à l'échauffer, ou bien si, l'ayant échauffée arbitrairement jusqu'à ce qu'elle ait atteint un état stationnaire, on l'abandonnait tout à coup à sa chaleur acquise, et qu'on la laissât se refroidir spontanément dans un milieu d'une température donnée. Ces questions, relatives au mouvement de la chaleur, dépendent de l'intégration de l'équation aux différences partielles, dans laquelle le temps entre. Quelques-unes se laissent encore résoudre par des intégrales en exponentielles, comme M. Fourier l'a fait voir dans son mémoire; mais la solution, complète pour tous les cas possibles, ne peut se déduire que de l'intégrale générale. Heureusement cette intégrale, qui est impossible en termes finis, peut s'obtenir par des intégrales définies d'une manière applicable. En la mettant sous cette forme, M. Poisson a trouvé l'expression générale de la température d'un point quelconque de la barre, à un instant quelconque, pour tous les modes possibles d'échauffement primitif; et, en suivant les modifications que le temps y produit, il a vu que, quel qu'ait été l'état initial de la barre, il finit toujours, après un certain temps, par être exprimé par une seule exponentielle, ce que M. Fourier avait aussi reconnu, mais moins rigoureusement démontré. La chaleur propagée est ici dans le même cas que les ondulations sonores, qui deviennent toujours régulières à une grande distance de l'endroit où l'ébranlement primitif a eu lieu, quoiqu'elles pussent être fort différentes et irrégulières près de cet ébranlement. Ce que fait la distance dans la propagation du son, le temps le fait dans la propagation de la chaleur, parce que ces deux élémens, quoique fort dissemblables, entrent de la même manière dans les équations analytiques des deux problèmes.

La propagation de la chaleur dans les corps solides, dont toutes les dimensions sont sensibles, dépend encore des mêmes principes. Alors chaque point de l'intérieur du corps communique de la chaleur à tous ceux qui l'environnent à une petite distance, et en reçoit d'eux; l'excès de cette seconde quantité

sur la première constitue ce qu'il garde, et détermine proportionnellement la quantité dont sa température propre s'accroît à chaque instant. Mais, pour les points qui sont situés à la surface du corps, cette différence ne leur reste pas toute entière; elle est affaiblie par le rayonnement, proportionnellement à l'excès de la température de la surface sur celle du milieu qui l'environne, ce qui forme pour ces points-là une condition de plus à joindre à l'équation générale de la propagation. M. Fourier avait le premier formé cette équation pour une sphère, pour un cylindre, et il l'avait étendue par analogie à un corps de figure quelconque. M. Poisson l'a obtenue d'une manière rigoureuse et générale, de la manière suivante. Considérant le corps échauffé comme une masse indéfinie, il établit par la pensée, dans son intérieur, une cloison idéale, de forme quelconque, qui le divise en deux parties distinctes; puis il évalue la quantité totale de chaleur qui passe à chaque instant d'une de ces parties dans l'autre, à travers la surface de séparation. Maintenant, si l'on supprime un des deux segmens, et qu'on enlève à l'autre, par le rayonnement, les mêmes quantités de chaleur qu'il communiquait à la partie enlevée, il est clair que l'équilibre de la chaleur n'éprouvera aucune altération dans la portion conservée; et sa distribution, ainsi que son mouvement, y demeureront les mêmes qu'auparavant. De là on voit qu'on obtiendra la condition analytique relative aux points de la surface, supposée rayonnante, en évaluant l'élévation de température qui se transmet à chaque instant du dedans à chacun de ces points, et égalant cette quantité à l'abaissement instantané que le rayonnement doit produire. Cette méthode a en effet conduit M. Poisson à l'équation déjà obtenue par M. Fourier.

Toutes les considérations précédentes sont établies sur la loi de communication de la chaleur que Newton a adoptée. Elles doivent donc cesser d'être applicables à de hautes températures où cette loi n'a plus lieu. Les formules supposent en outre que les qualités physiques d'où dépendent la conductibilité et le rayonnement sont les mêmes dans toute l'étendue

de la barre. Or, je me suis assuré par l'expérience que cette constance n'a pas lieu, même dans des barres homogènes, lorsque leurs diverses parties ont des températures inégales, qui, sans être fort élevées, sont cependant comparables à celle qui peut déterminer leur fusion. Pour le prouver, considérons une barre métallique plongée par un de ses bouts dans une température constante $Y + (y)$, et supposons qu'ayant terminé son autre bout par une petite capsule remplie de mercure, on y plonge la boule d'un thermomètre fort sensible. La chaleur propagée fera monter ce thermomètre d'une certaine quantité y au-dessus de la température de l'air ambiant : ce qui lui donnera définitivement une température stationnaire $y + (y)$. Les choses étant dans cet état, si l'on vient à doubler ou à tripler Y, (y) restant le même, ces nouvelles quantités de chaleur se propageront dans la barre, comme la première, et les déperditions qu'elles éprouvent en chaque point de la surface étant les mêmes, puisque le rayonnement est proportionnel à l'excès actuel de la température, la valeur de y qui en résultera au bout de la barre devra être aussi double ou triple, et en général proportionnel à Y. Or, c'est ce qui est loin d'avoir lieu; j'en ai fait l'épreuve sur une baguette formée avec l'alliage d'étain et de bismuth en parties égales, alliage qui se fond à la température de l'eau bouillante. Le pied de cette baguette, enveloppé d'un petit dé de cuivre, plongeait dans un bain de mercure que l'on portait successivement à diverses températures constantes, au moyen d'une lampe à courant d'air placée au-dessous. Un thermomètre était ajusté à l'autre bout de la baguette, comme je viens de le dire. Dans le commencement de l'expérience, les températures du bain et du thermomètre étaient égales entre elles à (y), c'est-à-dire à celles de l'air environnant. En échauffant le bain d'un certain nombre de degrés Y, le thermomètre a monté d'une certaine quantité y, comme on devait s'y attendre. Mais le rapport de y à Y, loin d'être constant, a diminué de plus en plus, à mesure que Y a augmenté, si bien qu'il est devenu tout-à-fait

nul, quand le pied de la baguette a atteint la température de la fusion ; et la relation de ces deux quantités s'est encore trouvée exprimée par une exponentielle de cette forme

$$y = 12^{\circ},986 - 12^{\circ},986 \; 10^{-\frac{Y}{m}},$$

m étant un nombre constant que l'expérience m'a donné, égal à 70,3685. Voici la comparaison de cette formule avec les résultats.

Excès de la temp. du bain au-dess. de celle de l'air observ.	Excès de la température de la baguette à son extremité libre, sur celle de l'air.		Excès du calcul.
	observée.	calculée.	
0°	0°	0°	0°
10, 25	3	3, 7	+ 0, 7
19, 75	5, 5	6, 18	+ 0, 68
29, 25	8, 0	8, 0	0
49	10, 5	10, 37	— 0, 18
69, 75	11, 75	11, 75	0

La formule donne, pour le maximum de y... 12,986
Ajoutons la température de l'air qui était 20,000

On aura pour somme..... 32,986

Telle devrait donc être la température observée au bout libre de la baguette, si l'on appliquait à son pied une température infinie. Il n'est pas possible, sans doute, d'atteindre cette limite, mais on en approche déjà de très-près à des températures bien inférieures. Car, par exemple, lorsque notre baguette se fondit à son pied, la température du bain n'était que de 100°, et celle du bout libre de la baguette était 32,5, au lieu de 32,986 qu'indique la formule; d'où l'on voit combien la communication des températures s'écarte alors de la proportionnalité, puisque les plus grands accroissemens de température, près et au-delà de ce terme, n'eussent plus fait monter le thermomètre que de quantités insensibles.

Cependant la loi même que nous trouvons redonne la proportionnalité, quand Y et y sont fort petites. Car, en vertu de cette petitesse, l'exponentielle pouvant se développer en une série convergente, le terme constant 12,986 disparaît, et il reste

$$y = \frac{12{,}986\,\mathrm{MY}}{m}\left(1 - \frac{\mathrm{MY}}{1.2\,m}\ldots\ldots \text{etc.}\right).$$

M est le module des tables, ou 2,30258. Lorsque Y sera fort petit, par exemple égal à 1°, les différens termes de la série comprise entre les parenthèses deviendront des fractions très-petites, et comme insensibles, relativement à l'unité. Alors, en les négligeant, le résultat deviendra simplement proportionnel à Y.

L'expérience prouve que différentes barres, même métalliques, plongées par un bout, comme la précédente, dans une température constante, propagent la chaleur avec plus ou moins de rapidité. Suivant les expériences d'Ingenhouse, l'argent et l'or sont les métaux les plus conducteurs; ensuite viennent le cuivre, l'étain, le platine, à peu près égaux entre eux; enfin le fer, l'acier et le plomb, qui sont très-inférieurs aux autres. Le verre, la porcelaine, la terre à poterie, conduisent moins qu'aucun métal. Le charbon, et les diverses espèces de bois, quand ils sont secs, conduisent peut-être plus mal encore. Mais, d'après une observation très-utile de Rumford, rien ne transmet moins la chaleur, à poids égal, que les substances composées de filamens très-fins, ou de petites parcelles qui se touchent par très-peu de points, comme le cuir, la laine en flocons, la soie en brins, le duvet, le son, etc. Cela peut tenir à ce que, les parcelles qui composent ces substances étant fort petites et séparées, il se fait de nombreuses réflexions entre elles; et aussi à ce qu'elles retiennent l'air comme emprisonné dans leurs contours, soit par une affinité propre qui leur permet de fixer, sur leur surface, une mince couche de ce fluide, soit par le seul obstacle mécanique qu'elles opposent à son déplacement; deux causes qui doivent également l'empêcher de se renouveler et d'emporter avec lui la chaleur.

CHAPITRE V.

De la capacité des Corps pour le Calorique.

Dans toutes les expériences que nous avons rapportées jusqu'à présent, sur la propagation et la communication de la chaleur, nous n'avons considéré que des accroissemens ou des diminutions de température. Il faut maintenant chercher à connaître quels rapports existent entre ces variations et les quantités absolues de chaleur absorbées ou dégagées par les corps. Cette recherche sera en effet particulièrement propre à former les idées que nous devons avoir sur la nature du principe qui produit la chaleur.

Le moyen le plus direct de découvrir ces rapports consiste à faire refroidir un même corps, successivement de plusieurs nombres de degrés connus, et d'employer le calorique qui s'en dégage à produire un même effet toujours identique, dont la répétition puisse lui servir de mesure. On a cet avantage dans la fusion de la glace. Nous avons reconnu que la glace fondante a une température fixe, et que toute la chaleur qu'on lui communique est uniquement employée à la fondre. Si donc on enlève à chaque instant l'eau qui en résulte, et qu'on présente incessamment à l'action du calorique une nouvelle quantité de glace, l'effet sera toujours identiquement semblable à lui-même, et une quantité double ou triple de glace fondue exigera évidemment une quantité double ou triple de chaleur; de sorte qu'on évaluera la proportion de cette dernière, qu'on ne peut voir, par la quantité de glace fondue qu'on peut peser. Il ne reste plus qu'à réaliser cette conception; tel est l'objet de l'instrument que MM. Lavoisier et Laplace ont imaginé et ont appelé *calorimètre*.

Il est composé de deux vases métalliques semblables, ABCD, A′B′C′D′, fig. 66, contenus l'un dans l'autre, et maintenus

séparés par de petites tringles de métal, qu'il serait mieux de faire en bois ou en verre. L'intervalle de ces deux vases est rempli de glace pilée en petits morceaux, et tassée de manière à former une enveloppe continue. Pour l'y introduire, on enlève le couvercle AB, et ensuite on le replace. Il est clair qu'en prenant soin de renouveler constamment cette glace, à mesure qu'elle vient à fondre par l'effet de la température de l'atmosphère, supposée plus haute que 0°, le vase intérieur A′ B′ C′ D′, et la capacité qu'il renferme seront maintenus constamment à zéro. Mais pour pouvoir effectuer ce renouvellement, il faut soustraire l'eau qui se forme par cette fusion progressive; tel est le but d'un robinet latéral placé à la partie inférieure de l'intervalle des deux vases.

Maintenant, dans le vase intérieur on en suspend un autre plus petit A″ B″ C″ D″, formé d'un simple treillage de fil de fer, et destiné à renfermer les corps que l'on veut faire refroidir. L'intervalle entre ce troisième vase et A′ B′ C′ D′ est également rempli de glace pilée en très-petits morceaux, qu'on y introduit de même en levant le couvercle A′ B′; et l'eau qu'elle produit, à mesure qu'elle vient à se fondre, s'écoule par un robinet inférieur R′ dans un vase où on la recueille pour la peser exactement. Cela posé, admettons pour un moment que l'air extérieur n'ait aucun accès dans l'intérieur du calorimètre. Alors, après un temps plus ou moins considérable, la glace intérieure arrivera à la température de l'intervalle extérieur, c'est-à-dire à 0°, et elle se maintiendra à ce degré invariablement, tant que l'enveloppe extérieure de la glace ne sera pas tout-à-fait fondue; mais introduisez dans le vase A″ B″ C″ D″ un corps dont la température soit élevée au-dessus de zéro : ce corps se refroidira graduellement, et en se refroidissant, il fondra la glace environnante, ce qui produira une certaine quantité d'eau qui s'écoulera par le robinet inférieur R′. Si l'on recueille cette eau et qu'on la pèse, elle sera évidemment la mesure de la quantité de chaleur dégagée par le corps en se refroidissant jusqu'à 0°.

L'expérience, pour être bien faite, exige quelques précau-

tions. D'abord il faut bien se garder d'employer de la glace plus froide que 0°; car toute la chaleur dégagée par le corps intérieur s'emploierait à l'amener à cette température avant de la fondre, et l'effet en serait ainsi dissimulé. On évite cet inconvénient en employant de la glace fondante ou prête à fondre, et en opérant dans une atmosphère plutôt élevée d'un ou deux degrés, au-dessus de 0°, qu'abaissée au-dessous. Car alors on sera sûr que la température de la glace sur laquelle on opère est réellement 0° comme on le desire, puisqu'elle se maintient à ce degré fixe tant qu'elle n'est pas tout-à-fait fondue. Cela a encore un autre avantage. On ne peut jamais éviter absolument l'introduction de l'air extérieur dans le calorimètre; s'il était beaucoup plus chaud que la glace intérieure, il en fondrait une quantité qui pourrait être sensible, et qui, en se mêlant aux résultats, les altérerait; si, au contraire, il était plus froid que 0, il abaisserait la température de la glace et l'empêcherait de fondre. A cause du peu de densité de l'air, deux ou trois degrés, en plus, sont à cet égard de peu d'influence, ce qui multiplie les occasions où l'expérience peut se faire. Mais on la rendra beaucoup plus exacte, si, en opérant toujours dans des températures un peu supérieures à 0°, on prend soin d'avoir un second calorimètre en tout semblable au premier et chargé de même, avec cette seule différence qu'on ne mette point de corps chaud dans l'intérieur. Alors la quantité de glace fondue dans celui-ci donnera immédiatement l'effet de la température de l'air. Il ne reste qu'à rendre ces deux calorimètres bien comparables. Pour cela, après les avoir chargés, on les laissera égoutter quelque temps, par exemple, une heure. On jettera l'eau que l'un et l'autre auront donnée, et ayant introduit le corps chaud dans l'un d'eux, on recommencera à les observer tous deux de nouveau. Quand le refroidissement sera terminé, ce que l'on jugera par la lenteur de la fusion, on pesera les quantités d'eau formée dans les deux calorimètres, et, retranchant l'une de l'autre, la différence exprimera ce qui est produit par la seule action du corps chaud introduit dans l'un d'eux; et, pour plus de sûreté, on pourra alterner l'expérience.

Ici une difficulté se présente. Lorsqu'on retire ce corps, chaque morceau de glace solide qui reste dans l'appareil retient à sa surface une petite couche de l'eau qu'il a formée. Cette couche, quoique très-mince sur chaque morceau, doit, pour la masse totale de la glace contenue dans le calorimètre, former une quantité considérable. Cela est vrai. Mais si l'on a opéré avec les précautions que nous avons prescrites, c'est-à-dire à quelques degrés au-dessus de la glace fondante, une petite couche d'eau exactement pareille adhérait déjà à la surface de chaque morceau de glace, lorsque l'on a introduit le corps échauffé. Cette couche, qui a dû la première s'écouler, compense donc exactement celle que la glace conserve quand le refroidissement est fini.

Il importe encore de faire remarquer que l'esprit de cet appareil consiste principalement dans l'influence de l'enveloppe extérieure de glace, comprise entre les deux vases métalliques ABCD, A′B′C′D′; car c'est cette enveloppe qui, par sa présence, maintient à zéro la température de la glace intérieure, et l'empêche de se fondre autrement que par l'action du corps introduit dans l'espace qu'elle contient.

Supposons que ce corps soit solide, et de nature à ne point changer d'état depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de l'ébullition de l'eau; alors, l'ayant porté à une température quelconque t, comprise entre ces limites, et mesurée en degrés du thermomètre à mercure, plaçons-le dans le calorimètre, et laissons-le se refroidir jusqu'à 0. Quand il y sera revenu, nous trouverons que la quantité de glace qu'il a fondue est proportionnelle au nombre de degrés t; de sorte que, s'il en a fondu un kilogramme en se refroidissant de 10° à 0, il en fondra deux kilogrammes en se refroidissant de 20° à 0, trois en se refroidissant de 30° à 0, et ainsi de suite dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique. Mais la constante de cette proportionnalité sera différente pour différens corps, à masse égale. Par exemple, si un certain poids de tôle ou de fer battu, porté à 30° de température, a fondu 11 kilogr. d'eau, le même poids de mercure, porté à la même température, n'en fondra que

3 kilogrammes. La fixation de la masse est ici un élément essentiel; car une masse double ou triple d'un même corps fond une quantité de glace double ou triple, dans des circonstances pareilles.

Pour nous former une idée nette de ces résultats et en développer sûrement les conséquences, prenons pour unité de calorique la quantité inconnue de ce principe, qui est nécessaire pour fondre un kilogramme de glace à 0°; puis représentons par x le nombre total et inconnu d'unités pareilles qui, à la température de la glace fondante, sont contenues dans chaque kilogramme d'un corps A, de quelque manière que ce calorique y subsiste, qu'il s'y trouve combiné et fixe, ou mobile et échangeable par rayonnement avec les autres corps de l'espace, ou enfin partiellement dans ces divers états. Si nous élevons la température de A jusqu'à T degrés du thermomètre à mercure, et que nous le laissions ensuite refroidir jusqu'à zéro dans le calorimètre, il y fondra un certain nombre de kilogrammes de glace, que nous pouvons représenter par N; donc, selon nos précédentes conventions, N exprimera aussi la nouvelle quantité de calorique qu'il a fallu introduire dans le corps pour élever à T sa température. Or, l'expérience montre qu'entre 0 et 100° le nombre N est proportionnel au nombre T de degrés, du moins lorsque le corps ne change pas d'état. Conséquemment, si nous divisons N par T, le quotient $\frac{N}{T}$, que nous nommerons c, exprimera, entre ces limites, le nombre de kilogrammes de glace que le corps peut fondre en abaissant d'un degré sa température; et ce même quotient exprimera aussi en fonction de notre unité primitive la quantité de calorique nécessaire pour élever ou abaisser sa température d'un degré. D'après cela, pour toute autre température t, comprise aussi entre les limites de l'échelle thermométrique, $x + ct$ exprimera la quantité totale de calorique contenue dans A, et ct sera le nombre de kilogrammes de glace à 0° qu'il peut fondre, en se refroidissant jusqu'à 0°. Si la masse du corps, au lieu d'être un kilogramme, était m, sa nature restant la même, il faudrait

le considérer comme composé de m kilogrammes exactement pareils au précédent. Alors la quantité primitive de calorique qu'il contiendrait à 0° serait mx, celle qu'il contiendrait à t degrés serait $mx + mct$, et mct exprimerait le nombre de kilogrammes de glace à 0° qu'il pourrait fondre, en se refroidissant depuis t degrés jusqu'à 0°, dans le calorimètre. On voit qu'il suffit de raisonner sur l'unité de masse, sauf à multiplier les résultats par le nombre de ces unités que contient le corps que l'on considère.

D'après ce que j'ai annoncé tout-à-l'heure sur la comparaison de la tôle avec le mercure, on voit que le nombre c varie d'une substance à une autre. Il varie même pour chaque substance, quand elle change d'état, c'est-à-dire quand elle devient de solide liquide, de liquide aériforme, ou réciproquement. Il est même vraisemblable que ces variations commencent à être sensibles avant que le changement d'état s'effectue. Il faut donc déterminer le nombre c par observation dans ces diverses circonstances. C'est ce que l'on fait, et on le nomme *la chaleur spécifique des corps.*

Si le corps est solide, on en prend une masse connue m, on l'élève à une température connue t; et, le plaçant dans le calorimètre, on mesure par des pesées le nombre n de kilogrammes de glace à 0°, qu'il a fondue en se refroidissant jusqu'à 0°. Ce nombre étant connu, on a l'équation

$$mct = n, \qquad \text{d'où} \qquad c = \frac{n}{mt}.$$

C'est à-dire : *étant donné le poids de la glace fondue par le corps, divisez-le par le produit de sa masse et du nombre de degrés qui exprimait primitivement sa température ; le quotient est la chaleur spécifique du corps, pour l'unité de masse.*

Par exemple, on a introduit dans le calorimètre une masse de tôle ou fer battu pesant, en kilogrammes, $3^k,772640$; et dont la température, au moyen d'un bain d'eau bouillante, avait été portée à 97°,5 du thermomètre centésimal. Au bout de onze heures, toute la masse était refroidie jusqu'à 0°, et le calorimètre bien égoutté a fourni $0^k,542004$ de glace fondue.

Ainsi la chaleur spécifique de la tôle, conformément à nos définitions, sera

$$c = \frac{0,542004}{3,77264 \cdot 97,5}, \quad \text{ou} \quad c = 0,0014735.$$

Cette expérience a été réellement faite par MM. Lavoisier et Laplace, mais avec d'autres unités de poids et de température. Ils mesuraient les poids en livres, et les températures en degrés du thermomètre de Réaumur. Ils avaient employé $7^{l},7070319$ de tôle qui, portée à 78° R. de température, leur avait donné $1^{l},109795$ de glace fondue. Ainsi la chaleur spécifique de la tôle, dans ce système d'unités, est

$$c = \frac{1,109795}{7,7070319 \cdot 78}, \quad \text{ou} \quad c = 0,001841875.$$

On voit, par cet exemple, que la valeur numérique de c est indépendante de l'unité de poids que l'on a choisie, parce que la même unité se retrouve au numérateur et au dénominateur de la fraction qui l'exprime. Mais il n'en est pas ainsi de la division thermométrique dont on fait usage; celle-ci influe sur c, dont elle est seulement diviseur. D'après cette remarque, il est facile de convertir les résultats les uns dans les autres, en multipliant chaque valeur de c, obtenue avec un certain mode de division, par le rapport de ce mode à celui dans lequel on veut la transporter. Par exemple, si l'on multiplie notre première valeur de c par $\frac{100}{80}$, on trouvera la seconde, parce que cela revient à remplacer, au dénominateur, le facteur 97,5 qui exprime la température centésimale, par le facteur $\frac{97,5 \cdot 80}{100}$, ou 78, qui exprime la température octogésimale.

On peut même encore rendre les valeurs numériques de c indépendantes de cette réduction, en les exprimant toutes au moyen d'une d'entre elles prise pour unité. Alors le mode de division employé pour la température disparaît aussi; et les résultats deviennent communs à tous les modes. C'est ainsi qu'en ont usé généralement les physiciens. Mais pour pouvoir déduire aussi de ces résultats les quantités absolues de glace que chaque substance peut fondre en se refroidissant dans des

limites données, il faut que l'on énonce encore la valeur absolue de c pour la substance à laquelle on rapporte toutes les autres, et alors il est nécessaire de spécifier le mode de division adopté pour exprimer la température.

Pour connaître la chaleur spécifique des liquides, on les introduit dans le calorimètre, en les plaçant dans des vases dont le refroidissement a été préalablement observé, et dont on a ainsi déterminé la chaleur spécifique. Appelons m la masse du vase, m' celle du liquide, c, c', les chaleurs spécifiques de l'une et de l'autre substance, enfin t la température commune à laquelle on les élève. Si n est le nombre de kilogrammes de glace fondue que leur refroidissement donne, on aura évidemment

$$mct + m'c't' = n, \qquad \text{d'où} \qquad c' = \frac{n - mct}{m't}.$$

C'est-à-dire : *du poids total de la glace fondue par le système, retranchez ce que le vase aurait dû fondre à lui seul, et divisez le reste par le produit de la masse et de la température du liquide.*

Par exemple, MM. Lavoisier et Laplace, voulant déterminer la chaleur spécifique de l'acide nitreux, mirent quatre livres de cet acide dans un matras de verre sans plomb, pesant $0^{l},53125$, et dont la chaleur spécifique c, rapportée à la division octogésimale, pour l'unité de masse, était 0,003215. Le système fut porté dans un bain d'eau bouillante, à la température de 80° R., et on le plaça ensuite dans le calorimètre. Au bout de vingt heures, le refroidissement était achevé; et la machine, bien égouttée, donna $3^{l},66406$ de glace fondue. On a donc, dans cet exemple,

$n = 3,66406$; $m = 0,53125$; $c = 0,003215$; $t = 80°$; $m' = 4$,

d'où l'on tire $c' = 0,0110232$.

C'est la chaleur spécifique absolue de l'acide nitreux employé dans l'expérience, en prenant la division de Réaumur. Si l'on veut adopter la division centésimale, il faudra la multiplier par $\frac{80}{100}$, et elle deviendra 0,00881856.

En opérant sur l'eau liquide de la même manière, MM. Lavoisier et Laplace ont trouvé qu'une livre d'eau liquide,

élevée à la température de 60° R., ou 75° centésimaux, fondait précisément une livre de glace en se refroidissant jusqu'à 0°. Conséquemment la chaleur spécifique absolue de l'eau, en adoptant la division octogésimale, sera $\frac{1}{60}$, ou 0,0166666 $\frac{2}{3}$; et si l'on veut adopter la division centésimale, ce sera $\frac{1}{75}$, ou 0,013333 $\frac{1}{3}$.

Si l'on divise par l'une ou l'autre de ces quantités les chaleurs spécifiques absolues, évaluées dans l'un et l'autre système, on aura les chaleurs spécifiques *relatives*, c'est-à-dire, rapportées à celle de l'eau, prise pour unité. Mais pour qu'on puisse revenir de ces valeurs aux résultats absolus, il faut toujours y joindre la chaleur spécifique absolue de l'eau. Voici quelques résultats de ce genre donnés par MM. Lavoisier et Laplace :

Désignation des substances.	Chaleur spécif. relat.
Eau commune	1,00000
Tôle ou fer battu	0,11051
Verre sans plomb	0,19290
Mercure	0,02900
Oxyde rouge de mercure	0,05011
Plomb	0,02819
Oxyde rouge de plomb	0,06227
Etain	0,04754
Soufre	0,20850
Huile d'olive	0,30961
Chaux vive du commerce	0,21689
Mélange d'eau et de chaux vive, dans le rapport de 9 à 16	0,43912
Acide sulfurique, pesant spécifiquem. 1,87058	0,33460
Acide nitreux non fumant, pesant spécifiquement 1,29895	0,66139

D'après la signification que nous avons attribuée au coefficient c, les rapports contenus dans cette table peuvent immédiatement servir pour transporter numériquement le calorique de l'une à l'autre des substances qui y sont désignées. Ainsi le nombre 0,029 correspondant au mercure, indique qu'une masse de mercure qui se refroidit d'un degré abandonne une quantité de calorique suffisante pour élever de 0°,029 la

température d'une masse égale d'eau. Une masse de chaux vive qui se refroidirait aussi d'un degré éleverait la température d'une masse égale d'eau de 0,21689. D'où il suit que le calorique, dégagé d'une masse de mercure qui se refroidit d'un degré, éléverait la température d'une masse égale de chaux vive de $\frac{0,0029}{0,021689}$, ou $0^{\circ},134$. Ici l'échelle sur laquelle on compte les degrés est arbitraire, parce qu'elle est la même dans les deux évaluations.

En outre, si l'on multiplie les nombres de cette table par $\frac{9}{60}$, qui exprime la chaleur spécifique absolue de l'eau en degrés de Réaumur, on aura les quantités pondérales de glace qu'un poids 1 de ces substances peut fondre en se refroidissant d'un degré de cette même division. Si on faisait la multiplication par $\frac{1}{75}$, ou $\frac{4}{300}$, on aurait le résultat analogue pour un degré centésimal. Ce seraient donc les chaleurs spécifiques *absolues* des substances désignées dans la table. Par exemple, divisant ainsi par 60 le nombre 0,66139 qui convient à l'acide nitreux, on retrouvera le nombre 0,010232 que nous avions obtenu tout-à-l'heure, pour la valeur absolue de sa chaleur spécifique.

On voit que le mercure a une chaleur spécifique très faible. Pour élever de 1° la température de ce liquide, il faut seulement les $\frac{29}{1000}$ de ce qu'exigerait une masse d'eau égale en poids. La constante de la valeur de c pour le mercure, dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique, est encore une chose très-digne de remarque ; car il en résulte qu'entre ces limites, les quantités de chaleur introduites dans cette substance sont proportionnelles aux nombres de degrés dont sa température s'élève. Or ces degrés eux-mêmes sont mesurés par les dilatations du mercure, et leur sont proportionnels ; donc les dilatations du mercure dans l'étendue de l'échelle thermométrique sont proportionnelles aux accroissemens du calorique qu'il contient.

Plusieurs physiciens, particulièrement Deluc et Crawford, ont cherché à mettre cette vérité en évidence d'une autre manière. Ils prenaient des masses égales a et b d'un même liquide, élevées à d'inégales températures, et en les mêlant rapidement,

ils voyaient si la température définitive du système était la moyenne arithmétique entre les températures des deux masses. En effet, si l'on suppose les chaleurs spécifiques constantes dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique, ce qui est précisément l'objet de la recherche, la quantité totale de calorique contenue dans la première masse a, à la température t, sera $mx + mct$, en nommant m sa masse, et c la chaleur spécifique de sa substance. De même, la quantité de calorique contenue dans la seconde masse b, à la température t', sera $mx + mct'$; et dans la somme, ce sera $2mx + mc(t + t')$. Or, si T est la température moyenne du mélange, ce résultat devra aussi être égal à $2mx + 2mc\,\mathrm{T}$, puisque la somme totale des masses sera $2m$. On devra donc avoir

$$2\mathrm{T} = t + t', \qquad \text{d'où} \qquad \mathrm{T} = \tfrac{1}{2}(t + t').$$

On pourrait de même effectuer l'opération avec des masses inégales, pourvu qu'elles fussent toujours de même nature. Car, en les nommant m, m', les quantités de calorique qu'elles contiendraient seraient $mx + mct$; $m'x + m'ct'$; ce qui donnerait dans le mélange $(m + m')x + c(mt + m't')$: or, en nommant toujours T la température commune après le mélange, ce résultat devrait aussi être exprimé par

$$(m + m')x + c(m + m')\mathrm{T};$$

il faudrait donc qu'on eût

$$(m + m')\mathrm{T} = mt + m't', \quad \text{d'où} \quad \mathrm{T} = \frac{mt + m't'}{m + m'},$$

formule qui rentre dans la précédente, quand $m' = m$. Or, en mêlant de cette manière des masses m, m', de mercure à des températures diverses, on trouve toujours la température commune T sensiblement d'accord avec les indications de la formule. On doit donc en conclure que la constance supposée de c, pour le mercure, est exacte, du moins dans les limites de températures que nous avons supposées : de là il résulte que les dilatations de ce liquide entre 0 et 100°, sont proportionnelles aux accroissemens de calorique qu'il acquiert. Enfin, comme la constance de c s'observe aussi, entre les mêmes limites, dans tous les corps qui ne changent point d'état, on doit encore en

conclure qu'entre ces limites, les degrés du thermomètre à mercure mesurent aussi pour eux des accroissemens égaux de chaleur.

La méthode des mélanges que nous venons d'exposer a été encore employée fréquemment pour mesurer des chaleurs spécifiques, et pour évaluer des températures que les thermomètres ordinaires ne pouvaient atteindre. Alors on suppose toujours que le coefficient c est constant, pour chacun des corps du mélange, dans toutes les températures qu'on leur fait parcourir. Considérons, par exemple, une masse d'eau égale à m, et dont la température soit t. On y jette une masse m' d'un métal à la température t', et l'on demande quelle devra être la température commune T qui s'établira, en supposant qu'il ne se perde point du tout de chaleur par rayonnement, ni par communication aux corps extérieurs. Il est clair que T dépendra, comme tout à l'heure, des masses des deux substances mélangées, de leurs températures et de leurs chaleurs spécifiques. Soit c celle de l'eau, c' celle du métal, et nommons x; x', les quantités absolues de calorique contenues à 0°, dans chacune de ces deux substances, sous l'unité de masse; alors, dans les circonstances où on les mêle, l'eau devra en contenir $mx + mct$, le métal $m'x' + m'c't'$; par conséquent il s'en trouvera dans le mélange $mx + m'x' + mct + m'c't'$. Or, T étant la température commune, ce résultat devra encore être exprimé par $mx + m'x' + (mc + m'c')\,\mathrm{T}$. Il faudra donc qu'on ait $(mc + m'c')\,\mathrm{T} = mct + m'c't'$,

d'où l'on tire

$$c' = \frac{mc(\mathrm{T} - t)}{m'(t' - \mathrm{T})}, \qquad \text{ou} \qquad t' = \frac{(mc + m'c')\,\mathrm{T} - mct}{m'c'}.$$

La première formule fera connaître la chaleur spécifique c' du métal immergé, quand les températures t, t', T seront données par l'observation. Mais si l'on connaît la chaleur spécifique c', ou seulement son rapport avec celle de l'eau, que nous avons désignée par c, la seconde formule donnera la température t' du métal. C'est ainsi que Coulomb, dans ses expériences sur le magnétisme, a déterminé les températures de la

trempe qu'il donnait à ses barreaux ; et De Laroche employait la même méthode dans ses expériences sur le calorique rayonnant, pour déterminer les températures des lingots de cuivre qu'il mettait aux foyers de ses miroirs.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie de Stockholm pour 1781, plusieurs observations de Wilke, qui peuvent servir d'exemple pour ces deux formules. Ce physicien a déterminé les chaleurs spécifiques d'un assez grand nombre de corps solides, en les échauffant à des degrés connus, et les plongeant dans un poids égal d'eau à 0°. Cette égalité donne $m = m'$. En opérant ainsi sur un morceau de verre porté à la température de 86° centésimaux, il trouva que la température de l'eau s'élevait à 12°,75. On avait donc pour cette sorte de verre :

$$m = m' ; \quad t = 0 ; \quad t' = 86° ; \quad T' = 12,75 :$$

et en substituant ces données dans la première formule, il vient

$$c' = c \,.\, 0,174 ;$$

réciproquement, si l'on se donnait cette valeur de c', qui pourrait être connue par d'autres expériences, la seconde formule déterminerait t', c'est-à-dire la température du morceau de verre, et on la trouverait ainsi de 86° centésimaux.

Au moyen d'un grand nombre d'expériences pareilles, qui diffèrent peu entre elles, Wilke trouve pour moyenne de la chaleur spécifique du verre, $c' = c.0,1877$. MM. Lavoisier et Laplace, au moyen du calorimètre, ont trouvé pour le verre sans plomb 0,1929 ; la différence tombe dans les limites d'incertitudes que ce genre d'observations comporte ; et peut-être est-elle due en partie à la différente nature des verres.

Néanmoins l'opération des mélanges, pour être exacte, exige deux précautions indispensables. Comme le liquide où se fait l'immersion est toujours contenu dans un vase, il faut avoir égard à la portion de calorique que la substance de ce vase enlève au mélange ou lui communique. Il faut aussi tenir compte du refroidissement et du réchauffement progressif que le mélange éprouve, par voie de rayonnement, entre l'instant où on l'opère et celui où l'on mesure sa température. Nous allons considérer successivement ces deux objets.

D'abord, pour diminuer l'influence du vase, il faut le choisir fort mince et de peu de masse, comparativement à la quantité d'eau qu'il doit renfermer. Soit (m) sa masse, (c) la chaleur spécifique de la substance qui le compose. Il est clair que, dans toutes les variations de température, il agira comme ferait une masse d'eau d'une température égale à la sienne, et dont le poids serait $\frac{(m)\ (c)}{c}$. Il n'y a donc qu'à augmenter de cette quantité la masse m de l'eau, dans nos précédentes formules, et l'effet du vase sera corrigé.

Si l'on ne connaissait pas la chaleur spécifique de la matière du vase, on pourrait la déterminer par une expérience préliminaire; en voici un exemple qui se trouve dans l'ouvrage de Crawford sur la chaleur; je le réduis seulement à degrés centésimaux.

L'air de la chambre étant à 20°,14, quarante onces d'eau à la température de 20°,0833 furent mises subitement dans un vase de fer-blanc, qui était lui-même à la température de 42°,916. On l'amenait à ce terme en l'entourant d'une enveloppe de même métal, de dimension exactement pareille, et plongeant le tout dans un bain d'eau chaude dont on mesurait la température. Le vase étant donc retiré, et l'eau introduite, on agita doucement celle-ci, et au bout de trois minutes, sa température devint sensiblement constante, et égale à 20°,555. On peut donc appliquer ici notre formule générale des mélanges, page 697, en considérant le vase comme le corps immergé. Seulement il faudra y changer m' en (m) et c' en (c), pour l'accommoder à nos nouvelles dénominations On aura alors

$$t = 20{,}0833\ ; \quad t' = 42{,}916\ ; \quad \mathrm{T} = 20{,}555\ ,$$

d'où l'on tire $$(m)\ (c) = \frac{m\,c.0{,}4717}{23{,}361} = \frac{mc}{47{,}4}.$$

Maintenant il ne reste plus qu'à mettre, dans cette formule, pour (m) et m, leurs valeurs numériques, et l'on en déduira (c), c'est-à-dire, la chaleur spécifique de la matière du vase. Même, à vrai dire, il suffit d'effectuer cette substitution pour m, parce que la masse de l'eau peut varier dans les expériences

consécutives que l'on peut faire avec le même vase; mais, quant à la masse du vase, comme elle doit rester toujours la même, il en résultera toujours la même valeur pour $\frac{(m)(c)}{c}$, et c'est justement de cette quantité qu'on aura besoin, dans les expériences, puisque c'est elle qu'on doit ajouter à la masse de l'eau employée. Par exemple, dans l'expérience de Crawford, en prenant pour unité l'once anglaise, on aura $m = 40$, et par suite

$$\frac{(m)(c)}{c} = \frac{40}{47,4} = 0,84;$$

c'est-à-dire, que la matière totale du vase prenait, dans toutes les expériences, autant de chaleur qu'auraient fait les $\frac{84}{100}$ d'une once d'eau. Ainsi, pour avoir égard à l'action du vase, il fallait toujours augmenter, de cette quantité, le nombre réel des onces d'eau qu'on y mettait.

La seconde cause, je veux dire le refroidissement progressif du mélange entre l'instant où on l'opère et celui où l'on prend sa température, est beaucoup plus difficile à corriger. Crawford a cherché à le faire en observant la loi du refroidissement progressif du mélange, et s'en servant pour lui restituer, par le calcul, la chaleur qu'il avait dû perdre dans les premiers momens. Mais il est douteux que la loi soit la même, quand la température est uniforme, et quand l'uniformité n'est pas encore établie. C'est là un inconvénient de la méthode des mélanges qu'on peut atténuer plutôt que détruire.

En général, comme l'emploi de cette méthode repose uniquement sur des mesures de températures, il faut avoir le plus grand soin pour que ces mesures soient exactes. Une des précautions les plus essentielles, c'est de prendre la température de l'eau ou des liquides mélangés, au moyen d'un thermomètre à réservoir cylindrique, qui occupe toute la hauteur du vase, afin d'avoir une moyenne exacte entre les températures de toutes les couches. Après tout, si l'on compare les avantages et les inconvéniens de cette méthode avec ceux que présentent le calorimètre de glace, cet instrument, quoique

d'un usage difficile, semblera, je crois, encore préférable pour l'exactitude. Il est d'ailleurs susceptible de plusieurs autres applications que la méthode des mélanges ne comporte pas.

Par exemple, on sait qu'un grand nombre de substances, lorsqu'elles se combinent les unes avec les autres, dégagent de la chaleur. Veut-on en mesurer la quantité? il n'y a qu'à refroidir ces substances séparément jusqu'à 0°, puis opérer leur combinaison dans le calorimètre, et laisser le système se refroidir de nouveau jusqu'à zéro. La quantité de glace fondue mesurera la quantité de calorique dégagé.

Dans une expérience de ce genre, MM. Lavoisier et Laplace ont mêlé $1^l,5$ d'eau à 0°, avec 2^l d'acide sulfurique, d'une pesanteur spécifique égale à 1,87051, et dont la température était aussi 0°. Il s'est dégagé de la chaleur qui, en se dissipant, a fondu $3^l,1406$ de glace. Si l'on divise ce produit par la masse totale $3^l,5$, on aura la quantité de glace qui aurait été fondue par une livre du mélange. Ce sera $0^l,8973$. D'où l'on voit combien la quantité de calorique ainsi dégagée est considérable.

Au contraire, les substances, en se combinant, absorbent-elles du calorique au lieu d'en dégager; alors, avant de les combiner, il faudra les élever à une température commune t, assez haute pour qu'après leur combinaison même, elles se trouvent encore plus chaudes que la glace. Cela fait, on les mêlera dans l'intérieur du calorimètre, et l'on mesurera la quantité a de glace que la combinaison, après s'être formée, aura fondue en se refroidissant jusqu'à 0°. Or si, en se formant, elle s'est refroidie tout à coup de x degrés, il est clair que la fusion de a aura été opérée par l'excès de t sur x, ou par $t - x$. Donc, si l'on nomme c' la chaleur spécifique de la combinaison, et que sa masse soit m', on devra avoir

$$m' c' (t - x) = a.$$

c' peut s'évaluer préalablement par une expérience directe, en élevant à la température t' la combinaison toute formée, la plaçant dans le calorimètre, puis observant la quantité a' de glace fondue par son refroidissement. En effet, cette observation donnera $m' c' t' = a'$;

d'où tirant $m'c'$ pour le mettre dans l'équation précédente, x restera seul inconnu ; et en le dégageant, on aura

$$x = \frac{a't - zt'}{a'}.$$

On peut évaluer d'une manière analogue la quantité de calorique que les corps abandonnent en passant de l'état fluide à l'état solide, du moins pour ceux qui se gèlent au-dessus de 0°. En effet, supposons t' la température à laquelle un corps se gèle. Au-dessous de ce terme, il sera solide, et au-dessus liquide : soient, dans ces deux cas, c', c'', ses chaleurs spécifiques absolues, que l'on peut déterminer par expérience, comme on le verra tout-à-l'heure. Alors élevons la température de ce corps à $t' + t''$, et le plaçant dans le calorimètre, laissons-le s'y refroidir jusqu'à zéro. Il est clair que pendant les t'' premiers degrés il se refroidira comme liquide, et pendant les t' derniers comme solide ; donc, si la chaleur spécifique reste constante dans chacun de ces deux états, il fondra dans le premier une quantité de glace exprimée par $m'c''t''$, m' étant sa masse, et dans le second il en fondra $m'c't'$. La somme $m'c't' + m'c''t''$ devrait donc représenter la quantité totale de glace fondue, s'il ne se faisait pas un dégagement particulier de chaleur au moment de la solidification. Mais, en vertu de ce phénomène, la quantité de glace fondue se trouve plus considérable, et égale, par exemple, à a'' ; donc, si de a'' on retranche la somme précédente, le reste exprimera la quantité de calorique cherchée ; et en la nommant $m'z$, puisqu'elle doit être proportionnelle à la masse, on aura $m'z = a'' - m'c't' - m'c''t''$.

Il ne reste plus qu'à trouver c' et c''. Pour avoir c', on élèvera la température du corps jusqu'à $t' - t$ degrés, ce qui le laissera solide, et on le fera refroidir jusqu'à 0° dans le calorimètre. Soit a la quantité de glace qu'il fondra ainsi : l'on aura évidemment

$$m'c'(t' - t) = a, \qquad \text{d'où} \qquad m'c' = \frac{a}{t' - t}.$$

Pour avoir c'', au contraire, on échauffera le corps jusqu'à $t' + t'' + t'''$ degrés, ce qui le rendra liquide; puis, le plaçant dans mais l'y introduire par l'intermédiaire d'un tube de verre en-

le calorimètre, on le laissera refroidir jusqu'à 0°. Soit a''' la quantité de glace fondue qui en résultera. Si on en retranche a'', la différence $a''' - a''$ exprimera évidemment la quantité de glace que le corps aura fondu dans l'état liquide, en se refroidissant d'un nombre de degrés égal à $t''' - t''$; puis donc que nous avons appelé c'' sa chaleur spécifique dans cet état, on aura

$$m' c'' (t''' - t'') = a''' - a'', \quad \text{d'où} \quad m' c'' = \frac{a''' - a''}{t''' - t''}.$$

c' c'' seront ainsi connus, et en les substituant dans l'expression de $m' z$, on connaîtra la quantité de calorique dégagée dans la solidification de la masse m', c'est-à-dire le nombre de kilogrammes de glace à 0° que ce calorique pourrait fondre. Si l'on divise ce résultat par m', on aura la mesure du même effet pour l'unité de masse.

Enfin le calorimètre peut encore servir à déterminer les quantités de calorique développées par la combustion de la respiration. Il ne faut que faire brûler des corps, ou respirer des animaux dans le calorimètre, et mesurer les quantités de glace fondue. Cela exige que l'on renouvelle l'air qui se trouve dans la chambre de glace, et qui est en partie absorbé et altéré par les deux genres d'action dont nous venons de parler. Mais, si l'on opère dans une atmosphère dont la température soit la même que celle de la glace fondante, ou très-peu au-dessus de ce terme, comme nous avons recommandé de le faire, l'introduction d'une nouvelle quantité de cet air n'apportera aucun excédant de chaleur sensible, et par conséquent ne changera rien aux résultats. Seulement il faudra n'opérer le renouvellement qu'autant qu'il deviendra nécessaire, afin de donner à l'air intérieur le temps de perdre toute la chaleur de température que la combustion ou la respiration lui auront communiquée. L'introduction du nouvel air s'opérera de la manière la plus simple, au moyen d'un soufflet ordinaire, dont le bec seul entrera dans la chambre intérieure du calorimètre, la soupape communiquant au-dehors. On pourrait encore, pour plus de sûreté, ne pas souffler l'air immédiatement dans le calorimètre,

touré de glace, qui l'amènerait à 0°. Un autre tube servirait au dégagement momentané de l'air intérieur. En outre, quand les expériences se font sur des animaux, il faut avoir soin qu'elles ne durent pas assez long-temps pour les incommoder; car alors la vitesse de leur respiration change, et les quantités d'oxygène absorbées en un temps donné ne sont plus comparables. Voici quelques expériences faites par MM. Lavoisier et Laplace, avec toutes ces précautions. Les quantités de glace fondue sont exprimées en parties de la livre.

		Glace fondue.
Combustions :	1l gaz hydrogène	312l
	1 huile d'olive	148, 883
	1 cire blanche	140, 000
	1 phosphore	100, 000
	1 charbon	96, 351
	1 suif	95, 813
	1 éther sulfurique	74, 313
Détonations :	1 salpêtre avec 1 soufre	32, 000
	1 salpêtre avec 0,3125 charbon	12

Cet important phénomène du dégagement et de l'absorption du calorique par les corps, au moment où ils changent d'état, a été remarqué pour la première fois par Black, vers 1760. Il fut conduit à cette grande découverte par l'observation de la lenteur avec laquelle la glace et la neige se fondent, sans changer de température, dans une atmosphère où des masses égales d'eau liquide, primitivement aussi froides qu'elles, se réchauffent rapidement. En effet, puisque les quantités de chaleur communiquées à chaque instant par le milieu ambiant sont, dans les deux cas, les mêmes à égalité de température, il faut bien que celles qui entrent dans la neige ou dans la glace soient employées à la fondre, puisque sa température, mesurée au thermomètre, ne s'élève pas tant qu'elle n'est pas fondue entièrement. Black essaya même de mesurer cette quantité de chaleur absorbée, d'après la comparaison des vitesses de réchauffement relatives de l'eau et de la neige. Mais il parvint bientôt au même but, d'une manière infiniment plus exacte, par la méthode des mélanges qu'il imagina, et dans laquelle il eut soin d'avoir égard à la quantité de calorique que les vases absorbaient; ce qui le conduisit nécessairement à

découvrir l'inégalité des chaleurs spécifiques des substances diverses. Il doit donc à juste titre être considéré comme le créateur de cette nouvelle branche de la physique, si belle en elle-même, et si utile par son application aux arts.

Black, dans une de ses expériences, trouva que 143 parties en poids d'eau liquide, à la température de 87°,777 du thermomètre centésimal, étant mêlées avec 119 de glace à 0°, formaient 262 parties d'eau liquide à 11°,666. Par une suite d'essais de ce genre, il établit qu'une masse d'eau liquide, en se refroidissant de 80° centés., fond un poids égal de glace à 0°. Selon MM. Lavoisier et Laplace, un refroidissement de 75° suffit pour produire cet effet. La différence n'est pas bien considérable. Le résultat de Black donne $\frac{1}{80}$ ou 0,0125 pour la chaleur spécifique absolue de l'eau liquide. Les expériences avec le calorimètre nous ont donné $\frac{1}{75}$ ou 0,013333, en adoptant toujours la division centésimale.

La première expérience de Black que nous avons citée, quoique faite en d'autres proportions, peut également servir à calculer cet élément. En effet, nommons m la masse de l'eau liquide employée, t sa température, c sa chaleur spécifique, qu'il s'agit de déterminer. Soit de même m' la masse de glace qu'on y fait fondre, et T la température commune du mélange liquide qui en résulte. La quantité de calorique contenue dans ce mélange, au-dessus de 0°, sera $(m + m')\,c\,\mathrm{T}$, puisqu'il est alors entièrement composé d'eau liquide. Ajoutons-y celle que la masse m' de glace a dû absorber pour se fondre, laquelle, selon nos conventions précédentes, est représentée par cette masse même, c'est-à-dire par m'. Alors la somme $(m + m')\,c\,\mathrm{T} + m'$ exprimera toute la quantité de calorique que la masse primitive d'eau chaude contenait, au-dessus de 0°, c'est-à-dire $m\,c\,t$; on aura donc

$$(m + m')\,c\,\mathrm{T} + m' = m\,c\,t, \quad \text{d'où} \quad c = \frac{m'}{m\,t - (m + m')\,\mathrm{T}}.$$

Ceci suppose seulement que l'influence du vase où le mélange s'opère est compris dans la masse d'eau chaude m. Par exemple, dans l'expérience de Black, le vase faisait l'effet de 8 parties

d'eau à la même température, ce dont il s'était assuré par des expériences préliminaires; et c'est pourquoi il porte la quantité d'eau employée à 143, quoique réellement elle ne fût que de 135. Ici les données du calcul seront donc

$$m = 143; \quad t = 87,777; \quad m' = 119; \quad T = 11,666;$$

et en substituant ces nombres dans la formule, il vient

$$c = \frac{1}{79,79} = 0,0125322.$$

Cette expérience s'accorde fort bien avec l'ensemble des observations de Black, puisqu'elle donne 79°,79 au lieu de 80° pour la température de l'eau qui la rend capable de fondre une masse égale de glace à 0°. Néanmoins, le résultat de MM. Lavoisier et Laplace paraît devoir être préféré; car, dans la méthode des mélanges, le refroidissement spontané de la masse d'eau chaude tend à diminuer un peu son influence pour fondre la glace, et ainsi il faut élever davantage la température de la même masse d'eau, pour obtenir une quantité de glace fondue donnée.

Black mesura de la même manière, c'est-à-dire par des mélanges, les quantités de calorique absorbées et rendues latentes dans la fusion de différens corps; et il les nomma *calorique de fluidité*, comme complétant la somme totale de calorique nécessaire à l'existence de chaque corps dans l'état fluide. Il les exprima en fonction du nombre de degrés auxquelles elles pouvaient porter la température d'une masse d'eau d'un poids égal à celui du corps. Il trouva ainsi les résultats suivans, auxquels j'ai joint l'évaluation relative à l'eau.

Désignation des substances.	Température centésimale à laquelle elles fondent.	Calorique de fluidité.
Eau.....	0	75,°00
Spermaceti.....	56	82, 222
Cire d'abeilles.....	60	97, 22
Etain.....	219	277, 777

Les trois derniers nombres sont ceux de Black, réduits seulement en degrés centésimaux. On voit que la quantité de calorique

absorbé paraît croître à mesure que le degré de fusion s'élève. Black en tira aussi cette conséquence, quoiqu'à la vérité, il y ait bien peu de différence entre les résultats des deux premières substances, pour un intervalle de 56° entre les points de fusion.

Si l'on voulait énoncer ces quantités de calorique absorbées conformément à nos conventions précédentes, c'est-à-dire en kilogrammes de glace fondue, rien ne serait plus facile; car, puisque les masses employées, d'eau et de chaque substance, sont rendues égales par le calcul, si l'on nomme c la chaleur spécifique de l'eau, et t la température consignée dans la dernière colonne, ct sera la quantité de glace que fondrait le calorique de fluidité absorbé par une masse égale à 1. Si l'on effectue ce calcul en substituant à c la valeur $\frac{1}{75}$ trouvée par MM. Lavoisier et Laplace pour la division centésimale, l'eau donnera pour résultat 1; le spermaceti donnera $\frac{1}{75}$. 82,22, ou 1,0963; et de même on aura pour la cire 1,2963, pour l'étain 3,7037; ce seront là les nombres de kilogrammes de glace qui pourraient être fondues par le calorique de fluidité propre à chaque kilogramme de ces substances.

Black reconnut également que les corps liquides absorbent du calorique en devenant gazeux, et qu'ils le restituent tout entier quand ils retournent de l'état gazeux à l'état liquide. Il mit ce phénomène en évidence par des expériences incontestables. Il essaya même de mesurer la quantité absolue de calorique dégagée dans la conversion de la vapeur aqueuse en eau. Mais, ne se croyant pas assez sûr des procédés qu'il avait mis en usage, il pria M. Watt, son élève, de refaire l'expérience. Celui-ci, à qui elle importait beaucoup pour la conduite et la théorie de ses machines à vapeur, y mit beaucoup de soin; et il trouva que le calorique dégagé par la vapeur, en devenant fluide, pouvait élever une masse égale d'eau à la température de 950° de Fareinheit; ou, ce qui revient au même, pouvait élever d'un degré de Fareinheit une masse d'eau 950 fois plus grande.

Rumford est parvenu à des résultats à peu près pareils par un procédé extrêmement ingénieux, et dont il est d'autant plus nécessaire de rendre compte, qu'il s'applique aussi très-exactement et très-facilement à la mesure des quantités de calorique dégagées par la combustion. Il emploie pour calorimètre un vase métallique rempli d'eau à une température connue. Ce vase, construit en feuilles très-minces de cuivre rouge, a 8 pouces de long sur 4 pouces $\frac{1}{2}$ de large, et 4 pouces $\frac{1}{4}$ de hauteur, fig. 67. Son intérieur renferme un serpentin de même matière qui y fait trois révolutions horizontales, et qui est destiné à recevoir les produits gazeux par lesquels l'eau doit être chauffée. Ce serpentin a la forme d'un tuyau plat, dont la hauteur ou l'épaisseur est partout $\frac{1}{2}$ pouce, la largeur à l'entrée 1 $\frac{1}{2}$ pouce, et à la sortie 1 pouce. Sa bouche est un tuyau circulaire de 1 pouce de diamètre et de 1 pouce de hauteur, par où les produits entrent, et elle s'élève verticalement dans l'intérieur du serpentin même, jusqu'à une hauteur de $\frac{1}{4}$ de pouce au-dessus de son fond. L'autre extrémité du serpentin sort verticalement près de la paroi du vase opposée à celle par laquelle les produits entrent. Un thermomètre à réservoir cylindrique, d'une hauteur égale au calorimètre, indique à chaque instant la température moyenne de toute l'eau dont il est rempli. Enfin tout l'appareil est soutenu par quatre baguettes minces de bois sec.

Maintenant, il est clair que, si l'on brûle des substances sous la bouche du serpentin, les produits gazeux qui en résulteront, et l'air même qui s'échauffera par leur contact, s'élèveront dans les replis de cet appareil; et, y déposant l'excès de leur température sur celle de l'eau environnante, élèveront celle-ci d'un certain nombre de degrés. Pour que l'opération soit exacte, il faut que les combustions ainsi opérées soient parfaites, ce que l'on connaîtra, si la substance brûlée se consomme toute entière, avec une belle flamme, sans fumée ni odeur sensible. Si l'on emploie ainsi des bougies ou des chandelles, il faut les peser avant l'opération, les peser après, et avoir grand soin d'arranger la flamme et la mèche de manière qu'il n'en

résulte point de fumée. Pour les bois, on les réduira en copeaux très-minces, de cinq ou six lignes de largeur, que l'on enflammera sous la bouche du serpentin, en les tenant à la main ou avec une pince : ils brûleront ainsi avec la plus grande facilité. Quant à la combustion des liqueurs spiritueuses, telles que l'alcool et l'éther, il faut, pour qu'elle soit parfaite, employer des précautions particulières dont nous parlerons plus loin.

Ce n'est pas tout : pour pouvoir évaluer toute la chaleur dégagée, il faut connaître la température à laquelle les produits sortent quand ils ont parcouru tous les replis du serpentin. Pour le savoir, Rumford a fait communiquer la sortie de celui-ci avec la bouche d'un autre appareil semblable; et il a trouvé qu'en se bornant à opérer dans le premier calorimètre des changemens de température peu considérables, comme la méthode que nous allons décrire l'exige, l'eau contenue dans le second calorimètre n'était pas échauffée sensiblement. Il a conclu de là, que, dans ces limites, l'usage du second calorimètre était inutile, et il s'est dispensé de l'employer.

Ce procédé est évidemment la méthode des mélanges perfectionnée. Il exige donc aussi que l'on tienne compte des quantités de calorique absorbées par le serpentin et par les parois du calorimètre. Cela peut se faire, soit par des expériences directes, en cherchant combien une masse d'eau donnée se refroidit ou se réchauffe lorsqu'on l'introduit dans l'appareil, soit par le calcul, en partant du poids et de la chaleur spécifique des feuilles de cuivre employées à la construction de l'appareil. Rumford, après avoir fait cette correction à son calorimètre, trouva que sa masse, et celle de l'eau qu'il contenait, équivalaient en somme à 2781 grammes d'eau; et il a employé constamment ce nombre dans tous ses résultats.

Mais nous avons vu qu'il faut encore écarter ou corriger une autre cause d'erreur, qui est celle que produit le réchauffement ou le refroidissement progressif de l'appareil, par rayonnement et par contact, dans l'atmosphère environnante. C'est à quoi Rumford a remédié d'une manière aussi sûre qu'ingénieuse. Il amène d'abord la température de son appa-

reil à quelques degrés, 5 ou 6, par exemple, au-dessous de celle de l'atmosphère environnante, que nous désignerons par (t); puis il commence à y introduire les produits qu'il veut soumettre à l'expérience. Ceux-ci, en se refroidissant dans le serpentin, lui communiquent de la chaleur, qu'il partage avec l'eau dans laquelle ses replis s'étendent. Tant que cette eau n'a pas atteint la température (t) de l'air extérieur, elle reçoit des corps environnans plus de calorique qu'elle ne leur en envoie; elle est réellement chauffée par eux. Mais le contraire a lieu quand elle a dépassé cette température; alors elle envoie plus de calorique qu'elle n'en reçoit en temps égal, et c'est elle qui chauffe les corps environnans. Donc, si l'on suppose l'opération conduite de manière qu'il se passe autant de temps dans un de ces états que dans l'autre, il y aura compensation dans les échanges, et la quantité de calorique retenue par le calorimètre sera exactement la même que s'il n'eût ni reçu du dehors, ni émis de la chaleur. C'est ainsi que Rumford a opéré, et le succès de ses expériences est dû, sans doute en très-grande partie, à cette ingénieuse précaution.

Pour appliquer ceci à la condensation de la vapeur aqueuse, Rumford fit bouillir une quantité connue d'eau dans un matras à long col, qui se recourbait sous la bouche du serpentin. L'extrémité de ce col communiquait au serpentin par l'intermédiaire d'un bouchon de liége très-juste, percé dans sa partie supérieure de quatre petits trous horizontaux, qui s'élevaient un peu au-dessus du fond plat du serpentin. De cette manière, la vapeur, qui se condensait en sortant des trous, tombait sur ce fond, et n'empêchait pas de nouvelle vapeur d'arriver par les trous. Le matras était chauffé par un petit fourneau portatif assez éloigné du calorimètre, et masqué par divers écrans. Le poids de la vapeur condensée fut déduit de celui du matras, observé avant et après l'opération, qui durait en général 10 ou 11 minutes. Néanmoins, avant de commencer, on faisait toujours bouillir l'eau dans le matras pour en chasser l'air qui pouvait y être contenu.

Voici maintenant les résultats donnés par deux expériences

de ce genre. J'en ai réduit les élémens en températures centésimales, au lieu de celles de Fareinheit employées par l'auteur.

Numér. des expérienc.	Tempér. de la chambre.	Tempér. de l'eau au commencement de l'expérience.	Tempér. de l'eau à la fin de l'expérience.	Elévation de température de l'eau.	Poids de la vapeur condensée en eau dans le serpentin.	Nombre de degrés centésim. dont un poids 1 de vapeur en se condensant élever la temper. d'un poids égal d'eau.
1	16,1111	12,7778	19,7222	6,9445	29,61	568,484
1.	16,8055	14,0277	19,7222	5,8334	24,40	565,906

Pour calculer ces expériences, et en déduire les nombres contenus dans la dernière colonne, il faut considérer que l'introduction de la vapeur dans le calorimètre l'échauffe de deux manières distinctes : 1°. par le dégagement de calorique qui se fait à l'instant de la conversion de la vapeur en eau ; 2°. par le calorique que cette eau abandonne, en se refroidissant, jusqu'à la température actuelle du calorimètre. Pour évaluer le premier effet, il faut savoir à quelle température la vapeur s'est liquéfiée. On pourrait calculer cette température, si l'on connaissait la pression que la vapeur supportait alors ; malheureusement Rumford ne l'a point indiquée ; mais comme il opérait à Paris, et sous la pression naturelle de l'atmosphère, on peut supposer cette pression de $0^m,76$, et la température de 100° centésimaux. L'eau résultante entrait donc à 100° centésimaux dans le serpentin, qu'elle trouvait à la température t au commencement de l'expérience, et à la fin à la température t'. De sorte qu'en supposant le réchauffement du calorimètre uniforme, comme il a dû l'être, étant si peu considérable, on aura la moyenne de tous les résultats, en considérant l'eau formée comme se refroidissant jusqu'à la température t. Cela posé, soit m' le poids total de vapeur condensée, et c' la quantité de calorique qu'un poids 1 de cette même vapeur dégagerait en se condensant en eau à 100° de température : $m'c'$ sera la quantité analogue dégagée par la masse m'. Maintenant, soit c la quantité de calorique qu'un

poids 1 d'eau liquide dégage en se refroidissant de 1°. La masse liquide m', en se refroidissant jusqu'à $\frac{1}{2}(t+t')$, dégagera $m'c(100° - \frac{1}{2}[t+t'])$. Si l'on ajoute ce résultat au précédent, la somme $m'c' + m'c(100° - \frac{1}{2}[t+t'])$ représentera le calorique communiqué par la vapeur au calorimètre, et en vertu duquel la température de cet appareil sera élevée de $t'-t$ degrés. Soit donc m la masse d'eau que celui-ci représente en y comprenant ses parois, la variation $t'-t$ de température répondra à une quantité de calorique $mc(t'-t)$, on devra donc avoir

$$m'c' + m'c\left[100° - \tfrac{1}{2}(t+t')\right] = mc(t'-t),$$

d'où $$c' = \frac{c\left[m(t'-t) - m'(100° - \frac{1}{2}(t'+t)\right]}{m'}.$$

Si l'on introduit dans le second membre de cette expression pour m, m', t, t', leurs valeurs numériques relatives à chacune des expériences de Rumford, en prenant m égal à 2781 grammes, on trouve :

Première expérience..... $c' = 568{,}484.c.1°$
Deuxième..... $c' = 565{,}906.c.1°$

Moyenne..... $c' = 567{,}195.c.1°$.

C'est-à-dire, qu'un gramme de vapeur aqueuse, en se condensant à 100° du thermomètre centésimal, dégage une quantité de calorique 567 fois aussi grande que celle qui est nécessaire pour élever de 1° la température d'un gramme d'eau liquide ; ou bien encore, ce calorique pourrait échauffer d'un degré centésimal 567 grammes d'eau. J'ai laissé exprès le facteur 1° en évidence, pour que l'on vît bien que c' est exprimé en fonction du produit de c par 1°. Par conséquent, si l'on voulait exprimer ce résultat en degrés d'une autre échelle, il faudrait le multiplier par la valeur d'un degré centésimal en fonction des nouveaux degrés. Par exemple, pour l'exprimer en degrés de Fareinheit, il faudrait le multiplier par $\frac{180}{100}$, ou 1,8, ce qui changerait le facteur 567,195 en 1020,951. Ainsi, la quantité de calorique dégagée par un gramme de vapeur condensée à 212° du thermomètre de Fareinheit

échaufferait un gramme d'eau liquide de 1021° du même thermomètre, ou, ce qui revient au même, elle échaufferait 1021 grammes, de 1° de ces degrés. Pour énoncer ce résultat à la manière des physiciens anglais, il faudrait dire que la vapeur aqueuse condensée à 212° de Fareinheit, dégage 1021° de chaleur. Les expériences faites par M. Watt dans les chaudières des machines à vapeur, lui donnent de 900 à 950; mais la méthode de Rumford semble comporter plus de précision. Le résultat en est encore confirmé par des expériences de M. Gay-Lussac, ainsi que par d'autres de MM. Clément et Desormes, dont la moyenne donne 550° centésimaux, au lieu de 567 que trouvait Rumford; de sorte qu'il ne peut rester que de très-légères incertitudes sur la détermination de ce point important.

Si l'on voulait savoir combien cette quantité de calorique pourrait faire bouillir de grammes d'eau à 0°, il n'y aurait qu'à reprendre notre première valeur de c', et la diviser par le nombre de degrés centésimaux qui exprime la température de l'eau bouillante, c'est-à-dire par 100. On aurait ainsi

$$c' = 5{,}67195 . c . 100°.$$

C'est-à-dire, que le calorique dégagé par 1 gramme de vapeur porterait $5^g{,}67195$ d'eau liquide depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de l'ébullition.

Enfin, si l'on voulait énoncer le même résultat en grammes de glace fondue, il n'y aurait qu'à mettre dans l'expression centésimale de c', au lieu de c sa valeur numérique $\frac{1}{75}$, qui exprime en fraction de gramme la quantité de glace qu'un gramme d'eau liquide peut fondre, en se refroidissant de 1° centésimal. Alors, c' deviendrait égal à 7,5626; c'est-à-dire que le calorique dégagé par la condensation d'un gramme de vapeur fondrait $7^g{,}5626$ de glace, à la température de 0°.

Pour montrer comment on peut de même évaluer la chaleur dégagée par la combustion, je rapporterai l'expérience suivante, également due à Rumford. J'en ai converti les données en degrés centésimaux.

La masse m du calorimètre, rempli de liquide, représentant

toujours 2781^g d'eau, on plaça sous la bouche du serpentin une bougie de cire blanche exactement pesée, et on l'alluma. La température de l'air était 16°,1111; celle de l'eau 13°,3333. On continua l'expérience jusqu'à ce qu'elle fût amenée à 18°,8889 : alors la bougie fut éteinte, et en la pesant, on trouva son poids diminué de 1^g,63. C'était donc le poids de la cire brûlée.

Maintenant, soit c' la quantité de calorique qu'un gramme de cire dégage et rend libre, en brûlant dans un air dont la température est 16°,1111. Un nombre m' de grammes en dégagera ainsi $m'c'$. Cette quantité, introduite dans la masse d'eau m du calorimètre, élève sa température de $t'-t$ degrés, en nommant toujours t, t', les températures du calorimètre au commencement et à la fin de l'expérience. Donc, si nous représentons toujours par c la quantité de calorique capable d'élever de 1° la température d'un gramme d'eau, le calorimètre aura absobé $mc\,(t'-t)$; on devra donc avoir

$$m'c' = mc\,(t'-t), \qquad \text{d'où} \qquad c' = \frac{mc\,(t'-t)}{m'};$$

formule qui servira dans toutes les expériences semblables. En l'appliquant à celle que nous avons prise pour exemple, on aura $m' = 1{,}63$; $t'-t = 5{,}5555$; $m = 2781$;

ce qui donne $c' = 9478{,}51 \,.\, c.\, 1°$.

C'est-à-dire, que la quantité de calorique, dégagée par la combustion, d'un gramme de cire blanche, dans les circonstances assignées, échaufferait 1 gramme d'eau de 9478°,51 du thermomètre centésimal; ou, ce qui revient au même, et est plus applicable, elle éleverait de 1 de ces degrés la température de 9478,51 grammes d'eau; ou enfin elle en ferait bouillir 94,7811 grammes pris originairement à la température de 0°; et si l'on met pour c sa valeur absolue $\frac{1}{75}$, on trouvera qu'elle fondrait 126^g,3748 grammes de glace à 0°. La moyenne de trois expériences pareilles a donné 126,242. MM. Lavoisier et Laplace, par le calorimètre de glace, trouvent 140, comme il résulte des nombres rapportés page 704.

La combustion de l'éther et de l'alcool a présenté de grandes

difficultés, la tendance de ces liquides à la vaporisation mettant toujours beaucoup d'obstacle à ce qu'elle fût complète. Cependant Rumford est parvenu à la rendre telle, en n'offrant à chaque instant qu'une très-petite masse de liquide à l'inflammation, et la tenant refroidie presque jusqu'à l'endroit où elle s'enflamme. Pour cela, il a fait construire une très-petite lampe de cuivre rouge en forme de tabatière, ayant un pouce et demi de diamètre, et trois quarts de pouce de hauteur, fig. 68. La partie supérieure est percée d'un trou A, par où l'on introduit le liquide, et qui se ferme avec un bouchon de métal usé à l'émeri. Du fond de l'appareil part un tuyau d'une ligne et demie de diamètre, qui s'étend d'abord horizontalement dans une partie de sa longueur, puis se relève verticalement et forme le bec de la lampe. Ce tuyau est très-mince partout, excepté à son bec, qui est assez épais pour qu'on puisse y adapter par le rodage un bouchon très-juste, destiné à éteindre subitement la lampe quand on veut que l'expérience cesse. La justesse est nécessaire pour qu'il ne s'évapore plus de liquide. Avant l'expérience, on introduit dans le tuyau une mèche que, pour plus d'exactitude, on peut faire de fil d'amiante, afin qu'elle ne se consume point. Lorsqu'on a rempli la lampe, on ferme les ouvertures A et B avec leurs bouchons : on la pèse ; et, ce qui est le point capital, on la place dans un mélange d'eau et de glace qui la recouvre entièrement presque jusqu'à l'extrémité de son bec. Cela fait, on découvre le bec, on met le feu, et après qu'il a duré un certain temps, on l'éteint en fermant le bec de nouveau. Mais, pour que la flamme ne s'affaiblisse point pendant qu'elle dure, ce qui rendrait la combustion plus lente et bien moins parfaite, il faut, dans les premiers instans, donner un peu d'air dans l'intérieur, en ôtant un moment le bouchon A, afin que le liquide ne soit pas retenu en dedans par la pression de l'atmosphère sur le bec de la lampe, et puisse monter dans ce bec. Cela exige que le bouchon A s'ajuste sur un petit tuyau qui s'élève un peu au-dessus du mélange réfrigérant. Au moyen de toutes ces précautions, Rumford assure que la combustion est com-

plète, car, ce qui est un indice très sensible, elle ne donne pas la moindre odeur. L'opération finie et la lampe bouchée, on l'enlève, et après l'avoir bien essuyée, on la pèse de nouveau. On connaît ainsi ce qu'elle a perdu, c'est-à-dire la masse de liquide brûlé, et le reste du calcul s'achève comme dans les exemples précédens.

J'ai réuni dans la table suivante les valeurs de c' pour un certain nombre de substances, telles qu'elles résultent des expériences de Rumford et de MM. Lavoisier et Laplace. Je les ai exprimées, conformément à notre formule, en degrés du thermomètre centésimal, en prenant pour unité la valeur de c relative à l'eau.

Désignation des substances.	Élévation de température que la combus. de 1 gr. communiquerait à 1 gram. d'eau.	Remarques.
Gaz hydrogène.....	23400° L.L.	
Huile d'olive.....	11166 L.L.	
	9044 R.	
Cire blanche.....	10500 L.L.	
	9479 R.	
Huile de colsa épurée.	9307 R.	
Suif.....	8369 R.	
	7186 L.L.	
Ether sulfurique.....	8030 R.	pes. spécifiq. 0,72834 à 20°
Phosphore.....	7500 L.L.	
Charbon.....	7226 L.L.	
Naphte.....	7338 R.	..... 0,82731 à 13 $\frac{1}{3}$
Alcool à 42° Ar.....	6195 R.	..... 0,817624 } à 15,5
idem plus aqueux...	5422 R.	..... 0,84714 }
idem à 33° Ar.....	5261 R.	..... 0,85324 }
Bois de chêne.....	3146 R.	

Les résultats de MM. Lavoisier et Laplace sont désignés par L.L. Ceux de Rumford par R. Ceux-ci sont en général un peu plus faibles. Cela ne viendrait-il pas de ce que le calorimètre de glace absorbe toute la chaleur, dégagée même par rayonnement, tandis que cette dernière portion échappe à tous les autres procédés?

MM. Clement et Desormes ont trouvé que les bois ne chauffent qu'en raison de la quantité de charbon qu'ils contiennent, laquelle étant, dans tous, égale à la moitié de leur poids, donne aussi à-peu-près 3600° de chaleur. Si Rumford trouve moins pour le bois de chêne, la différence n'est-elle pas due encore à la déperdition de la chaleur rayonnante?

Si l'on divise les nombres de cette table par 100, on aura le nombre de grammes d'eau à 0°, qu'un gramme de chaque substance pourrait faire bouillir par sa combustion; et si on les

divise par 75, on aura le nombre de grammes de glace à 0° que cette combustion ferait fondre.

Pour compléter les résultats exposés dans ce chapitre, il nous reste à faire connaître les chaleurs spécifiques des substances gazeuses le plus fréquemment employées. Mais le peu de densité de ces substances, et par conséquent le peu de calorique qu'elles dégagent en se refroidissant, même d'un nombre de degrés considérable, rendait cette détermination très-difficile ; aussi les tentatives faites à ce sujet par divers physiciens avaient donné des résultats tres-peu d'accord entre eux. Cette divergence engagea la première classe de l'Institut à proposer la recherche de la chaleur spécifique des gaz pour sujet d'un prix, qui fut remporté par MM. De Laroche et Bérard, dans un Mémoire dont je vais donner l'extrait.

Ces physiciens se procurèrent d'abord un courant constant de gaz au moyen du système de gazomètre, que nous avons décrit dans le premier volume, page 76. Ce courant, élevé à la température de l'eau bouillante, était introduit dans le serpentin d'un petit calorimètre tout-à-fait pareil à celui de Rumfort. C'était un petit cylindre de cuivre mince, fig. 69, de 15 centimètres de hauteur sur 8 de diamètre, rempli d'eau distillée, et dont le serpentin, formant huit tours de spire, avait un mètre et demi de longueur. Là, le gaz déposait l'excès de sa chaleur sensible sur celle de l'eau qui y était renfermée, et il sortait ainsi à la température de cette eau. Chaque courant donné élevait donc la température du calorimètre jusqu'à un certain terme, où celui-ci atteignait son maximum. Cela arrivait quand le calorimètre recevait, du courant de gaz, précisément autant de chaleur qu'il en perdait dans l'air environnant. Or, comme les expériences étaient faites dans les limites de l'échelle thermométrique ordinaire, cette chaleur perdue était proportionnelle à l'excès de la température du calorimètre sur celle de l'air. Conséquemment la chaleur communiquée par le gaz était aussi proportionnelle à cet excès. Concevez maintenant que des courans de différens gaz, pris originairement en volumes égaux, et soumis, dans les réservoirs,

aux mêmes pressions et aux mêmes températures, soient ainsi transmis successivement dans le même calorimètre, la température de l'air extérieur étant toujours constante et exprimée par t. Si t' est le maximum de température auquel chaque courant élève le calorimètre et peut le maintenir, il est clair que l'excès $t' - t$ sera proportionnel à la quantité de chaleur communiquée par ce gaz au calorimètre; et par conséquent les chaleurs spécifiques des différens gaz employés seront proportionnels à ces excès. Mais il y a plusieurs précautions essentielles à prendre pour réduire les expériences à ce degré de simplicité et de similitude; nous allons les exposer successivement.

D'abord, pour échauffer le courant de gaz, les tubes qui le conduisent sont transmis, dans une partie de leur longueur, à travers d'autres tubes plus larges, dans lesquels circulent librement des vapeurs aqueuses à 100° de température, fournies par une petite chaudière remplie d'eau, que l'on entretient constamment en ébullition. Ici se présentent deux difficultés: il faut que le courant de gaz s'introduise dans le calorimètre précisément à cette température, ou du moins après ne s'être refroidi que d'un petit nombre de degrés connu; et d'un autre côté, il faut que le tuyau qui le conduit n'échauffe pas directement le calorimètre, ou du moins ne lui communique qu'un accroissement de température peu sensible et mesurable. Pour atteindre ce double but, voici ce que les auteurs ont fait: ils ont d'abord placé leur réservoir, leur chaudière, et la très-grande partie des tuyaux dans une autre chambre que le calorimètre. L'extrémité seule des tuyaux arrivait à celui-ci, après avoir traversé un mur épais, dans lequel cependant passait aussi l'enveloppe qui maintenait le gaz à 100°. A sa sortie de cette enveloppe, le gaz était transmis au calorimètre à travers un tube de verre long de vingt millimètres, qui, pour éviter les luts, était inséré et maintenu seulement par pression, entre l'orifice des tuyaux et le calorimètre, au moyen de rondelles de cuir qui complétaient le contact. Ce tube, ainsi formé d'une substance peu conductrice, transmettait au calorimètre très-peu

de chaleur. Pour mesurer son influence, on a échauffé les enveloppes par la vapeur, sans faire circuler le gaz, et l'on a observé la marche de l'échauffement du calorimètre. On a arrêté l'expérience lorsque la température n'a plus augmenté d'une manière sensible. Alors on a élevé artificiellement cette température d'environ un degré, lui faisant ainsi dépasser le terme où elle avait dû devenir stationnaire, ce qui mettait ainsi l'appareil dans le cas de se refroidir au lieu de se réchauffer, comme il le faisait auparavant. On a observé la marche de ce refroidissement, jusqu'au terme où il devenait aussi lent que le réchauffement l'était dans la série précédente; puis on a pris la moyenne entre ces deux termes pour la mesure de l'effet direct que le tuyau rempli de vapeur pouvait produire sur le calorimètre. Cette expérience a été faite deux fois avec beaucoup de soin. Dans la première, la série ascendante a conduit jusqu'à 11°, l'air ambiant étant à 8°,210, ce qui donne un excès de 2°,79; et la série descendante a conduit jusqu'à 11°,69, l'air extérieur étant à 8°,13, ce qui donne pour excès 3°,56. En prenant la moyenne entre ces deux excès, on trouve 3°,1 pour le maximum auquel le tuyau rempli de vapeur pouvait, par son influence immédiate, porter la température du calorimètre au-dessus de celle de l'air extérieur, dans les circonstances assignées. Une autre expérience, faite et calculée de la même manière, a donné un résultat absolument pareil. Je dois dire, en passant, que cette méthode des séries ascendantes et descendantes est aussi celle dont on faisait usage pour déterminer le maximum de température auquel chaque courant de gaz pouvait élever le calorimètre; et le seul énoncé de ce procédé suffit pour faire concevoir combien il est exact et ingénieux.

Toutefois, lorsqu'un courant de gaz circule dans le calorimètre, l'influence du tuyau de conduite sur lui n'est plus exactement la même, parce qu'alors le calorimètre s'échauffe, et que l'effet de la communication doit diminuer avec la différence de température entre le calorimètre et le tuyau; de sorte que, si cette différence était nulle, l'effet de la communication serait nulle aussi. D'après cela, les auteurs ont

regardé le résultat précédent comme particulier aux circonstances où ils avaient opéré ; et, pour le transporter à leurs autres expériences, ils le réduisaient proportionnellement à la différence des températures du calorimètre et du tuyau.

J'ai dit tout-à-l'heure comment on déterminait le maximum de température que chaque courant de gaz pouvait communiquer au calorimètre, au moyen des séries ascendantes et descendantes ; mais comme il aurait été fort long de s'élever jusqu'à ce maximum par la seule influence du courant de gaz, on amenait artificiellement la température du calorimètre tout près de ce degré en l'échauffant au moyen d'une petite lampe à l'esprit-de-vin, et on laissait ensuite agir le gaz, jusqu'à ce que la lenteur du réchauffement ou du refroidissement du calorimètre indiquât qu'il n'était plus distant du maximum que de 3 ou 4 dixièmes de degré. Cette différence, quoique fort petite, était cependant très-sensible aux expériences ; car la température du calorimètre était mesurée par un thermomètre sur l'échelle duquel un degré centésimal occupait une longueur de dix millimètres, ce qui permettait de mesurer les dixièmes et d'apprécier les centièmes de degré. Ce thermomètre avait un réservoir cylindrique, dont la longueur était égale à la hauteur du calorimètre, de sorte qu'il indiquait bien exactement la température moyenne des couches d'eau qui y étaient renfermées.

Il était essentiel de déterminer avec la plus grande exactitude la température du courant de gaz à son entrée dans le calorimètre. Cette température était toujours un peu moindre que 100° ; car quelque court que fût le tuyau de conduite en verre, on conçoit que le gaz devait se refroidir un peu en le parcourant. Pour apprécier cet abaissement, on plaça dans le tube même, au point où il s'insérait dans le calorimètre, un thermomètre fort sensible, qui se soutint constamment entre 95°,6 et 92°,6, selon la nature du gaz. Or, divers essais firent connaître que la température ainsi indiquée était toujours un peu inférieure à celle du gaz même ; et comme d'ailleurs celle-ci

ne pouvait pas être supérieure à 100°, on crut avec raison ne pas s'écarter beaucoup de la vérité en prenant la moyenne de ces deux termes, c'est-à-dire, en considérant la température du gaz comme intermédiaire entre 100° et celle que le thermomètre de passage indiquait. Un autre thermomètre, placé de même à la sortie du gaz, prouva qu'il s'échappait constamment à la température de l'eau que renfermait le calorimètre.

Enfin, il restait à ramener tous les résultats à des termes comparables; car on conçoit qu'il eût été physiquement impossible d'opérer toujours sur des gaz à la même température et à la même pression, ne fût-ce qu'à cause des variations inévitables de l'atmosphère. Ce fut l'objet de deux expériences auxiliaires que firent les auteurs sur l'air atmosphérique, à différentes pressions. Cette diversité s'obtient aisément avec les gazomètres dont ils faisaient usage. Il ne faut que régler diversement la hauteur des tubes, qui permettent l'introduction de l'air dans les vaisseaux. Dans un essai de ce genre, les gazomètres furent réglés de manière à donner une pression totale de $1^m,0058$; car, à la pression naturelle de l'atmosphère, qui était de $0^m,7527$, on ajouta celle d'une colonne d'eau de $3^m,44$ de hauteur, équivalente à $0^m,2531$ de mercure. Le courant était tel, qu'en 10′ il circulait dans le calorimètre $31^l,10$ d'air, pris originairement à la température de 5°; ce qui équivaut à $30^l,53$, pris originairement à 0°. Ce courant, échauffé jusqu'à 100°, et conduit d'ailleurs exactement comme dans les autres expériences, éleva et maintint la température du calorimètre à 16°,117 au-dessus de l'air qui l'environnait, déduction faite de la chaleur communiquée directement par le tuyau de conduite. Cet air entrait dans le calorimètre à 96°,90; il en sortait à 22°,832; il subissait donc un abaissement de 74°,068. Soit C la quantité totale du calorique qui s'en est dégagée; si l'on suppose que la chaleur spécifique de chaque gaz reste constante dans l'étendue de l'échelle thermométrique, quand la pression est constante, il est clair *qu'un seul litre* d'air, soumis comme le précédent à la pression $1^m,0058$, et refroidi de la même manière, aurait dégagé $\frac{C}{30,53}$, proportionnellement aux

masses ; d'où il suit qu'il aurait seulement dégagé $\frac{C}{30,53 . 74,068}$ en se refroidissant seulement de 1°. Or, nous avons vu que la quantité C est proportionnelle à l'excès de la température stationnaire du calorimètre sur celle de l'air environnant. On peut donc prendre cet excès pour la mesure de la chaleur dégagée, en le représentant par le nombre de degrés du thermomètre auquel il correspond ; alors la valeur actuelle de C sera 16°,117, et le nombre $\frac{16,117}{30,53 . 74,068}$, ou 0°0071274 exprimera l'excès de température où le calorimètre pourrait être maintenu par le passage d'un litre d'air, pris originairement à la température de 0°, sous la pression $1^m,0058$, et refroidi de 1°. Maintenant, dans une autre expérience faite à la pression de 0,7405, on trouva que $35^l,99$ d'air, mesurés de même à la température de 0°, avaient, en se refroidissant de 72°,415, maintenu l'excès de température du calorimètre à 15°,423 ; ce qui, en calculant de la même manière, donne $\frac{15,423}{35,99 . 72,415}$, ou 0°,00591778, pour la quantité de chaleur dégagée, dans ces nouvelles circonstances, par un litre d'air refroidi d'un degré. Divisant le premier résultat par celui-ci, on aura $\frac{0,0071274}{0,00591778}$, ou 1,20441, pour le rapport des quantités de calorique dégagées par deux volumes égaux d'air, à des températures pareilles, quand le rapport des pressions est $\frac{1,0058}{0,7405}$, ou 1,35827. Une suite d'expériences semblables a donné, pour rapport moyen des quantités de calorique, 1,2396, au lieu de 1,20441. Ainsi une variation de 0,35827 dans la densité, en produit une de 0,2396 seulement, sur les quantités de calorique. Maintenant, concevons qu'un volume donné d'air, pris sous la pression p, ait dégagé la quantité C de chaleur, mesurée par le nombre de degrés dont elle élève la température du calorimètre au-dessus de celle de l'air ; si l'on représente par $C(1+z)$, le nombre de degrés qu'aurait produit le même volume d'air, dans les mêmes circonstances de

température, mais sous une autre pression p', on pourra, avec une approximation suffisante, supposer la proportion

$$0{,}35827 : 0{,}2396 :: \frac{p'-p}{p} : z, \quad \text{d'où } z = 0{,}2396 \frac{p'-p}{p.0{,}35827}$$

C'est ainsi que les auteurs ont opéré, et ils ont pu d'autant mieux le faire, que toutes leurs expériences ayant eu lieu sous la pression naturelle de l'atmosphère, n'offraient que des différences de pression très-petites. On voit aussi, par la même raison, que la supposition de la constance des chaleurs spécifiques n'a pu leur occasionner aucune erreur sensible dans cette réduction, puisqu'ils n'en ont réellement fait usage que dans des limites très-resserrées, à cause du peu de différence des températures auxquelles le calorimètre était maintenu par les différens gaz. Enfin, la même raison leur a permis de considérer la même échelle de réduction comme applicable aux gaz différens de l'air, puisque, leurs chaleurs spécifiques étant peu différentes, la réduction, si elle n'est égale, doit être très-peu différente pour chacun d'eux. Après ces explications, il est facile de comprendre le tableau placé à la fin de ce chapitre, dans lequel les circonstances des expériences sont consignées avec les résultats qui s'en déduisent.

La dernière colonne de ce tableau exprime l'excès de la température stationnaire du calorimètre sur celle de l'air extérieur, en le supposant successivement chauffé par un même nombre de litres de différens gaz, pris originairement à la même pression, à la même température, et refroidis du même nombre de degrés. En divisant tous ces nombres par le premier d'entre eux, on aura les *chaleurs spécifiques* des différens gaz comparées à celle de l'air, sous des volumes égaux et des pressions pareilles; et si on divise ces résultats par la densité de chaque gaz, en prenant pour unité celle de l'air atmosphérique, on aura les chaleurs spécifiques des gaz à poids égaux, c'est-à-dire les quantités relatives de calorique qu'un même poids de ces gaz, pris à des pressions pareilles, abandonnerait en se refroidissant d'un même nombre de degrés. Voici ces résultats, donnés par les auteurs du mémoire.

Chaleurs spécifiques des différens gaz sous une même pression, celle de l'air atmosphérique étant l'unité.

	A volumes égaux.	A poids égaux.
Air atmosphérique	1,0000	1,0000
Hydrogène	0,9033	12,3401
Acide carbonique	1,2583	0,8280
Oxygène	0,9765	0,8848
Azote	1,0000	1,0318
Oxide d'azote	1,3503	0,8878
Gaz oléfiant	1,5530	1,5763
Oxide de carbone	1,0340	1,0805
Vapeur aqueuse	1,9600	3,1360

Pour déduire la seconde colonne de la première, on a employé les densités rapportées page 383 du Ier Livre. La chaleur spécifique de la vapeur aqueuse a été obtenue en comparant le refroidissement du calorimètre opéré par l'air sec et par l'air saturé d'eau à la température de 40°. Cela exigeait que l'atmosphère qui environnait le calorimètre fût maintenue un peu au-dessus de cette température, afin qu'il ne pût se faire aucune précipitation de vapeur; car l'énorme dégagement de calorique qui accompagne une précipitation pareille aurait occasionné les plus grandes erreurs.

Ces résultats ne sont que relatifs. Pour les rendre absolus, il faut avoir la valeur d'un d'entre eux, c'est-à dire, déterminer pour un certain gaz, pour l'air atmosphérique, par exemple, la quantité de glace qu'il peut fondre sous un volume et une pression donnés, en se refroissant de 1°; ou, ce qui revient au même, la quantité d'eau qu'il peut faire bouillir; ou enfin la quantité dont il élève la température d'une masse donnée d'eau. Or, ce dernier résultat peut déjà se conclure des expériences mêmes. En effet, on connaît le poids m de l'eau contenue dans le calorimètre, ainsi que la masse des feuilles de cuivre et de la soudure qui forment ses parois. Le cuivre, suivant Crawford, a pour chaleur spécifique relative, 0,112; et la soudure, formée d'un alliage de plomb et d'étain, peut être considérée comme en ayant une intermédiaire entre celles de ces deux mé-

taux, c'est-à-dire, 0,038. On peut donc, d'après ces données, déterminer le nombre de grammes d'eau que les parois représentent, et, l'ajoutant à la masse m, on aura le nombre $m + \mu$ de grammes d'eau représenté par l'appareil. Ce nombre était ici $596^{g},8$. Or, dans la première expérience, déjà citée, on a trouvé que $35^{l},99$ de cet air, mesurés à la température de la glace fondante et sous la pression de $0^{m},7405$, étant ensuite échauffés à 100°, ont formé un courant qui, en se refroidissant de $72^{\circ},415$, a maintenu pendant 10′ la température du calorimètre stationnaire à $15^{\circ},734$ au-dessus de celle de l'air environnant; d'où il suit qu'un tel courant fournissait alors au calorimètre précisément autant de chaleur qu'il en perdait dans l'air. Cette perte est facile à déterminer; car il n'y a qu'à interrompre le courant de gaz, puis laisser refroidir spontanément le calorimètre, observer la loi de son refroidissement, calculer la courbe logarithmique qui la représente, et conclure de la formule la vitesse de refroidissement initiale. En effet, si l'on nomme $(y) + \mathrm{T}$ la température initiale du calorimètre, (y) étant celle de l'air ambiant, et qu'après un temps t exprimé en minutes, la première de ces températures soit réduite à $(y) + y$, nous savons que la loi du refroidissement sera

$$\log y = \log \mathrm{T} - \frac{a}{\mathrm{M}} t.$$

Dans cette formule, M est le module des tables logarithmiques ordinaires ou 2,302585; et le coefficient a, comme dans les expériences électriques, exprime la proportion du refroidissement pendant l'unité de temps; c'est-à-dire, le nombre de degrés que le refroidissement enleverait à un corps que l'on maintiendrait pendant tout ce temps à une température élevée de 1° au-dessus de celle de l'air. Cette proportion, d'après la nature de la loi, reste la même tant que le refroidissement dure. Si l'on veut en avoir l'effet sur la température initiale T, il faut tirer de notre équation la valeur de $a\mathrm{T}$, qui sera

$$a\mathrm{T} = \frac{\mathrm{M}\,\mathrm{T}\,(\log \mathrm{T} - \log y)}{t};$$

d'où l'on voit que cette valeur sera connue quand on connaîtra, outre la valeur initiale de T, une seule valeur de y observée à

une époque quelconque t. Or, dans l'expérience citée plus haut sur l'air atmosphérique, De Laroche et Berard avaient d'abord l'excès initial T égal à 15°,734; et, par une observation subséquente, ils trouvèrent

$$t = 20'; \quad y = 12°,847;$$

ce qui donne $a = 0°,0101356$; $aT = 0°,159474$.

Connaissant ainsi le nombre de degrés communiqué par le gaz au calorimètre en 1′ de temps, on aura, pour 10′, dix fois ce nombre, ou 1°,59474; une série d'expériences pareilles a donné 1°,5996. Or, les 35^{l},99 d'air employés à former le courant pesaient ensemble 45^{g},49, comme on peut le calculer par les déterminations obtenues page 387 du premier Livre, et ils ont produit l'effet ci-dessus sur 596^{g},8 d'eau, en se refroidissant de 72°,415. Donc, la chaleur spécifique relative de l'air, dans les circonstances de pression assignées, est $\frac{596,8 \,.\, 1,5996}{45,49 \cdot 72,415}$, ou 0,2898. Divers autres procédés ont donné des résultats presque identiques, quoique toujours un peu inférieurs. En prenant la moyenne, et ramenant les effets à ce qu'ils auraient été si le refroidissement eût eu lieu sous la pression de 0^{m},76, les auteurs se sont arrêtés au nombre 0,2669, comme représentant sous cette pression la chaleur spécifique de l'air, celle de l'eau étant 1. En multipliant par ce facteur commun toutes les chaleurs spécifiques relatives, obtenues pour un poids donné de différens gaz, ils ont obtenu la table suivante, comparable à celle que nous avons donnée page 694.

	Chaleur spécifique.
Eau	1,0000
Air atmosphérique	0,2669
Gaz hydrogène	3,2936
Acide carbonique	0,2210
Oxygène	0,2361
Azote	0,2754
Oxide d'azote	0,2369
Oléfiant	0,4207
Oxide de carbone	0,2884
Vapeur aqueuse	0,8470

Chacun de ces résultats exprime l'élévation de température qu'un gramme de chaque gaz produirait dans un gramme d'eau

liquide, en se refroidissant de 1° centésimal. En les divisant par 75, on aura le nombre de grammes de glace à 0° que ce même refroidissement pourrait fondre, et en les divisant par 100, on aura le nombre de grammes d'eau liquide qu'il pourrait amener de la température de la glace fondante à celle de l'ébullition.

Au reste, il faut remarquer que ces résultats sont l'expression d'un phénomène très-composé. Par la manière dont les expériences sont faites, les gaz se contractent en même temps qu'ils se refroidissent, puisqu'ils doivent faire toujours équilibre à la même pression ; et ainsi leur densité, quand ils entrent dans le calorimètre, est moindre que quand ils en sortent. Le réchauffement qu'ils produisent sur cet appareil est donc l'effet composé de la chaleur qu'ils dégagent en se refroidissant et en se contractant tout à la fois, au lieu que, pour avoir des résultats simples, il faudrait pouvoir observer ces effets séparément ; il faudrait déterminer d'abord la quantité de chaleur que chaque gaz dégage en se refroidissant dans un espace donné, par conséquent avec un volume constant, et ensuite la quantité qu'il dégage quand son volume change, la température extérieure restait la même. La séparation de ces deux phénomènes paraît extrêmement difficile ; mais elle est indispensable pour obtenir des résultats simples, et pour mettre en évidence les vraies lois qui peuvent régir ces effets. On est bien sujet à un inconvénient du même genre dans les expériences que l'on fait sur les chaleurs spécifiques des corps liquides et solides, puisqu'ils se contractent nécessairement à mesure qu'ils se refroidissent ; mais comme la variation de leur volume est beaucoup moindre, on suppose que le dégagement de chaleur qu'elle produit est aussi très-faible, comparativement à celui qui provient de l'abaissement de température. Cependant, à dire vrai, rien ne prouve qu'il en soit ainsi ; on pourrait même plutôt croire le contraire, en considérant les énormes quantités de chaleur que l'on dégage des corps, lorsqu'on sépare simplement leurs parties les unes des autres, comme on peut le faire par le frottement, la torsion, ou le forage, qui n'est autre chose qu'un frottement assez rude pour arra-

cher les molécules de la surface de celles qui sont au-dessous. Car, en éprouvant, sous ce point de vue, la limaille qui sort de l'âme des canons de bronze lorsqu'on les fore, Rumford a trouvé qu'elle avait sensiblement la même chaleur spécifique que le bronze même, quoiqu'il se fût dégagé pendant sa formation une quantité énorme de chaleur; d'où l'on doit conclure que cette chaleur existait uniquement entre les molécules solides du bronze, c'est-à-dire entre les petits groupes de ces particules que l'outil avait séparés. Or, s'il en est ainsi, cette quantité de chaleur doit varier également toutes les fois que le corps se dilate ou se resserre; et cet effet, qui se combine avec la chaleur dégagée par le seul changement de température, peut fort bien n'être pas aussi faible qu'on l'imagine communément. Tant que ces deux effets ne seront pas séparés par l'expérience, les chaleurs spécifiques, telles qu'on les observe, seront des résultats composés; et peut-être est-ce cette composition qui a jusqu'à présent empêché d'y découvrir aucune relation évidente avec la nature chimique des corps.

Ces considérations, évidentes surtout pour les vapeurs et les gaz, ont conduit M. Dulong à chercher des procédés qui donnassent des effets simples, et il y est parvenu pour les vapeurs au moyen d'un appareil extrêmement ingénieux, dont je vais donner la description.

Il consiste essentiellement dans un matras de verre V, fig. 70, où l'on place le liquide dont on veut étudier les vapeurs. A une certaine hauteur, le col de ce matras se divise en deux tubes, qui peuvent être fermés par les robinets $r\,r'$, et dont chacun communique à un récipient de machine pneumatique contenant une capsule d'acide sulfurique concentré. Au commencement de l'expérience, on ferme les robinets $r\,r'$, et on fait le vide dans les deux récipiens; puis on ouvre un seul des deux robinets, r par exemple, et le liquide contenu dans V remplit aussitôt cet espace de ses vapeurs. Mais l'acide placé dans R absorbant ces vapeurs à mesure qu'elles se forment, en nécessite le renouvellement continuel; et comme elles ne peuvent prendre de chaleur qu'au liquide dont elles émanent, il s'opère

dans celui-ci un refroidissement progressif, qui bientôt atteint un maximum dépendant de la température plus ou moins haute de l'air extérieur, et de la largeur du tuyau par lequel les vapeurs doivent passer pour se propager dans le récipient R. Lorsqu'on est arrivé à ce terme, qui est indiqué par l'état stationnaire d'un thermomètre fort sensible placé dans le liquide V, on ferme tout-à-coup le robinet r, et l'on ouvre r'. Alors la formation et l'absorption des vapeurs se continuent de même, à cela près qu'elles passent dans le récipient R', au lieu de passer dans R, et la température stationnaire du liquide V n'en est point altérée. Quand le courant a circulé ainsi pendant un certain temps, que l'on mesure avec exactitude, on ferme le robinet r'. Alors le liquide V, ne fournissant plus de nouvelle vapeur, commence à se réchauffer peu à peu par le rayonnement des corps qui l'environnent. En observant la loi de son réchauffement, on en déduit, comme dans les expériences de Berard et de De Laroche, la valeur du coefficient qui exprime sa vitesse initiale, et l'on connaît ainsi combien la vapeur formée pendant le temps t lui a enlevé de degrés de sa température. Or, on peut connaître aussi le poids de cette vapeur en pesant le vase qui contient l'acide sulfurique où elle s'est précipitée, et voyant de combien son poids s'est accru. Ces deux résultats déterminent immédiatement la chaleur spécifique de la vapeur par rapport à celle du liquide. Il ne reste qu'à assigner sa température, et la pression qu'elle supportait à l'instant de sa formation. La première est la température même du liquide qui s'évapore; la seconde est la tension de sa vapeur pour cette température-là. Maintenant il est clair qu'en opérant à diverses températures de l'air extérieur, avec des liquides de tensions diverses, et en donnant aux robinets $r r'$ diverses ouvertures connues, on peut varier les expériences de manière à obtenir des maxima différens de température, et, par suite, des tensions et des densités différentes de la vapeur. M. Dulong n'ayant point encore terminé les recherches de ce genre qu'il se propose de faire, je ne puis faire connaître les résultats auxquels il est déjà parvenu; mais je me trouve heureux qu'il m'ait permis d'expliquer ici son ingénieux appa-

reil, parce que les avantages mêmes dont il jouit mettent en évidence tout ce qu'il restait à désirer pour ce genre d'observation.

Nous voici arrivés au terme de nos expériences sur le calorique. Nous avons déterminé les lois de sa propagation, soit dans l'air, soit à travers les corps. Nous avons trouvé des moyens exacts pour évaluer comparativement les quantités de ce principe, qui sont absorbées ou dégagées, dans les changemens de température des corps, dans leurs combinaisons réciproques, et dans leurs changemens d'état. Mais rien de tout cela ne nous apprend comment le calorique existe dans les corps, s'il y est fixé ou libre, et si la quantité absolue qu'ils en renferment résulte d'un simple équilibre ou d'une affinité. Nous ne sommes pas plus avancés à cet égard que nous ne l'étions dans le troisième chapitre du premier Livre, où nous n'avions encore observé que le grand phénomène des températures constantes. Les expériences que nous venons d'y ajouter ne nous donnent pas non plus d'indication sur les quantités totales de calorique contenues dans les corps; car les évaluations qui s'en déduisent portent uniquement sur les *accroissemens* ou les *diminutions* que cette quantité reçoit dans les variations de température, ou dans les changemens d'état que nous pouvons produire. Si des physiciens très-éclairés ont cru pouvoir en déduire quelque chose de plus, c'est en faisant des hypothèses tout-à-fait gratuites sur les rapports de ces accroissemens avec les quantités fondamentales; et ces hypothèses sont d'autant moins fondées, que la constance même des chaleurs spécifiques c, dans l'étendue de l'échelle thermométrique, semble indiquer que les quantités fondamentales x sont comme infinies, comparativement aux altérations que nous y produisons. L'on ne trouvera donc rien ici sur l'état du calorique dans les corps, ni sur le zéro réel, c'est-à-dire, sur la température à laquelle les corps seraient tout-à-fait privés de chaleur. Il nous suffira d'avoir montré, par les principes mêmes sur lesquels ces considérations reposent, qu'elles ne peuvent conduire à aucun résultat certain.

NOMS des gaz soumis aux expériences.		Nombre de litres de gaz qui traversaient le calorimètre dans 10 minutes.	Pression et température auxquelles était soumis le gaz qui traversait le calorimètre. thermomètre.	Pression et température auxquelles était soumis le gaz qui traversait le calorimètre. baromètre.	Le même nombre de litres de gaz ramené à 0° du thermomètre.	Température A laquelle le courant de gaz entrait dans le calorimètre.	Température Du calorimèt., lorsq. le courant de gaz l'avait rendu stationnaire, et par conséquent température du gaz qui sortait du calorimètre.	Température De l'air qui entourait le calorimètre.	Degr. de chaleur du thermomètr. centigrade, perdus par le gaz qui traversait le calorimètr.	Excès de la température stationnaire du calorim. sur celle de l'air ambi., moins 2°,5 qui est l'eff. du tuyau qui servait à échauffer le gaz.	Le même excès obtenu par le calcul, dans la supposit. que le courant eût été le même que dans la 1re expérience sur l'air atmosphérique, et qu'il eût perdu le même nombre de degrés en traversant le calorimètre.	Le même excès ramené par le calcul à ce qu'il aurait été dans les mêmes circonstances que dans la colonne précédente, et si le gaz eût été en outre soumis pendant toute l'expérience à la pression de 0m,7600 de mercure.	Moyennes.
Air atmosphériq.	1re Expér.	l 36,91	6,8°	0,7405m	35,99l	97,6°	25,185°	7,262°	72,415°	15,423°	15,423°	15,644°	15,734°
	2e Expér.	30,53	11,2	0,7548	29,30	97,3	25,067	9,776	72,233	12,791	15,753	15,824	
Gaz hydrogène...	1re Expér.	37,84	8,9	0,7494	36,62	95,8	24,765	8,040	71,035	14,225	14,254	14,388	14,214
	2e Expér.	31,50	12,1	0,7545	30,14	95,7	25,807	12,017	69,893	11,290	13,972	14,040	
Gaz acide carbon.	1re Expér.	36,11	7,2	0,7582	35,16	96,8	27,548	6,552	69,278	18,496	19,791	19,798	19,800
	2e Expér.	30,95	12,2	0,7520	29,60	97,15	29,598	12,016	67,552	15,082	19,662	19,801	
Gaz oxigène.....	1re Expér.	37,42	9	0,7484	36,20	97,71	25,769	8,158	71,941	15,111	15,124	15,281	15,365
	2e Expér.	31,30	12,6	0,7503	29,89	96,30	27,764	13,205	68,536	12,059	15,344	15,449	
Gaz oxide d'azote.....		30,31	9	0,7582	29,32	97,00	27,924	8,923	69,076	16,501	21,235	21,246	21,246
Gaz oléfiant.....		30,85	10	0,7500	29,74	97,35	30,288	9,258	67,062	18,530	24,220	24,435	24,435
Gaz oxide de carbone.....		30,85	9	0,7535	29,84	97,55	24,505	8,475	73,045	13,530	16,177	16,270	16,270

CHAPITRE VI.

Des Machines à vapeur.

Tout le jeu des machines à vapeur est fondé sur deux principes, le développement de la force élastique de la vapeur aqueuse par la chaleur, et sa précipitation subite par le refroidissement. L'utilité universelle de ces machines dans les arts, et les applications multipliées qu'elles offrent des principes les plus délicats de la théorie de la chaleur m'imposent l'obligation d'en parler ici avec quelques détails.

Quoiqu'en général, en mécanique, il suffise de créer une force ou un moteur quelconque pour pouvoir ensuite en déduire toutes sortes de mouvemens, néanmoins, pour fixer les idées, je supposerai que l'on se propose d'épuiser l'eau d'une mine par le moyen d'une pompe aspirante T′ T′, fig. 71, dont il s'agira par conséquent d'élever le piston P′. Pour cela, attachons la tige de ce piston à une chaîne qui s'enroule à l'une des extrémités A′ d'un levier arqué, mobile autour de son centre C; il est clair qu'en attachant au bras opposé du levier une chaîne pareille représentée par A D dans la figure, il suffira de tirer cette chaîne pour faire monter le piston P′, et aspirer l'eau dans le corps de pompe par la pression extérieure de l'atmosphère; après quoi les soupapes, au bas du corps de pompe, se fermant, et le piston étant abandonné à lui-même, il descendra dans cette eau par son propre poids, la forcera de soulever la soupape percée à son centre, et, arrivé au fond du corps de pompe, il isolera entièrement cette eau de l'eau inférieure; de sorte qu'en tirant de nouveau la chaîne A D, on soulevera cette eau avec le piston; en même temps on en aspirera d'autre dans le corps de pompe, après quoi le piston redescendra par son propre poids de la même manière, et ainsi de suite indéfiniment. Reste donc à donner le mouvement à la chaîne A D.

Pour cela, attachons son extrémité inférieure D à un autre piston P, se mouvant, comme le premier, dans un corps de pompe TT, pareillement cylindrique; mais supposons que le bas de ce corps de pompe, au lieu d'être plongé dans l'eau par sa base, communique avec une machine pneumatique, par le moyen de laquelle nous puissions le vider d'air, il est clair que, le vide étant fait, la pression de l'atmosphère sur la surface supérieure du piston P tendra à le faire descendre, et le fera descendre en effet, s'il est assez large pour que la pression totale exercée sur sa surface excède le poids P′, plus celui de la colonne d'eau qu'il doit soulever. Maintenant le piston P étant ainsi descendu jusqu'au bas de son corps de pompe, imaginez qu'on laisse rentrer l'air par dessous; alors la pression de l'atmosphère sur ses deux surfaces se contre-balancera d'elle même, et l'excès de poids du piston P′ recommençant à agir, remontera P dans son tuyau; après quoi, si on fait de nouveau le vide sous P, on fera descendre P et monter P′, et on répétera ces alternatives autant de fois que l'on voudra. Mais on conçoit que l'emploi d'une machine pneumatique serait en grand une chose impossible; voilà justement à quoi l'on supplée par l'introduction de la vapeur dans le corps de pompe T T. Pour cela, il y a sous ce corps de pompe une chaudière F, fig. 72, en partie remplie d'eau bouillante, dont la vapeur, égale ou supérieure en élasticité au poids de l'atmosphère, peut être introduite à volonté dans le cylindre T T, en ouvrant le robinet R, placé au bas du tube de communication FQ. Il y a aussi au bas du corps de pompe un petit canal V S, fermé par une soupape S qui s'ouvre de dedans en dehors. Cela posé, le piston P étant au haut du corps de pompe, et celui-ci rempli d'air, ouvrez le robinet R qui communique avec la chaudière; la vapeur se précipitera dans le corps de pompe; et, par son impulsion autant que par la force élastique qu'elle possède, elle chassera en partie l'air du corps de pompe, en le forçant de soulever la soupape S. Dans cette opération, une grande quantité de vapeur est d'abord condensée par la surface froide du cylindre et du piston, d'où résulte de l'eau liquide, à la-

quelle on donne issue par un tube E G S′, dont le bout inférieur est recourbé, et terminé par une soupape S′, qui se soulève de dedans en dehors. Cette condensation, et cette perte de vapeur produite par le refroidissement, se continuent jusqu'à ce que le piston et le cylindre soient amenés à la température de la vapeur même. Quand ce terme est atteint, la vapeur soulève la soupape S et s'échappe, lentement d'abord, et très-nuageuse, parce qu'elle est entremêlée avec beaucoup d'air et de gouttes d'eau. Cependant peu à peu ce souffle devient plus fort et plus transparent, à mesure que l'air est en grande partie chassé. Lorsque l'ouvrier qui conduit la machine reconnaît que ce terme est arrivé, il ferme le robinet R; et alors tout l'intérieur du corps de pompe se trouve rempli de pure vapeur, qu'il ne s'agit plus que de condenser par un refroidissement rapide, pour avoir le vide sous le piston P. Cette condensation est opérée par l'introduction d'un jet d'eau froide que l'on fait descendre d'un réservoir élevé Z, à travers le tube Z R′ I, fermé en R′ par un robinet que l'on appelle le robinet d'injection. En le tournant, l'eau froide s'injecte dans le corps de pompe, précipite en tout ou en partie la vapeur qui s'y trouve, et s'écoule par le tube E G S′, avec l'eau qui résulte de cette condensation; alors le vide étant fait sous le piston P, la pression de l'atmosphère le fait descendre. On le relève de nouveau par l'introduction d'un jet de vapeur; car si, comme nous l'avons supposé, l'eau est entretenue bouillante dans la chaudière, la vapeur a une force élastique au moins égale à celle de l'air: son introduction sous le piston P suffit donc pour compenser la pression de l'atmosphère; et ensuite l'excès de poids du piston P′ relève P en haut, comme dans nos premières suppositions. Mais, d'un autre côté, la vapeur, si elle était trop chaude, pourrait, par sa force élastique, faire crever la chaudière; c'est pourquoi on adapte au haut de celle-ci une soupape de sûreté S″, qui s'ouvre de dedans en dehors avec un effort connu et déterminé. Quand la force élastique de la vapeur est égale à celle de l'air extérieur, ou plus faible, la soupape reste fermée; mais dès que cette force devient égale à celle de l'atmosphère, plus la résistance que la soupape

oppose, la vapeur s'échappe, et il n'y a point d'explosion à craindre. Malgré cela, il est encore nécessaire que les parois de la chaudière aient une certaine force; car, lorsque la vapeur se précipite dans le cylindre froid et s'y condense, cet effet est si rapide, que la nouvelle vapeur qui se forme dans la chaudière ne suffit pas toujours pour y suppléer instantanément. Il se fait un moment de vide dans la chaudière; et la pression de l'atmosphère extérieure, n'étant plus contre-balancée, pourrait la crever, si elle n'était pas suffisamment solide; c'est ce qui est quelquefois arrivé.

D'après cet exposé, il semble qu'une fois que la machine est en jeu, il n'y a jamais plus dans le piston et dans le corps de pompe que le vide, ou de la pure vapeur. Mais il faut remarquer que l'eau d'injection que l'on introduit contient aussi de l'air combiné, qu'elle laisse échapper dans le corps de pompe, parce qu'elle s'y trouve presque comme dans le vide, et, en outre, parce qu'elle s'y réchauffe considérablement par la grande quantité de chaleur que la vapeur dégage en devenant liquide. Heureusement, cet air étant en petite quantité, et contenu dans un petit espace, il est aisément chassé à travers la soupape S, par le premier choc de la vapeur que l'on y introduit.

La disposition que nous venons de décrire n'est pas précisément la première que l'on ait imaginée. Il paraît que, dans l'origine, on avait seulement pensé à employer la vapeur comme moteur; mais l'idée plus ingénieuse de condenser la vapeur par le refroidissement, pour opérer le vide, ne remonte qu'à 1696, et les Anglais l'attribuent au capitaine Savary, qui la publia dans un traité intitulé : *l'Ami du Mineur*. Mais l'application qu'il en fit était fort imparfaite. Ce fut en 1705 qu'un autre Anglais, nommé Newcommen, lui donna la disposition que nous avons décrite, et avec laquelle, sous le nom de *machine atmosphérique*, elle fut long-temps et utilement employée.

Néanmoins, d'après les connaissances de physique et de mécanique que nous possédons aujourd'hui, il est facile de juger que cet appareil avait de nombreux défauts. C'en était un grand d'abord que l'emploi nécessaire d'un ouvrier, et d'un ouvrier

intelligent, pour ouvrir et fermer à propos le robinet d'injection et le robinet à vapeur, chaque fois que le piston avait fini sa course. Une bonne mécanique doit toujours mettre elle-même en mouvement toutes ses pièces, par la seule action de son premier moteur, sans aucun secours étranger. Ensuite l'introduction de la vapeur dans le cylindre froid était un autre inconvénient grave, par la grande destruction de vapeur qui en résultait, et qui se répétait à chaque coup de piston, puisque le cylindre était continuellement refroidi par le jet d'eau froide, au moyen duquel la condensation était opérée. Mais ces défauts, qui, dans l'état actuel de la physique, sont faciles à reconnaître, l'étaient beaucoup moins alors. Ils furent aperçus et corrigés, en 1764, par M. Watt, élève et ami de Black. Se trouvant alors à Glasgow, où il était constructeur d'instrumens de mathématiques, il fut chargé de réparer un petit modèle de la machine de Newcommen, qui appartenait à l'université de cette ville; et dans le cours des essais qu'il fit pour en rendre la marche satisfaisante, il s'aperçut qu'il dépensait proportionnellement plus de charbon que les grands appareils. Curieux de reconnaître la cause de cette différence, et voulant remédier à un si grand défaut, M. Watt fit de nombreuses expériences sur la meilleure manière de fabriquer les cylindres, sur les moyens les plus propres à faire un vide parfait, sur la chaleur à laquelle l'eau entrait en ébullition sous diverses pressions, et sur la quantité d'eau nécessaire pour produire un volume donné de vapeur, sous la pression ordinaire de l'atmosphère. Il détermina également la quantité de charbon rigoureusement nécessaire pour évaporer un poids d'eau connu, et la quantité d'eau froide nécessaire pour précipiter un poids donné de vapeur. Ces divers points une fois exactement déterminés, les défauts de l'appareil de Newcommen se montrèrent à lui dans la plus parfaite évidence, et il put assigner la cause de chacun d'eux. Il vit que la vapeur ne pouvait être condensée jusqu'à produire même un vide approché, à moins que le cylindre et l'eau qu'il contenait, tant d'injection que de précipitation, ne fussent refroidis au moins jusqu'à la température

de 37 ou 38° centésimaux ; et qu'à une température plus haute, la vapeur subsistante avait encore une élasticité assez forte pour opposer une résistance très-notable au poids de l'atmosphère. D'un autre côté, quand on voulait atteindre des degrés plus parfaits d'exhaustion, la quantité d'eau d'injection nécessaire pour les obtenir augmentait suivant une proportion très-rapide; d'où résultait ensuite une plus grande destruction de vapeur, quand on remplissait de nouveau le cylindre. Ces observations conduisirent M. Watt à conclure que, pour obtenir le vide le plus parfait possible, avec la moindre dépense possible de vapeur, il fallait que le cylindre fût maintenu constamment aussi chaud que la vapeur même, et que l'injection d'eau froide s'opérât dans un vase séparé, qu'il appela *le condenseur*, et dont la communication avec le cylindre fût ouverte subitement à l'instant de l'injection. En effet, d'après ce que nous savons aujourd'hui sur l'équilibre des vapeurs, il est clair que, si le condenseur est vide d'air, la vapeur du cylindre y entrera, par son élasticité propre, au moment où l'on ouvrira la communication ; et une injection d'eau froide qui y sera opérée à cet instant précipitera non-seulement la vapeur introduite, mais encore, par la même cause, toute la vapeur contenue dans le cylindre, laquelle, sollicitée par le vide que la précipitation forme dans le condenseur successivement, quoique dans un instant presque indivisible, s'y rend et s'y convertit en eau. Il ne reste donc qu'à enlever cette eau et l'air dégagé, afin de maintenir toujours le condenseur vide. M. Watt chargea de cette fonction une petite pompe à air, que la machine même fait mouvoir, et qui joue continuellement dans le condenseur. Enfin la condition de tenir le cylindre chaud ne pouvait s'accorder avec la libre admission de l'air atmosphérique sur sa surface supérieure, laquelle, dans l'appareil de Newcommen, servait à le faire descendre ; d'autant plus que, pour empêcher le passage de la vapeur entre le cylindre et le piston, on couvrait ordinairement celui-ci d'une couche d'eau froide, qui mouillait l'intérieur du cylindre. M. Watt eut l'idée ingénieuse et hardie de supprimer tout-à-fait l'usage de la pression atmo-

sphérique, et de faire mouvoir le piston par la force de la vapeur seule, en l'introduisant tour à tour sur l'une et l'autre de ses surfaces, et faisant au même instant le vide sur la face opposée. Il enferma donc la tige de son piston dans une boîte à cuir, pour ôter tout accès à l'air dans l'intérieur du cylindre, et, employant une vapeur d'une élasticité égale, ou même un peu supérieure au poids de l'atmosphère, il obtint tour à tour une force égale ou même supérieure à celle du vide, de bas en haut et de haut en bas. Il put donc, en communiquant ce mouvement par des tiges rigides, produire une force dans chacun de ces deux sens; au lieu que, dans l'appareil de Newcommen, le temps de l'ascension du piston était entièrement perdu pour l'effet, puisqu'il était alors simplement soulevé par l'excès de poids de l'autre bras du grand levier. Il y eut économie de temps, et aussi d'argent, puisque chaque course du piston devint active, et que la quantité de chaleur employée à le maintenir chaud pendant son ascension ne fut pas perdue inutilement. M. Watt eut également soin d'entourer le cylindre d'une enveloppe de bois ou de toute autre substance peu conductrice du calorique, dans l'intérieur de laquelle il introduisit même quelquefois la vapeur, comme moyen de réchauffement. Il fit aussi dans la construction des diverses pièces de l'appareil des améliorations considérables, et il parvint ainsi à économiser plus des deux tiers de la vapeur que la machine de Newcommen exigeait. La machine à vapeur, ainsi perfectionnée, est représentée dans la figure 73, dont l'explication sera maintenant comprise sans difficulté.

F D est la chaudière dans laquelle l'eau est convertie en vapeur par la chaleur du fourneau placé au-dessous. Cette chaudière est quelquefois faite en cuivre, mais plus fréquemment en fer. Son fond est concave, et la flamme circule autour; elle a vers son sommet une soupape de sûreté que l'on charge plus ou moins, selon le degré de force élastique que l'on veut obtenir. Pour que la marche de l'évaporation soit constante, il est nécessaire que l'eau de la chaudière soit toujours maintenue au même niveau, et conséquemment qu' on lui en fournisse de

nouvelle à mesure que la vapeur est enlevée. Cela se fait par un tube *vv* qui porte dans la chaudière l'eau d'un petit réservoir *z*, lequel est rempli avec l'eau déjà chaude que l'on retire du condenseur par la pompe *tt*. Mais pour que cette introduction se fasse dans la chaudière, seulement lorsqu'elle devient nécessaire, l'orifice supérieur du tube *vv* est fermée par un bouchon qui s'élève ou s'abaisse au moyen du petit levier *ab*; et à l'autre bras de ce levier *b* pend un fil métallique *bm*, tiré en bas par un poids *m*, qui s'ajuste dans la chaudière de manière à effleurer précisément le niveau supérieur de l'eau. Alors, si l'eau vient à baisser au-dessous de ce niveau, le poids *m*, qu'elle supporte en partie, descend avec elle; le levier *ab* tourne, et, soulevant le bouchon, permet l'introduction de l'eau dans la chaudière; mais dès que le niveau est rétabli, le levier *ab* redevient horizontal et remet le bouchon en place. Du sommet de la chaudière part le tube à vapeur VV, qui conduit la vapeur au haut du cylindre par la soupape S; au bas, par la soupape S_{ι}; le tube de communication, qui va de S en S_{ι}, est coupé dans la fig. 73, pour laisser voir deux autres soupapes S', S_{ι}', dont nous parlerons tout-à-l'heure; mais on le voit tout entier dans la fig. 74, où il est représenté de profil. Les soupapes S', S_{ι}' sont celles par lesquelles la vapeur du cylindre est mise en communication avec le condenseur, d'un côté et de l'autre du piston; et elles sont ouvertes ou fermées aux instans convenables par la machine même, au moyen de de deux chevilles 1, 2, attachées à la tige *tt* de la pompe qui sert à vider le condenseur C. Ce mouvement s'opère un peu avant que le piston ait complètement achevé sa course, et la communication s'établit alors entre ses deux surfaces, afin que l'égalité de pression qui en résulte amortisse l'effort qui se faisait d'un seul côté, et prévienne ainsi le choc brusque qui se produirait, si le piston courait jusqu'au fond du cylindre. Voilà les principales conditions relatives au jeu de la vapeur, mais il y en a d'autres relativement à la manière de la faire agir. En effet, la seule inspection de la figure montre que la tige du grand piston, et celle de la pompe qui vide le condenseur, étant inflexibles, ne peuvent pas être attachées immédiatement aux bras du grand

levier A B ; car chaque point de ce levier, décrivant un arc de cercle autour de son centre de rotation, tendrait à détourner le point d'attache de la verticale, et cet effort casserait la machine. C'est pourquoi, dans l'appareil de Newcommen, où le piston n'était actif que dans la descente, sa communication avec le grand levier était établie par une chaîne enroulée sur un arc de cercle. Mais dans la machine actuelle, la rigidité des tiges exige un autre mode de communication. C'est à quoi M. Watt est parvenu par un assemblage particulier de tringles métalliques mobiles les unes sur les autres, et combinées de manière à compenser par leur jeu le défaut de verticalité parfaite du mouvement du grand levier. La figure représente encore plusieurs autres pièces très-utiles à la bonne disposition de l'appareil, telles que des volans pour régulariser le mouvement, et des roues pour le transmettre; mais ces détails appartenant à la mécanique, je dois les passer sous silence pour pouvoir indiquer d'autres points qui tiennent à la physique, et qui ne sont pas moins essentiels.

Le plus important est la détermination de la température à laquelle il est le plus convenable d'employer la vapeur. En effet, plus elle est chaude, plus sa force élastique est considérable, et par conséquent plus elle produit d'effort sur la surface du piston qu'elle presse, le vide étant toujours de l'autre côté. Mais aussi il faut consommer plus de charbon pour produire une vapeur plus chaude; en sorte que le profit ou le désavantage de la température est un élément à déterminer. Pour y parvenir, considérons d'abord que la quantité de chaleur nécessaire pour produire un volume déterminé de vapeur aqueuse dépend de deux choses : 1°. de la densité que cette vapeur doit nécessairement avoir sous la force élastique qu'on veut lui donner : 2°. de la quantité de calorique nécessaire pour la produire et pour l'amener à cet état. La première question se trouve résolue par les formules que nous avons trouvées en traitant de la formation des vapeurs, page 299 du Livre premier. Soit (ϖ) le poids d'un centimètre cube de vapeur aqueuse, réduite à la température de 0°, en lui supposant une force élastique égale 0°,76. Pour toute autre température t,

où la force élastique de cette vapeur devra avoir une valeur F, égale ou inférieure au maximum que comporte cette température, le poids ϖ' d'un centimètre cube sera exprimé par

$$\varpi' = \frac{F(\varpi)}{0{,}76\,(1 + t\,.\,0{,}00375)}.$$

Cette formule montre que le poids ϖ' ne croît pas aussi rapidement que la force élastique F, puisque celle-ci, dans l'expression de ϖ', est affaiblie par le dénominateur $1 + t\,.\,0{,}00375$, qui croît à mesure que la température s'élève. Conséquemment, si la chaleur de vaporisation était rigoureusement constante, c'est-à-dire, s'il ne fallait que la même quantité de charbon pour produire le même poids de vapeur à toute température, il y aurait de l'avantage, et un avantage toujours croissant, à employer une vapeur d'une température plus élevée. Mais comme il faut aussi avoir égard à la variation de la chaleur employée, représentons-la généralement par une fonction de t, que nous nommerons c'. Alors le produit $c'\varpi'$ exprimera la quantité de calorique nécessaire pour produire un centimètre cube de vapeur à la température t, et ayant la force élastique F. Donc, en regardant F comme donnée, on voit que la température la plus avantageuse sera celle où la fraction

$$\frac{c'}{1 + t\,.\,0{,}00375}$$

deviendra la moindre possible; et si c' croît moins rapidement que $(1 + t\,.\,0{,}00375)$, comme des indications assez nombreuses semblent le faire croire, l'avantage sera d'autant plus grand que la température sera plus haute, du moins en ayant seulement égard à la force qui en résultera. La détermination de c' devient, comme on voit, un élément extrêmement important pour le perfectionnement des machines à vapeur, et il est fort à desirer que les physiciens s'occupent de le déterminer exactement.

Déjà quelques manufacturiers de France ont trouvé du profit à opérer ainsi à des températures un peu plus élevées que 100°, ce que l'on peut faire en chargeant davantage la soupape de sûreté de la chaudière. Mais comme toutes les machines actuelles sont construites pour travailler à une pression peu différente

de celle de l'atmosphère, on n'a pas pu porter à cet égard les essais bien loin; car il est évident que pour le faire, il faudrait que les parois des chaudières fussent renforcées. On a fait en Angleterre des épreuves plus étendues. On y possède de nouvelles machines imaginées par M. Woolf, dans lesquelles, dit-on, la vapeur est employée avec une force élastique très-supérieure à celle de l'atmosphère, et avec une grande économie de combustible. Mais il existe en outre, dans ces machines, une particularité qui semble aussi devoir être avantageuse; c'est que le piston, au lieu d'être immédiatement en contact avec la vapeur aqueuse, qui fond et dissout les graisses dont on l'imprègne, reçoit le mouvement par l'intermédiaire d'une colonne d'huile ou de tout autre corps gras, peu évaporable, sur lequel la vapeur agit par pression. Pour cela, le cylindre où le piston se meut est enveloppé d'un cylindre plus gros, avec lequel il communique, et dans lequel on met l'huile, qui, montant et descendant sans cesse dans le cylindre intérieur, le tient toujours lubrifié. Quoi qu'il en soit, l'avantage ou le désavantage des hautes températures ne tardera pas à être décidée d'une manière infaillible, car on construit en ce moment, à Cornouailles, des machines qui doivent employer la vapeur sous la pression de sept atmosphères. Dans ce cas, la déperdition de calorique par le rayonnement deviendra aussi beaucoup plus considérable; et il faudra probablement y avoir égard dans l'appréciation des résultats.

Pour nous faire une idée de l'abaissement de produit qui résulte de ces diverses circonstances, rappelons-nous qu'un gramme de charbon développe en brûlant 7226 degrés de chaleur, suivant les expériences de MM. Lavoisier et Laplace. Or un gramme d'eau à 100°, pour se réduire en vapeur, absorbe 567°; donc un gramme de charbon devrait réduire en vapeur près de 13 grammes d'eau, en supposant que sa chaleur fût toute employée, et que l'eau fût déjà portée à la température de 100°. Mais, d'après un grand nombre d'essais faits sur les machines les plus parfaites, et avec les fourneaux les mieux construits, M. Clément a trouvé qu'un kilogramme de charbon de bois ne produit que 6 ou 7 kilogrammes de

vapeur, et un kilogramme du meilleur charbon de terre n'en donne jamais plus de 6; d'où l'on voit que la moitié à peu près de la chaleur est perdue par le rayonnement et la communication de la chaudière aux corps environnans.

Quand on connaît la force élastique avec laquelle on travaille à la surface du piston, il est facile d'évaluer la pression totale qui en résulte; mais, dans cette évaluation, il faut faire entrer la tension de la vapeur qui reste sur l'autre surface, quand le vide n'est pas parfait. Ordinairement on compare le travail de la machine à celui que l'on obtiendrait d'un certain nombre de chevaux d'une force moyenne, et l'on évalue sa puissance d'après ce nombre. Par un grand nombre d'épreuves, de ce genre, MM. Watt et Boullon admettent qu'un cheval d'une force moyenne, travaillant huit heures par jour, peut en une heure élever à la hauteur d'un mètre un poids de 265360 kilogrammes, ce qui fait environ 265 mètres cubes d'eau. M. Smeathon n'évalue cette force qu'à 190 millim.; et M. Clément, plus bas encore, seulement à 100. Prenant donc pour unité de force un mètre cube d'eau ainsi élevé d'un mètre, nous dirons, dans le système d'évaluation de M. Watt, qu'un cheval donne par heure 265 unités de force. Si une machine à vapeur est capable d'élever par heure 2650 mètres cubes d'eau à la hauteur d'un mètre, ou, ce qui revient au même, 265 à la hauteur de 10 mètres, ou 26,5 à la hauteur de 100 mètres, nous dirons qu'elle a la force de 10 chevaux. Il y a ainsi des machines qui ont la force de 20, de 30 chevaux, etc. La plus forte que l'on connaisse exister, à ce qu'on assure, dans les mines de Cornouailles. Elle a une puissance de 1010 chevaux, et elle sert à épuiser, par des pompes, une mine de 180 mètres de profondeur. Il est clair que cette puissance est la seule chose à évaluer; car on peut ensuite l'appliquer à élever de l'eau, ou à faire tourner des bobines dans des filatures, ou à tel autre usage des arts qui exige une force active. La transmission du premier mouvement peut toujours se faire par des procédés que la mécanique enseigne, et qu'il n'est point de mon ressort d'exposer.

SUPPLÉMENT A L'OPTIQUE.

Sur la diffraction de la Lumière, par MM. POUILLET *et* BIOT.

La diffraction est une modification que les rayons lumineux subissent quand ils passent près des extrémités des corps ; ils sont alors pliés et déviés de leur route directe, et le sont inégalement, selon leur diverse réfrangibilité. Grimaldi paraît avoir le premier remarqué ces phénomènes. Il en a décrit les principales apparences avec autant de sagacité que d'exactitude ; mais il n'avait pas assez de connaissance des propriétés de la lumière pour les approfondir. Newton s'en occupa ensuite, et en fit l'objet spécial du dernier livre de son Optique. Selon sa méthode ordinaire, il chercha à fixer par des mesures les détails des faits, avant de les assembler en théorie générale. Il montra très-bien l'influence de l'inégale réfrangibilité des rayons sur la progression des teintes composées, produites par la diffraction de la lumière blanche. Toutefois, lorsqu'il publia l'Optique, il n'avait pas pu encore arrêter complètement ses idées sur ce sujet ; il nous apprend lui-même que ses expériences ne lui paraissaient pas suffisamment précises, qu'il avait le dessein de les répéter, de les varier ; mais d'autres idées s'étant emparées de lui, il les a laissées imparfaites, ce qui ne l'a pas empêché de nous les transmettre avec la plus grande fidélité. Les physiciens qui, depuis, se sont occupés de la même matière, semblent s'être plutôt attachés à discuter les observations de Newton qu'à les refaire, et à leur donner ce degré de précision qui, en fixant invariablement les faits, en les circonscrivant avec netteté, peut seul assurer à la théorie des fondemens stables, parce qu'il la rend l'expression précise et fidèle de la nature. C'est pour remplir, au moins en partie,

ce vide de la science, que nous avons entrepris, M. Pouillet et moi, le travail dont je vais exposer ici les principaux résultats.

Mais auparavant il faut indiquer les apparences générales que présentent les phénomènes de la diffraction, et décrire les procédés par lesquels on peut leur donner une constance, une régularité qui les rendent facilement mesurables. Pour obtenir ces avantages, introduisons dans la chambre obscure un trait solaire fixe, réfléchi horizontalement par un héliostat, et recevons-le perpendiculairement sur un tableau blanc, vertical, éloigné de la fenêtre d'environ 5 ou 6 mètres. Dans ce cas, si le trou par lequel le rayon est introduit est circulaire, et a un millimètre au moins de diamètre, l'image circulaire du soleil, projetée sur le tableau, n'éprouvera pas d'altération bien sensible dans sa blancheur. Mais maintenant, placez dans l'axe du trait lumineux, à deux ou trois mètres de distance de la fenêtre, une plaque circulaire de métal, percée d'un petit trou fait avec une aiguille très-fine, et interceptant toute autre lumière que celle qui passe par ce trou, recevez celle-ci sur le même tableau blanc, ou, mieux encore, sur une lame de verre légèrement dépolie d'un côté, placée à la même distance, et derrière laquelle vous placerez votre œil ; alors vous ne verrez plus seulement une tache circulaire et unique de lumière blanche ; cette tache sera environnée de plusieurs anneaux colorés, concentriques avec elle, et dont l'étendue totale excédera beaucoup celle que le trait solaire aurait dû prendre, si les rayons qui le composent eussent suivi leur direction rectiligne ; car, d'après les dispositions que nous venons d'admettre, ces rayons ne formaient les uns avec les autres que des angles extrêmement petits. Il faut donc en conclure qu'en passant par le petit trou, ils y ont éprouvé une modification qui les a dilatés en un cône beaucoup plus ouvert, et même en plusieurs cônes, selon leur diverse réfrangibilité. Et pour preuve que l'inflexion s'est opérée dans le trou même, ou à une distance presque imperceptible, vous n'avez qu'à en rapprocher peu à peu le verre dépoli sur lequel tombaient les anneaux ; vous les verrez ainsi se serrer et se concentrer

de plus en plus, comme si les cônes qui les forment émanaient du trou. Et déjà, après s'en être éloignés à une très-petite distance, les rayons ont pris toute l'inflexion qu'ils doivent acquérir; car, si vous placez l'œil tout près du trou, et que vous regardiez au travers, vous verrez la première ouverture bordée de pareils anneaux colorés, qui ne sont que les images tracées dans votre œil par les rayons infléchis qui vous arrivent. En outre, si le petit trou est percé d'une manière tant soit peu irrégulière, de sorte qu'il soit resté quelque arrachure sur ses bords, vous verrez ces petites parcelles de métal briller de mille couleurs, résultantes des diffractions inégales qu'elles impriment aux divers rayons lumineux.

Maintenant, reculez de nouveau le verre dépoli à une distance convenable pour que les anneaux soient bien sensibles, et examinons attentivement l'ordre de leurs couleurs : nous verrons que, dans chaque anneau, le bleu et le violet sont en dedans, l'orangé et le rouge en dehors, précisément comme dans les anneaux réfléchis entre deux objectifs sphériques; de sorte que les mêmes molécules lumineuses, dont la réflexion, dans chaque ordre, se faisait alors à de plus grandes épaisseurs, sont encore celles qui subissent ici, à distance égale, de plus grandes déviations.

Pour examiner de plus près cette analogie, il faut briser, comme l'a fait Newton, le trait solaire au moyen d'un prisme, et jeter successivement sur le petit trou les diverses couleurs simples, en maintenant toujours leur incidence perpendiculaire à la plaque dans laquelle le trou est percé. Alors on n'a plus que des anneaux formés de chacune de ces couleurs, lesquels sont séparés par des intervalles absolument noirs. D'où il suit que non-seulement l'inflexion dévie chaque espèce de lumière simple, mais qu'il y a dans cette déviation divers degrés séparés les uns des autres, et non une progression continuelle; en sorte que chaque espèce de lumière, déviée par l'influence du petit trou, est portée en partie sur le premier anneau de cette couleur, ou sur le second, ou sur le troisième,

mais jamais dans les intervalles qui les séparent. Ceci est encore analogue aux intermittences périodiques que la réflexion présente dans les lames, soit minces, soit épaisses; et de même aussi l'on observe que les anneaux diffractés simples sont plus grands dans le bleu que dans le violet, plus grands dans le vert que dans le bleu, et ainsi de suite jusqu'au rouge, qui forme les plus grands anneaux.

Nous examinerons plus loin les rapports de grandeur de ces anneaux dans les différens ordres et dans les diverses couleurs; mais déjà ce que nous avons vû suffit pour nous apprendre à varier le phénomène. Car, de même que, dans les phénomènes capillaires, l'action exercée par le contour intérieur des tubes circulaires se reproduit aux surfaces intérieures de tous les autres tubes, quelle que soit leur forme, à cause des petites distances où elle est sensible, de même l'action infléchissante exercée au périmètre d'un trou circulaire sur les molécules lumineuses qui passent très-près de ses bords, doit se reproduire et s'exercer suivant des lois pareilles, quoique peut-être avec des intensités inégales, à toutes les extrémités des corps, quelles que soient les lignes droites ou courbes par lesquelles ils sont terminés : et en effet, il se forme toujours autour de ces lignes des franges lumineuses, dont les couleurs sont arrangées comme l'étaient tout-à-l'heure les anneaux diffractés à travers un trou circulaire.

Plaçons, par exemple, parallèlement l'une à l'autre, à une petite distance, les extrémités rectilignes de deux lames de même nature, taillées en biseau; et, pour faire varier plus minutieusement la distance des bords opposés de ces lames, rendons l'une d'elles fixe, et plaçons l'autre sur un châssis mobile à l'aide d'un mouvement de vis qui permette de la rapprocher graduellement de la première, comme le fil mobile d'un micromètre se rapproche graduellement des fils fixes : vous aurez l'appareil représenté fig. 75, et qui a été imaginé par s'Gravezande. Substituez-le donc aux simples plaques percées d'un trou circulaire, qui nous avaient servi d'abord, et faites de même tomber perpendiculairement entre les tranchans des lames les parties les

plus centrales d'un faisceau lumineux composé; alors, si vous écartez d'abord les biseaux à une grande distance l'un de l'autre, par exemple, à dix ou douze millimètres, l'éloignement du tableau ou du verre dépoli, sur lequel on reçoit les images, étant toujours le même que nous l'avions supposé d'abord, vous n'observerez pas dans le faisceau transmis de traces bien sensibles de coloration, et il formera seulement sur le tableau une image blanche rectangulaire, comme l'intervalle des deux lames. Mais, peu à peu, en rapprochant lentement celles-ci parallèlement l'une à l'autre, vous verrez les longs côtés de l'image se border en-dedans de plusieurs lignes blanches très-fines, plus lumineuses que le reste; puis, en rapprochant toujours les lames, ces lignes lumineuses deviendront des franges colorées, séparées les unes des autres, qui se rejetteront des deux côtés de l'ombre à de grandes distances, en laissant encore entre elles une image blanche rectangulaire, plus large, plus dilatée que précédemment. Si vous examinez les couleurs de ces franges, lorsqu'elles sont bien développées, vous y reconnaîtrez exactement le même ordre que nous avons observé dans les anneaux circulaires; c'est-à-dire, le violet en dedans, le rouge en dehors, et les couleurs intermédiaires dans les zones intermédiaires de chaque bande. Cette observation faite, si vous continuez à rapprocher les lames, vous verrez successivement les franges se reculer davantage dans l'ombre; ce qui annonce que les inflexions qui produisent ces franges s'agrandissent, et cet agrandissement se continuera tant que les biseaux se rapprocheront.

Cette description suppose que les bords opposés des lames sont maintenus dans un état constant de parallélisme. Lorsque le châssis qui conduit la lame mobile ne satisfait pas à cette condition, les franges ne sont plus des bandes parallèles; mais, suivant la direction des biseaux qui les produisent, elles prennent une forme trapézoïde, fig. 76, étant plus larges du côté où les lames sont plus rapprochées, et plus étroites dans les endroits où elles s'écartent le plus. Pour pouvoir produire à volonté ces degrés divers d'inclinaison, on donne à la lame

fixe un mouvement de rotation à frottement ferme autour d'un de ses points, tel que C, fig. 77, au moyen d'une tige métallique fixée à son support, et qui la traverse en ce point. En pressant sur la queue M de la lame, ou la poussant par un mouvement de vis, on donne à son biseau l'obliquité que l'on désire; et cela sert aussi pour établir le parfait parallélisme, car, si l'on amène la lame mobile jusqu'au contact, en rendant le mouvement de l'axe C assez libre pour que l'autre lame L′ puisse être aisément tournée, les deux biseaux s'appliqueront nécessairement l'un sur l'autre dans toute leur étendue; et en fixant L′ dans cette position, puis retirant L par son mouvement de vis, le parallélisme subsistera, comme on pourra le reconnaître par celui des franges mêmes, ce qui est un indice très-sensible. Toutefois, en faisant cette opération, il faut avoir bien soin de ne pas presser fortement les biseaux l'un contre l'autre par le mouvement de la vis mobile; car, s'ils sont amincis comme ils doivent l'être, cette pression les déformerait, et par suite produirait des irrégularités dans la configuration des franges.

Le phénomène étant ainsi défini dans ses circonstances les plus générales, il faut l'analyser, et en prendre des mesures. Pour cela, voici comment nous avons opéré. Nous avons introduit le trait solaire dans la chambre obscure, par un petit trou qui n'avait pas plus d'un millimètre de diamètre. Puis, ayant brisé ce trait par un prisme très-dispersif, nous en avons jeté successivement les couleurs sur un appareil à biseaux parallèles, tel que nous l'avons tout-à-l'heure décrit, et nous avons reçu les bandes diffractées sur une lame de verre mince, dépolie à sa surface postérieure, que nous plaçions bien perpendiculairement à la direction centrale du faisceau diffracté. Dans les expériences que nous rapporterons d'abord, le verre a été éloigné des lames à des distances très-considérables, comparativement à l'écartement des biseaux; de sorte qu'en l'éloignant davantage, les bandes ne faisaient plus que se dilater et s'écarter graduellement les unes des autres, sans que leur nombre augmentât, c'est-à-dire, sans qu'il en sortît de nouvelles de la bande centrale. En effet, nous verrons plus loin

que cette permanence ne commence qu'au-delà d'une certaine distance pour chaque écartement donné des biseaux ; et quelle qu'en soit la cause, il est évident que le phénomène ne peut être regardé comme complet avant qu'elle soit établie. Quand elle l'est, on peut diminuer indéfiniment l'intervalle des biseaux, et les amener même au contact, sans que la bande centrale se brise ; elle ne fait plus que s'élargir, en s'affaiblissant par l'effet de sa dilatation.

Les bandes ainsi formées étaient toutes d'une même couleur simple, qui était celle que l'on jetait sur les biseaux. Elles étaient séparées les unes des autres par des intervalles absolument noirs, et le faible degré de dépoli qu'on avait donné au verre permettait d'en observer un très-grand nombre de part et d'autre de la bande centrale. A mesure que, par leur rang, elles étaient plus éloignées de cette bande, leur intensité décroissait de plus en plus, de manière à faire juger que cette dégradation seule empêchait d'en voir davantage encore. Nous en avons, je ne dis pas seulement observé, mais mesuré ainsi, dont la déviation autour de l'axe central surpassait 1°. 42′; et il s'en fallait beaucoup que ce fussent là les dernières que nous pussions apercevoir, tant il est avantageux d'employer un verre dépoli pour ce genre d'observation. Du reste, dans chaque couleur, les bandes lumineuses, quoique inégalement intenses, semblaient d'égale largeur entre elles, et il en était de même des intervalles noirs comparés entre eux, du moins autant qu'on en pouvait juger à l'œil. Même lorsque le trait solaire entrait dans la chambre obscure par un trou dont le diamètre n'excédait pas un millimètre, la lumière reçue par les biseaux étant bien homogène, l'égalité subsistait entre les séries de bandes noires et de bandes lucides, lesquelles semblaient exactement de même largeur. Mais si l'on augmentait beaucoup le diamètre du trou, jusqu'à le faire, par exemple, de quatre ou cinq millimètres, la couleur jetée sur les biseaux restant la même, on voyait les bandes lumineuses s'élargir progressivement de part et d'autre de leur milieu, de manière à diminuer les intervalles noirs qui les séparaient, à peu près comme il arrive que la largeur de

l'arc-en-ciel est augmentée par le diamètre du soleil. Mais, outre que cet accroissement des bandes lumineuses était insensible quand le trait solaire était fort petit, il résulte encore de ce qu'on vient de dire, que le milieu de chaque bande restait fixe; ce dont nous nous sommes assurés en effet par des mesures. Dès-lors nous avons rapporté toutes nos observations à ces milieux, et nous nous sommes trouvés ainsi indépendans de l'influence que les bords du premier trou ont pu avoir sur le trait solaire; c'est-à-dire, que nos résultats sont les mêmes que si nous eussions opéré sur un trait solaire direct infiniment mince.

Pour fixer les idées, nous avons représenté, fig. 78, le système de bandes formées par une certaine espèce de lumière simple; les hachures noires désignent les franges noires, et les parties blanches intermédiaires désignent les franges lumineuses, telles que les unes et les autres se peignaient sur la seconde surface du verre dépoli. Ayant placé l'œil derrière ce verre, nous avons mesuré avec un compas à pointes fines les distances comprises entre le milieu de chaque frange d'un côté de la bande centrale, et le milieu de la frange de même espèce et de même ordre du côté opposé; par exemple, du premier noir au premier noir, du premier brillant au premier brillant, et ainsi de suite, en posant toujours les pointes du compas au milieu de l'intervalle de chaque frange. Ces mesures, prises plusieurs fois sur toutes les couleurs simples, et pour des écarts très-différens des biseaux, nous ont donné les lois suivantes, que l'inspection de la figure fera aisément concevoir.

Si l'on exprime par $4e$ le nombre qui répond à la première frange noire, tous les nombres qui appartiennent à ce genre de frange seront $4e$, $8e$, $12e$, $16e$...., et ceux qui appartiennent aux franges lumineuses seront $6e$, $10e$, $14e$.... etc.; de sorte que toutes les distances prises ensemble formeront la série $4e$, $6e$, $8e$, $10e$, $12e$..... Or, cette série est précisément celle qui exprime les épaisseurs moyennes auxquelles la lumière est successivement transmise et réfléchie dans une

même lame mince; et si on la construit comme l'a fait Newton, en marquant o pour le milieu de la tache centrale, fig. 12, les mêmes nombres limiteront les espaces lumineux ou obscurs dans l'un et l'autre phénomène. On rendra la représentation encore plus fidèle, si on la reproduit de part et d'autre du zéro central, comme le sont les bandes diffractées, fig. 78. Alors l'intervalle, depuis le milieu de la première frange noire, d'un côté du zéro, jusqu'au milieu de la même frange, de l'autre côté, étant $4e$, on voit que cette frange répond au premier des anneaux noirs, et conséquemment, pour compléter l'analogie, la largeur totale 33, occupée dans la diffraction par la bande centrale, doit être égale à $3e$; c'est en effet ce que nous avons toujours trouvé, à fort peu de chose près, dans nos observations, avec cette particularité que la valeur observée a toujours excédé cette limite. Mais cela même ne fait que rendre l'analogie plus complète; car Newton aussi a observé que le premier anneau réfléchi avait une épaisseur un peu plus grande que les autres, et il en fait la remarque expressément.

Cette analogie ne s'applique pas seulement aux bandes diffractées parallèles; elle a lieu de même pour les anneaux diffractés qui se forment à travers de très-petits trous ronds percés dans des lames planes, comme nous l'avons expliqué d'abord. Nous nous en sommes convaincus, en formant aussi ces anneaux avec une lumière simple, et mesurant leurs diamètres sur le verre dépoli à des distances diverses, mais cependant telles, qu'ils fussent complètement développés, c'est-à-dire qu'en s'éloignant davantage, il ne se développât point de nouveaux anneaux. On voit par-là que les anneaux et les bandes diffractées diffèrent essentiellement des anneaux et des bandes qui rejaillissent par réflexion de la seconde surface des plaques épaisses, puisque dans ceux-ci ce sont les carrés des diamètres ou des intervalles qui forment la série des nombres naturels, au lieu que, dans la diffraction, ce sont les premières puissances qui suivent cette loi; ce qui rend leur succession rigoureuse-

ment comparable à celles des épaisseurs qui produisent la réflexion et la transmission dans les lames minces.

En suivant cette analogie, nous avons été conduits à examiner si les intervalles des bandes diffractées de même ordre, formées par deux couleurs simples, auraient entre eux le même rapport que les épaisseurs de même ordre, auxquelles ces couleurs se réfléchissent ou se transmettent. Des mesures réitérées, prises sur les franges, nous ont prouvé que la chose avait lieu ainsi très-exactement. Si l'on représente par 1 l'intervalle d'un certain ordre mesuré dans le rouge extrême, ce même intervalle deviendra 0,9243, dans la lumière qui forme la limite du rouge et de l'orangé; 0,8855 dans celle qui forme la limite de l'orangé et du jaune; enfin 0,6300 dans le violet extrême, exactement comme l'expriment les nombres de la table rapportée page 48. Or, ces nombres sont la mesure des accès dans les couleurs auxquelles ils se rapportent. Nous pouvons donc établir cette seconde loi: Lorsque la lumière passe dans une ouverture circulaire ou rectiligne très-étroite, les diamètres des anneaux diffractés, et les intervalles des bandes diffractées de même ordre formées par chaque espèce de lumière simple sont proportionnels aux longueurs des accès de ses particules, et les anneaux ou bandes diffractées de différens ordres répondent à la succession de ces accès.

D'après cela, on voit tout de suite pourquoi, selon la remarque de s'Gravesande, les anneaux et les bandes diffractées sont toujours de même grandeur, quelle que soit la nature des corps entre lesquels on fait passer la lumière, lorsque ces corps sont placés à égale distance dans l'air. C'est que les longueurs des accès, dont les déviations dépendent, sont, sous les incidences voisines de la perpendiculaire, uniquement déterminées pour chaque molécule lumineuse, par la nature du milieu qu'elle parcourt; en conséquence, les déviations doivent rester les mêmes tant que le milieu ne change pas, l'intervalle des biseaux restant constant.

Mais varieront-elles, si le milieu change? Cela doit être, si l'analogie des déviations avec les accès est générale, et ceci offre un excellent moyen de l'éprouver. On peut d'abord le faire d'après une expérience rapportée par Newton. Ayant placé un cheveu entre deux verres secs, il l'exposa au milieu d'un trait solaire introduit par un petit trou dans sa chambre obscure, et ayant reçu les franges colorées à une certaine distance, il en détermina l'ordre et la grandeur. Cela fait, il mouilla le bord des verres avec quelques gouttes d'eau, qui bientôt s'introduisirent entre leurs surfaces, mouillèrent le cheveu, et prirent la place de l'air qui l'environnait. Néanmoins cette substitution ne produisit aucun changement dans les déviations des franges, qui demeurèrent invariablement les mêmes à la même distance. Or, de là il résulte qu'elles devaient être plus petites dans l'eau que dans l'air, selon le rapport des sinus d'incidence au sinus de réfraction, rapport qui est aussi celui des accès dans les deux milieux. Mais comme on aurait pu conserver quelques doutes sur le résultat de cette expérience, nous l'avons répétée d'une manière plus sûre, en plaçant un appareil à biseaux dans l'intérieur d'une petite cuve, dont les faces antérieures et postérieures, construites en glaces parallèles, étaient distantes l'une de l'autre d'environ deux centimètres. L'effet a été pareil, c'est-à-dire que les franges, mesurées hors de la cuve à une grande distance, se sont trouvées de même grandeur, quelle que fût la substance dont la cuve fût remplie; ce qui exige que cette grandeur variât dans les diverses substances de manière à compenser l'accroissement que la réfraction lui donnait lors de l'émergence dans l'air. Quoique cette épreuve fût concluante, nous avons voulu réaliser le fait à nos propres yeux. Nous avons placé un appareil à biseaux dans une rigole de fer-blanc longue de deux mètres, fermée à ses extrémités par des glaces, dont l'une, légèrement dépolie, recevait les franges que les biseaux formaient. Nous avons d'abord mesuré les intervalles de ces franges, la rigole ne contenant que de l'air; puis nous y avons versé de l'eau, sans rien déranger, et nous avons vu les franges

formées dans cette eau se resserrer, et leurs intervalles diminuer dans le rapport de 4 à 3, c'est-à-dire, comme le sinus d'incidence dans l'air est au sinus de réfraction dans l'eau, ou, ce qui est la même chose, proportionnellement aux longueurs des accès dans l'air et dans l'eau. Enfin, pour éprouver si cette dépendance où les résultats paraissaient être de la seule nature des milieux ne tenait pas à ce que l'action de nos biseaux métalliques était comme infinie, comparativement à celle de ces milieux-là, nous avons reproduit le phénomène dans la petite cuve, en prenant pour un des biseaux, ou pour tous les deux, le tranchant d'un prisme de crown-glass, et pour liquide, l'huile essentielle de térébenthine, qui réfracte presque exactement autant que le crown dont nous faisions usage. Mais quoique la force réfringente de ce crown fût alors presque totalement compensée par l'action du milieu, les franges, mesurées à une grande distance, se produisirent encore avec la même grandeur que dans l'air. Nous avons obtenu des franges diffractées avec des différences de réfraction encore moindres; car on en produit de très-belles, par exemple, en versant de l'eau chaude à 30° R. dans de l'eau à 9°, ce qui fait une différence de densité au-dessous de $\frac{71}{8000}$; et, dans l'huile de térébenthine, la seule propagation intérieure des petites ondes, excitées à la surface par un ébranlement extérieur, suffit pour faire onduler les franges et pour les altérer. Il paraît donc que la limitation du milieu où se meut la lumière est seule nécessaire pour qu'elles se forment. De là, et des compensations opérées par l'émergence, résulte une nouvelle analogie qui complète celles que nous avons déjà reconnues entre les phénomènes de la réflexion et de la diffraction, savoir : *Les déviations éprouvées par les molécules lumineuses dans des milieux quelconques, sous l'incidence perpendiculaire, et pour un écartement donné des biseaux, sont déterminées par les longueurs des accès des molécules lumineuses dans ces milieux-là, et leur sont proportionnelles.*

En combinant cette loi avec celle que nous avons établie plus haut pour la progression que suit chaque série de bandes

lumineuses, simples dans les différens ordres, on peut, d'après un seul ordre de déviation, observé pour une certaine espèce de molécules lumineuses, dans un milieu connu, calculer les déviations de tous les ordres, que le même écartement des biseaux produira dans tous les milieux imaginables sur les molécules lumineuses de toutes sortes de couleurs. En effet, si la déviation donnée est celle d'une frange brillante de l'ordre n, il n'y a qu'à la diviser par $4n+2$, et le quotient, que nous exprimerons par e, sera la raison de la progression pour cette espèce de lumière-là dans l'écartement des biseaux où on l'observe; de sorte que les déviations moyennes de toutes les franges, soit noires, soit lumineuses, qu'elle forme dans la même circonstance, seront données par la série $4e$, $6e$, $8e$, $10e$....; $2e$ étant la largeur de l'espace occupé par chaque frange. Connaissant ainsi la valeur de e pour une espèce de molécules lumineuses, on aura aussitôt cette valeur pour toutes les autres, d'après les rapports connus de leurs accès, et l'on pourra calculer de même les déviations qu'elles subissent dans les différens ordres; de sorte que, si la lumière incidente est composée d'une ou de plusieurs couleurs simples, on sera en état d'assigner quelles sont celles de ces couleurs qui tombent à chaque distance donnée de l'axe central. On voit que ce problème est identiquement pareil à celui qu'on résout dans les anneaux colorés ordinaires, lorsqu'on détermine la nature des couleurs simples qui se réfléchissent ou se transmettent perpendiculairement à diverses épaisseurs d'un milieu connu; l'épaisseur dans les anneaux correspondant exactement à la déviation dans les bandes diffractées. Ainsi, les rapports de ces déviations, dans les différentes couleurs et les différens ordres, pourront encore se calculer d'après les nombres de la table rapportée page 53; ou, si l'on veut en rendre l'usage plus commode, on pourra la reconstruire en représentant par 1, 2, 3, 4, 5, les nombres qui conviennent au rouge extrême, ce qui revient à prendre pour unité la valeur de e', qui convient à cette couleur-là; et de même que dans le phénomène des anneaux, les nombres de cette table mettent dans une parfaite évidence la progression des

teintes formées par l'ensemble des rayons simples, lorsqu'ils tombent ensemble sur la seconde surface d'un même milieu; de même dans les bandes diffractées formées par la lumière blanche, elles indiqueront la marche que la coloration doit suivre à partir de l'axe central. On voit ainsi que la tache centrale, formée par l'ensemble de toutes les couleurs, devra être blanche à son centre, mais colorée d'un rouge sombre sur ses bords, parce que la bande centrale, qui comprend toute l'étendue affectée dans la réflexion aux épaisseurs du premier ordre, est un peu plus grande pour la lumière rouge que pour toutes les autres; mais bientôt ce rouge, venant à manquer, laissera paraître les secondes bandes du violet et du bleu, qui, étant plus étroites et moins déviées que les secondes bandes des autres couleurs, ne seront point encore mêlées avec elles. Cet ordre de bandes est précisément analogue au second ordre des anneaux composés, et les couleurs en sont pareilles; c'est-à-dire qu'après le violet et le bleu, toutes les secondes bandes, à l'exception des rouges, commencent à se mêler ensemble, ce qui forme un vert blafard et imparfait, qui bientôt dégénère en jaune, en orangé, en rouge, après quoi commencent les couleurs du troisième ordre. C'est ce que l'on peut aisément concevoir par l'inspection de la figure 79, où l'on a représenté, au-dessus les unes des autres, les proportions des franges formées par trois sortes de couleurs simples, le rouge extrême, le violet extrême, et le milieu du vert. Généralement, si les bandes ou anneaux diffractés de différens ordres, formés par une même lumière simple, avaient toutes des intensités égales, comme cela arrive dans les différens ordres d'anneaux réfléchis ordinaires, les couleurs composées, formées par la diffraction, seraient exactement telles que les indique la table des épaisseurs de Newton, page 79, en considérant le premier ordre de bandes, à droite et à gauche de la bande centrale, comme analogue au second ordre d'anneaux. Mais la dégradation successive de l'intensité des bandes, à mesure que leurs ordres deviennent plus éloignés de l'axe, altère la parfaite ressemblance des deux phénomènes; car, lorsque des bandes diffractées de différens

ordres, formées par des lumières différentes, viennent à se superposer, s'il en est quelques-unes parmi elles d'un ordre plus élevé que les autres, leur influence sur la teinte résultante sera moindre que dans le phénomène des anneaux, parce que leur intensité sera proportionnellement plus faible. Cet effet ne devient pas sensible avant la fin du second ordre, parce que jusque-là les différens ordres ne se mêlent point; mais lorsque l'on arrive au second ordre de rouge simple, ce rouge commence à se mêler avec le violet du troisième ordre, de manière à former un pourpre, comme en effet on l'observe dans les anneaux ordinaires. Or, il est clair que, dans la diffraction, ce pourpre doit contenir une proportion de violet beaucoup moindre, puisque la bande violette du troisième ordre est moins intense que les bandes du second. Généralement, les couleurs composées produites par la diffraction, peuvent être assimilées avec la plus grande exactitude à celles qu'offriraient les épaisseurs successives d'un même milieu très-mince, qui serait contenu entre deux surfaces dont la force réfléchissante décroîtrait à partir du centre des anneaux, comme l'intensité va en décroissant à partir de l'axe central des bandes; et cette analogie, qui offre une image fidèle des résultats du phénomène, est peut-être plus intime encore.

Quoique les lois que nous venons d'exposer ne fussent point de nature à laisser de doute, étant uniquement fondées sur l'expérience, nous n'avons cependant pas négligé de les éprouver, en les appliquant aux teintes des bandes composées; et elles les ont toujours reproduites avec une fidélité parfaite.

Ayant ainsi complètement déterminé l'ordre, la grandeur et la disposition des bandes diffractées entre deux biseaux, quand on les observe et qu'on les mesure à de très-grandes distances, il faut rapprocher peu à peu le verre dépoli de ces biseaux, pour découvrir la manière dont les franges se forment, et suivre graduellement leurs progrès. Tel est l'objet des expériences que nous allons décrire.

Le rayon solaire, réfléchi horizontalement par le miroir de l'héliostat, entre dans la chambre obscure par une ouverture circulaire de 1^{mm} de diamètre. Il est aussitôt rompu et dispersé par

un prisme vertical qui jette ses couleurs sur un appareil à biseaux, placé à une grande distance, dans une position invariable; de manière qu'un simple mouvement de rotation imprimé au prisme puisse amener successivement toutes les couleurs sur l'intervalle des biseaux, et perpendiculairement à leur plan. Enfin une lame de verre mince, légèrement dépolie à sa surface postérieure, est placée derrière les lames diffringentes, pour recevoir la lumière qu'elles ont modifiée. Cette lame est portée par une tige verticale qui glisse sur une règle horizontale divisée, fig. 80; de sorte qu'elle peut s'approcher des biseaux jusqu'au contact, et s'en éloigner progressivement à de grandes distances. Avec un appareil ainsi disposé, on peut observer ce qui se passe tout près des lames, et à des distances successivement croissantes; on peut suivre pas à pas le phénomène de la diffraction, depuis sa naissance jusqu'à son entier développement. Voici le détail d'une expérience faite de cette manière: elle servira d'exemple pour toutes les autres, car toutes présentent des circonstances absolument pareilles; il n'y a de différence que dans la grandeur absolue des déviations.

Ici, l'écartement des biseaux était 1^{mm}; on prit pour lumière incidente le rouge presque extrême. La lame de verre fut d'abord amenée à 2^{mm} des biseaux; la saillie des vis qui les fixaient ne permettait pas de l'approcher davantage. A cette distance, en se servant d'une forte loupe, on n'aperçoit sur la face dépolie de la lame qu'une petite image d'un éclat uniforme, ayant exactement la même figure, la même étendue que l'ouverture comprise entre les biseaux, c'est-à-dire qu'elle forme un rectangle de 1^{mm} de largeur, limité par une ombre complète assez brusquement tranchée. Mais à mesure qu'on éloigne la lame, on voit la lumière devenir plus brillante et plus vive sur les grands bords du rectangle lumineux, et en même temps la partie plus intérieure qui avoisine ces bords perd peu à peu de son éclat; en sorte qu'à $32^{mm},6$ le rectangle lumineux est terminé, à ses grands bords, par deux lignes extrêmement brillantes, au-dedans desquelles on voit deux lignes obscures qui leur sont parallèles. L'espace intérieur, compris entre ces lignes, paraît encore, comme au contact, uniformément lumi-

neux. En éloignant encore un peu plus le verre dépoli, cet espace, vu à la loupe, commence aussi à se strier d'une multitude de lignes noires excessivement déliées, séparées par des lignes lumineuses d'une finesse extrême, dont l'éclat, beaucoup moins vif que celui des bords, paraît aller en se dégradant depuis ces bords jusque dans l'axe du faisceau transmis. A partir de là, si on s'éloigne davantage, le nombre des bandes intérieures, tant noires que brillantes, diminue de plus en plus, et en même temps la largeur de celles qui restent augmente; ce qui les rend plus faciles à distinguer. Bientôt on arrive à un terme où elles sont assez distinctes pour être comptées; par exemple, il nous est arrivé d'en compter jusqu'à neuf, dont cinq brillantes et quatre noires, dans l'étendue d'un millimètre que nous supposons ici à l'intervalle des biseaux; et la largeur totale de l'image rectangulaire qui les renfermait était aussi d'un millimètre. Dans ce cas, l'axe du faisceau était occupé par une des lignes brillantes, puisque leur nombre était impair; mais en s'éloignant davantage, ce nombre se réduit, parce que les deux noires qui avoisinent la bande lumineuse centrale, se rapprochant l'une de l'autre, finissent par se joindre et par se superposer. On perd ainsi cette bande brillante et une noire, de sorte que le nombre total des bandes se réduit à sept, savoir, quatre brillantes et trois noires, dont une au milieu du rectangle lumineux. Le passage d'un de ces états au suivant ne se fait pas d'une manière brusque, mais successive, et dans l'intervalle il se fait un mélange momentané des bandes brillantes et noires, qui produit une sorte d'uniformité. Pour l'expérience que nous rapportons ici comme exemple, la séparation en sept bandes avait lieu à $91^{mm},8$ du contact; la largeur entière du rectangle lumineux était toujours de 1^{mm}, et les sept bandes semblaient se la partager également, du moins autant qu'il était possible d'en juger à l'œil. En continuant d'éloigner la lame de verre, la séparation des brillans et des noirs devient de moins en moins tranchée, l'ordre établi entre eux se trouble de nouveau; mais, dans cette confusion même, si l'on suit les modifications de la bande noire centrale, on la voit à son tour diminuer graduel

lement de largeur. Les deux bandes brillantes qui l'avoisinent se rapprochent, se joignent, se superposent : on perd ainsi cette bande noire et un des brillans superposés ; de sorte qu'il reste en tout deux noirs et trois brillans, d'une largeur sensiblement égale, qui se partagent l'étendue constante de 1^{mm}, occupée par le rectangle lumineux. Cela arrive, dans notre exemple, à 134^{mm} du contact. Le verre dépoli continuant à s'éloigner, le même phénomène se répète : la bande centrale brillante diminue de largeur ; les deux noires qui la limitaient se rapprochent en devenant moins tranchées ; enfin elles se joignent, se pénètrent, et se recouvrent quand la distance est de 197^{mm}. Alors on a perdu la bande centrale brillante et une noire ; de sorte qu'il reste seulement deux brillans, qui forment les bords du cadre avec un noir au milieu : la largeur totale du cadre est toujours de 1^{mm}. Plus loin, cette bande noire centrale disparaît à son tour par la jonction des deux bords brillans du cadre. Alors l'espace intérieur, toujours large de 1^{mm}, est entièrement lumineux ; mais, après que les deux brillans qui le remplissaient se sont prolongés pendant quelque temps ensemble, leur dilatation, toujours croissante, fait qu'ils se débordent l'un l'autre, en s'étendant du côté du biseau opposé. De là résulte une masse permanente de lumière, qui, n'étant plus désormais striée d'aucun intervalle noir, va toujours en s'élargissant à mesure qu'on la reçoit à de plus grandes distances. C'est là ce qui constitue la bande centrale définitive. Ainsi nous découvrons que cette bande est produite par la pénétration de deux coins lumineux rectangulaires, composés des rayons qui passent le plus près de chaque biseau. La marche de ces deux faisceaux, et leur pénétration, est représentée à part dans la figure 81.

Jusqu'ici, nous avons seulement considéré ce qui se passe dans l'intérieur du rectangle primitif ; mais puisque chacun des prismes lumineux, qui formaient primitivement les bords du cadre, s'est maintenant dilaté au-dehors, vers le biseau opposé, il faut bien que le premier noir qui l'avoisinait, et qui, depuis sa naissance, a toujours paru plus rapproché de l'autre biseau, se soit prolongé aussi de ce côté-là, et se retrouve plus loin

hors du cadre. Nous en dirons autant du premier brillant qui le suivait, et qui a paru dès l'origine à une plus grande distance du même biseau. Il faut bien qu'il ait continué aussi à se porter plus loin, et que nous le retrouvions à une distance encore plus grande hors du cadre. Ce sera donc lui qui devra former la première frange extérieure, à la suite du même noir auquel il succède, et ce noir devra être la première bande noire extérieure, à partir du coin lumineux qui a rasé le même biseau. C'est ce qu'exprime la figure 82, où ce système de bandes est représenté à part. Mais on peut encore rendre ce résultat sensible aux yeux, indépendamment de tout raisonnement quelconque. Il n'y a qu'à construire graphiquement, sur une échelle exacte, les intervalles successifs de brillans et de noirs que nous avons observés, en les plaçant aux distances précises des biseaux où ils ont paru le plus distinctement; alors toutes les positions successives d'un même noir se retrouveront aisément, puisqu'elles devront former une ligne droite; et il en sera de même des positions successives d'un même brillant. On connaîtra par-là comment chaque bande, soit noire, soit brillante, s'est progressivement dilatée, quelle direction elle a suivie, et de quel point elle part entre les biseaux. On devra donc retrouver ainsi la cause des disparitions successives que les bandes comprises dans l'intérieur du cadre ont éprouvées, et en déduire la loi progressive de leurs réductions. C'est ce que nous avons fait dans la figure 83; et ses indications, conformes aux conséquences que nous venons de tirer, nous ont tracé matériellement la marche du phénomène, telle que nous l'allons décrire.

Lorsqu'un faisceau de rayons, sensiblement parallèles, passe perpendiculairement entre deux biseaux, éloignés l'un de l'autre d'un millimètre, ce faisceau se divise, dans son passage, en une multitude de faisceaux plus petits, séparés par des intervalles noirs, comme si la lumière qui les compose était alternativement condensée et raréfiée à des distances de chaque biseau, successivement croissantes. La condensation est la plus forte près de chaque biseau, et c'est là que la

déviation est moindre ; de là jusque dans l'axe, les petits faisceaux sont graduellement moins intenses et plus déviés : cette dégradation de leurs intensités empêche d'en fixer le nombre, qui s'étend probablement fort au-delà de ce que l'œil peut saisir. Quant à la déviation, voici comment elle s'opère. D'abord, en commençant par le faisceau le plus voisin de chaque biseau, il y a un de ses rayons qui rase le biseau immédiatement, et la déviation de ce rayon-là est nulle ou insensible : voilà pourquoi le cadre lumineux a toujours la même largeur que l'intervalle même des biseaux, tant que toutes les franges n'en sont pas sorties. Mais les autres rayons qui composent ce premier faisceau sont déviés, et le sont vers l'autre biseau ; de sorte que leur ensemble forme derrière chaque biseau un coin lumineux, qui va en s'élargissant à mesure qu'il s'éloigne, jusqu'à ce qu'enfin, venant à se joindre et à se pénétrer, ils forment la bande centrale définitive, comme nous l'avons expliqué plus haut. Immédiatement après ce premier faisceau, et plus en dedans du cadre, il y a de part et d'autre un intervalle noir, auquel succède le point de départ du second faisceau brillant, plus distant des biseaux que le premier. Ce second faisceau est dévié de même vers le biseau opposé, mais il l'est plus que le premier faisceau ; de sorte qu'il s'en sépare continuellement de plus en plus à mesure qu'il s'éloigne, et c'est là ce qui perpétue l'intervalle noir qui existe entre deux. Mais en s'éloignant ainsi, il rencontre successivement toutes les bandes provenant de l'autre biseau, et selon qu'il coïncide avec les lumineuses ou avec les noires, il en résulte une distinction plus nette des intervalles, ou une uniformité de lumière qui les rend indistincts. A la suite de ce second faisceau, en se rapprochant toujours de l'axe, on rencontre de chaque côté un intervalle noir, qui devient la seconde frange noire définitive, et ensuite un troisième faisceau brillant plus dévié que les deux premiers, et dévié de même vers le biseau opposé. Ces alternatives des faisceaux brillans et noirs se continuent ainsi de part et d'autre de l'axe, avec des déviations croissantes et des intensités graduellement plus faibles, jusqu'à ce que,

dans l'axe même, on conçoive plutôt qu'on ne voit deux faisceaux d'une intensité insensible, et les plus déviés de tous, chacun vers le biseau opposé.

Cette construction géométrique des résultats de l'expérience nous fait donc connaître que toute la lumière qui passe entre les biseaux se partage en deux moitiés, qui sont déviées en sens contraire, et chacune vers le biseau le plus éloigné. De là il résulte que les faisceaux qui s'éloignent ainsi d'un des biseaux sont rencontrés et pénétrés, en traversant le cadre, par les faisceaux qui viennent de l'autre biseau; et puisque chaque espèce de lumière incidente simple, étant ainsi diffractée, forme des franges de sa propre couleur, on en doit conclure que la faculté colorifique des rayons simples n'est point changée par leur rencontre mutuelle; et comme nous avons prouvé aussi que les franges formées par une lumière composée sont, en couleur et en grandeur, exactement telles qu'elles doivent résulter de la simple superposition des franges particulières, sans aucune altération quelconque, il faut en conclure encore que tous ces rayons divers n'altèrent pas mutuellement leurs couleurs en se croisant, et qu'ainsi, dans la pénétration des faisceaux, ils n'exercent aucune action sensible les uns sur les autres.

Pour compléter la connaissance du phénomène, il resterait à déterminer la dimension absolue des intervalles de condensation et de raréfaction que le pinceau de lumière incidente éprouve dans son passage entre les biseaux. Mais ces intervalles sont si petits, que nous n'avons pu jusqu'à présent les mesurer avec précision. Nous nous sommes toutefois assurés, par des procédés divers, que le premier intervalle de raréfaction, à partir de chaque biseau, lequel, par son prolongement, forme la première frange noire, devait être excessivement près de ce biseau-là; de sorte qu'en le considérant à des distances sensibles des biseaux, on pouvait, sans commettre une erreur appréciable, le calculer comme s'il était parti du tranchant des biseaux mêmes. Cette remarque nous a utilement servi pour déterminer les changemens que les déviations

éprouvent à mesure que l'on écarte davantage les biseaux l'un de l'autre ; car il a suffi alors de mesurer à quelle distance des biseaux ce noir venait couper l'axe, et la moitié de l'intervalle des biseaux, divisée par la distance ainsi observée, exprimait la tangente trigonométrique de sa déviation. En opérant ainsi sur l'espèce de lumière simple qui forme le rouge presque extrême, nous avons obtenu les résultats renfermés dans le tableau suivant :

Intervalle des biseaux, en millimètres.	Distance à laquelle le milieu du premier noir a coupé l'axe central.	Déviation angulaire du premier noir le plus voisin de chaque biseau.
mm		
0,25	12mm	35′ 49″
0,50	46	18 41
0,75	120	10 44
1,00	244	6 3
1,25	404	5 19
1,50	576	4 28
1,75	922	3 16
2,00	1071	3 13

Les deux dernières distances sont très-incertaines, parce que la petitesse de la déviation fait que la bande noire coupe l'axe pendant un temps considérable ; et il est presque impossible de fixer la distance où elle parait le plus nettement. Quoiqu'il en soit, ces résultats montrent avec évidence que la déviation angulaire de la première frange noire la plus voisine de chaque biseau diminue à mesure que les biseaux s'écartent davantage. Or, en recevant toutes les franges à de très-grandes distances des biseaux, nous avons prouvé qu'il existait une relation intime entre leurs déviations dans les différens ordres, de façon que la première ne peut pas augmenter ou diminuer sans que toutes les autres augmentent ou diminuent aussi, de manière à conserver la mutuelle relation qui existe entre elles ; conséquemment l'augmentation de l'intervalle des biseaux aura sur toutes les franges une influence de même genre que sur la première, c'est-à-dire qu'elle les resserrera. Et puisque nous

avons d'ailleurs observé que la première frange la plus voisine de chaque biseau part toujours d'une distance presque infiniment petite de ce biseau, nous pouvons conclure cette loi générale : à mesure que l'on écarte les biseaux l'un de l'autre, chaque biseau, en se reculant, emporte avec lui ses franges; et en même temps la déviation de ces franges diminue; de sorte que les rayons lumineux qui les forment se rapprochent de plus en plus de la route directe qu'ils suivaient avant leur incidence; mais toutefois cette déviation n'est jamais absolument nulle; elle tend continuellement vers une limite constante, qui est la déviation produite par un biseau unique, ou par deux biseaux infiniment éloignés.

La loi de ce décroissement, et la dernière valeur de la déviation qui le limite, sont évidemment indiquées par les distances successives auxquelles l'axe central est coupé par le premier noir venu de chaque biseau. Mais l'indétermination inévitable à laquelle les mesures de ces distances sont sujettes ne permet pas d'en déduire avec certitude un élément aussi délicat. C'est pourquoi nous avons cherché à y parvenir d'une autre manière. Ayant fixé, comme ci-dessus, l'appareil à biseaux dans un trait de lumière simple, nous avons reçu les franges diffractées à une distance considérable, qui était de 2430^{mm}; puis ayant d'abord très-peu écarté les biseaux, nous avons eu un système complet de franges dont nous avons mesuré les intervalles de même ordre de part et d'autre de l'axe central, comme dans nos premières observations. Après quoi, ayant peu à peu écarté les biseaux davantage, nous avons vu les franges se resserrer graduellement, jusqu'à rentrer les unes à près les autres dans l'intérieur du cadre lumineux formé par la projection des biseaux, et venir tour à tour se croiser par paires à son centre. Or, en suivant ainsi les mêmes franges depuis leurs plus grandes déviations, et mesurant leurs intervalles dans toutes les coïncidences successives par lesquelles elles passent, nous avons pu obtenir avec précision les valeurs de ces intervalles pour chaque écartement donné des biseaux. La moitié de ces résultats nous a donné pour chaque cas la distance de chaque frange à l'axe

central; et en ajoutant cette moitié au demi-intervalle des biseaux, lorsque la frange avait déjà coupé l'axe, ou l'en retranchant dans le cas contraire, nous avons connu sa distance aux bords du cadre, c'est-à-dire à la ligne qui forme la projection orthogonale de chaque biseau sur le verre dépoli où les franges s'observent. De là on peut conclure la loi de resserrement de chaque frange en particulier, et voir si elle est la même pour toutes, ou si elle offre des variations.

L'analyse progressive des déviations opérées ainsi entre deux biseaux dont l'intervalle est de plus en plus considérable nous a prouvé qu'un seul biseau peut aussi former des franges dans la lumière qui passe près de lui; le même effet peut se produire par toutes les extrémités des corps qui limitent le milieu où se transmet la lumière. Aussi, en introduisant un trait de lumière simple dans la chambre obscure, et le recevant à de grandes distances sur un verre dépoli, on voit que les extrémités de tous les corps près desquels ce trait passe sont bordées de franges lumineuses. Ces franges sont en tout pareilles à celles que donneraient deux biseaux très-distans entre eux, et disposés sur une même ligne perpendiculaire à l'axe du faisceau incident. Or les mesures prises dans ce dernier cas nous ont fait voir que les franges formées par la lumière qui passe près de chaque biseau s'éloignent continuellement de ce biseau-là sans entrer dans son ombre; il en faut conclure que ce sens est aussi celui des déviations opérées par un biseau unique, et que les franges qui en résultent s'éloignent aussi de lui vers la lumière, et non vers l'ombre. Mais la petitesse des déviations dans cette circonstance exige que l'on s'éloigne à de grandes distances pour voir une suite assez nombreuses de franges bien distinctes. De plus, les alternatives de condensation et de raréfaction qui les forment paraissent diminuer rapidement d'énergie à mesure que la distance au biseau augmente, de sorte que l'intensité des franges qui en résultent se trouve beaucoup plus affaiblie que dans le cas des biseaux rapprochés; et même il est très-vraisemblable qu'à une certaine distance du biseau unique, l'action diffringente est assez affaiblie pour qu'une partie de la lumière inci-

dente échappe et continue sa route en ligne droite sans se désunir, de même que dans la réflexion sur un corps, dont la force répulsive varierait depuis une extrême énergie jusqu'à une extrême faiblesse : l'intensité de la lumière réfléchie varierait aussi, dans des périodes correspondantes, en commençant par être totale et finissant par être nulle.

Mais si le corps unique qui forme les franges a des dimensions très-petites; si c'est, par exemple, une lame opaque, large de moins de cinq millimètres, ou une lame plus large, mais mince, et inclinée sur le faisceau incident de manière à n'en intercepter qu'une très-petite largeur, alors le voisinage de ses bords produit de nouveaux phénomènes. Outre les franges extérieures, formées de part et d'autre vers la lumière, comme si le corps était indéfini, il se forme d'autres franges en dedans de l'ombre. Lorsque la lumière incidente est simple, ces franges sont de la même couleur qu'elle, et sont séparées les unes des autres par des intervalles absolument noirs. Leur nombre est toujours impair, de sorte qu'il y en a toujours une au centre de l'ombre. En les recevant à des distances d'abord très-petites, et ensuite graduellement plus grandes, on les voit d'abord très-fines et presque imperceptibles; peu à peu elles s'étendent, deviennent plus distinctes, et leurs intervalles se dilatent avec elles. Mais, ce qui est bien essentiel à remarquer, à quelque distance qu'on les observe, on n'y voit point ces coïncidences et ces superpositions successives de brillans et de noirs qui s'opèrent dans les franges formées entre deux biseaux, à mesure qu'elles se pénètrent. Cela prouve que les nouvelles franges, formées ainsi intérieurement dans l'ombre d'une lame étroite, ou ne se coupent point, ou se coupent derrière la lame à une distance insensible de sa seconde surface, d'où elles vont ensuite en divergeant de part et d'autre de l'axe, et même plus rapidement que les franges extérieures; car elles les rejoignent bientôt, les coupent, se superposent avec elles, et ensuite les dépassent. Ces franges, découvertes par Grimaldi, et observées après lui par le docteur Young et par M. Flaugergues, viennent d'être récemment étudiées avec detail par M. Fresnel, ingé-

nieur des ponts et chaussées; mais je ne puis rendre compte ici du travail de ce physicien, parce qu'il n'est pas encore imprimé.

Nous avons trouvé, M. Pouillet et moi, qu'il se produit encore des franges diffractées par réflexion sur les surfaces diaphanes ou opaques les mieux polies, lorsque ces surfaces ont une étendue très-petite, ou lorsqu'on affaiblit leur étendue en les inclinant sur le faisceau incident de manière qu'elles n'en interceptent qu'une très-petite largeur. Dans ce cas, la lumière, en arrivant jusqu'à la surface réfléchissante, et réjaillissant de cette surface dans l'air ou dans le milieu environnant, éprouve exactement les mêmes actions que si elle se transmettait à travers la surface supposée infiniment mince. Or, si cette transmission se fût opérée, l'influence des deux bords de la surface, ou du milieu que ces bords limitent, auraient produit dans le faisceau transmis des alternatives périodiques de condensation et de raréfaction, qui l'auraient partagé en faisceaux plus petits, et chacun de ces petits faisceaux aurait en outre été plié vers l'axe central avec une déviation d'autant plus grande, qu'il aurait passé plus loin des bords. Les mêmes phénomènes devront donc également se produire dans la réflexion sur la surface de la lame, et le faisceau réfléchi devra être diffracté exactement, comme s'il offrait l'image symétrique du faisceau transmis. Cette analogie, uniquement fondée sur des considérations de symétrie, indépendamment de toute hypothèse, est parfaitement confirmée par l'observation.

Le faisceau incident étant formé par une lumière simple d'une certaine couleur, et la surface réfléchissante étant limitée par des bords parallèles, le faisceau réfléchi est divisé en franges de cette couleur-là, et dont la direction est parallèle aux bords de la surface. Si l'on observe ces franges à diverses distances, en prenant pour axe central le rayon qui tombe au milieu de la surface, on trouve que chaque moitié de la lumière qui tombe le plus près d'un des bords est réfléchie vers le bord opposé. Par suite de cette opposition, toutes les

franges venues d'un côté pénètrent successivement toutes les franges qui viennent de l'autre ; d'où résultent des alternatives de brillans et de noirs, qui disparaissent par paires à mesure qu'on s'éloigne, comme il arrive dans les franges formées entre deux biseaux ; jusqu'à ce qu'enfin, toutes les franges s'étant pénétrées, et étant sorties du cadre formé par les bords de la surface, les derniers faisceaux, les plus voisins de ces bords, et par conséquent les moins déviés de tous, se pénètrent aussi, et forment la bande lumineuse centrale, environnée de part et d'autre par les autres bandes plus déviées, devenues extérieures. Dès-lors le développement du phénomène est complet ; il ne se forme plus de bandes nouvelles à mesure qu'on s'éloigne, et celles qui sont déjà formées ne font plus que s'élargir indéfiniment.

Maintenant si l'on compare les bandes ainsi diffractées par réflexion dans diverses couleurs simples, on trouve qu'elles suivent les mêmes lois que les bandes diffractées dans la transmission, c'est-à-dire que la déviation est la plus grande dans le rouge, la moindre dans le violet, et intermédiaire dans les couleurs intermédiaires. Le rapport de ces déviations, observé sur une plaque large de deux centimètres, faite avec du métal de télescope, nous a paru approcher beaucoup de celui des accès sous l'incidence perpendiculaire, sans toutefois s'y accorder tout-à-fait exactement ; et ce léger écart n'a rien qui doive surprendre, puisque l'on sait que les longueurs des accès varient un peu avec l'incidence. Or, ici l'obliquité des rayons était telle, que l'incidence comptée de la normale était au moins de 85°. Généralement, plus la surface est large, plus il faut l'incliner sur les rayons incidens, pour obtenir des franges réfléchies également diffractées ; de même que, dans la transmission entre deux biseaux, il faut, pour observer la même égalité, incliner d'autant plus la ligne qui les joint, que leur écart est plus considérable. Dans les réflexions très-obliques, le moindre changement d'inclinaison a sur les déviations des bandes une influence énorme ; de sorte que pour comparer les effets des diverses surfaces, il faut prendre garde aux moindres circonstances qui peuvent la modifier.

Les lois des franges simples formées par la réflexion étant ainsi fixées ; celles des franges composées s'en déduisent. Lorsque la lumière incidente est blanche, chaque espèce de lumière simple qui la compose forme ses franges à part suivant ses propres lois, de façon que la couleur des franges composées est la somme des couleurs simples qui tombent à l'endroit où elles paraissent. Ainsi les franges formées par le rouge étant les plus larges, le rouge devra dominer dans les parties extérieures des franges composées, et par une raison contraire, le violet et le bleu domineront dans leurs parties intérieures ; c'est ce que l'expérience confirme. Ici, comme dans la transmission, les teintes des bandes composées seraient exactement les mêmes que celles des anneaux composés de Newton, si l'inégale intensité des bandes diffractées de différens ordres n'altérait pas l'identité des deux phénomènes.

A cet égard, les bandes diffractées par la réflexion nous offrent une circonstance importante à noter ; c'est que la dégradation progressive d'intensité dans les différens ordres de franges formées par chaque lumière simple paraît beaucoup plus rapide que dans la transmission entre des biseaux. La différence est surtout sensible sur les surfaces métalliques. Alors les franges du premier ordre les moins déviées, qui par leur mutuelle pénétration forment la bande définitive centrale, ont, sur le métal, une intensité incomparablement plus vive que toutes les autres ensemble. La différence est peut-être moins marquée sur le cristal de roche, quoiqu'elle y soit encore bien sensible. Ceci est parfaitement conforme aux autres analogies que l'on remarque entre le phénomène de la diffraction et celui des anneaux, analogie que nous avons énoncée en disant que les teintes des bandes diffractées entre deux biseaux sont exactement pareilles à celles qu'auraient des anneaux réfléchis, formés entre deux surfaces dont le pouvoir reflecteur irait graduellement en s'affaiblissant à partir de leur point de contact. D'après cela, comme l'étendue des anneaux formés dans une lame mince ne varie point lorsqu'on change la nature des surfaces qui la comprennent, mais que leur intensité seule en

est affectée, il s'ensuit que la diverse nature des corps qui forment les biseaux ou les surfaces réfléchissantes ne devra pas non plus changer la déviation des bandes ainsi diffractées, mais qu'elle pourra seulement modifier la dégradation plus ou moins rapide de leur intensité dans les différens ordres, comme on le voit en effet par nos observations.

Si l'on place à côté l'une de l'autre, dans les rayons incidens, deux surfaces réfléchissantes disposées de manière qu'elles ne se portent point ombre, et que les images qu'elles réfléchissent convergent à une certaine distance, chaque surface, avant comme après cette convergence, forme ses franges réfléchies selon ses propres lois. Par exemple, si l'on a pris deux lames rectangulaires étroites, et qu'on ait rendu les côtés de la seconde inclinés à ceux de la première d'un angle quelconque, les franges rectilignes produites sur chaque lame conservent invariablement la forme que la direction des bords de cette lame leur assigne; et en les suivant depuis la surface réfléchissante jusqu'à des distances graduellement plus grandes, on voit chaque système se rapprocher peu à peu des franges de l'autre lame, les joindre, les croiser, et s'en séparer par la divergence des deux images, sans que cette pénétration les altère en aucune manière. Car l'obliquité mutuelle que nous supposons ici aux bords des deux lames, permettant de suivre ainsi chaque système de franges jusque dans la coïncidence, on peut parfaitement observer que les portions des franges qui se croisent conservent exactement la même direction que celles qui sont hors de la coïncidence, et qui continuent de former leur prolongement. Cette permanence prouve donc que les rayons dont les franges se forment n'exercent point d'action sensible les uns sur les autres à l'endroit de l'espace où ils se pénètrent. Car s'il y avait une action sensible, il devrait résulter quelque différence de direction, d'intensité, ou de composition entre les portions des franges qui se coupent et celles qui ne se coupent pas. Mais pour bien faire l'expérience il faut, comme nous l'avons recommandé, disposer les deux lames de telle sorte que l'une d'elles ne projette pas

son ombre sur la surface de l'autre, sans quoi les franges, tant extérieures qu'intérieures, formées par transmission le long des bords, et derrière la surface de la première lame, non-seulement se réfléchiraient sur la seconde, mais seraient modifiées par l'action de ses bords, si elle était suffisamment oblique; et ces franges réfléchies, vues ensuite parmi les autres, pourraient, si l'on n'en connaissait pas la véritable cause, être attribuées à l'acte même du croisement, qui n'y a réellement aucune influence.

Les effets que nous venons de décrire n'ont lieu que sur la lumière réfléchie régulièrement. La portion réfléchie irrégulièrement paraît continuer à rayonner suivant ses propres lois, en se mêlant aux franges diffractées; et cela fait que, sur le métal, on ne voit les bandes noires bien tranchées qu'après que cette lumière a été assez affaiblie par la distance; au lieu qu'on les voit bien plutôt et plus nettement dans la réflexion sur les surfaces diaphanes, par exemple, sur celle du cristal de roche, où la réflexion irrégulière est beaucoup plus faible.

Ces expériences modifient la loi générale de la réflexion de la lumière, comme les phénomènes capillaires modifient les lois générales de l'équilibre des fluides. L'égalité des angles de réflexion et d'incidence n'a lieu sur les surfaces qu'en faisant abstraction de l'influence de leurs bords, de même que l'horizontalité des surfaces fluides pesantes n'a lieu qu'en faisant abstraction de l'influence capillaire qu'exercent les parois des vases où ces fluides sont renfermées.

Il existe un autre mode de diffraction qu'il ne faut pas confondre avec le précédent; c'est celui qui se produit dans les raies ou stries très-fines tracées sur les surfaces réfléchissantes. Pour le concevoir, imaginons une pareille surface parfaitement polie et d'une largeur indéfinie, ou telle, que les déviations produites par l'influence de ses bords extérieurs soient insensibles à la distance où on la regarde. Cela posé, traçons sur cette surface une seule raie très-fine, et exposons-la à une vive lumière. Tous les rayons qui, passant entre les bords de la raie, iront se réfléchir sur son fond, et reviendront de là dans l'espace,

devront être évidemment diffractés par l'influence de ces bords ; et cette diffraction s'exerçant inégalement sur les divers rayons simples, devra, si la lumière incidente est blanche, faire paraître la raie diversement colorée, selon le point d'où on la regardera. Maintenant concevez qu'une suite de stries pareilles soit tracée sur une même surface, parallèlement les unes aux autres, à des distances très-petites ; chacune d'elles produira une diffraction telle que nous venons de l'expliquer. Mais, en outre, les portions intermédiaires de la surface réfléchissante, ayant maintenant leurs bords très-voisins, diffracteront aussi très-sensiblement la lumière qui tombera sur elles ; et alors la surface, vue de loin, paraîtra complètement striée d'ondes lumineuses, sans distinction d'enfoncemens ni de sommets. Ce phénomène avait été remarqué par Grimaldi, qui avait bien senti son analogie avec la diffraction ; mais, pour l'y ramener nettement, il fallait savoir que les portions non enfoncées de la surface doivent diffracter aussi la lumière, à cause du voisinage de leurs bords ; et il serait même possible que cette proximité modifiât aussi les franges formées dans les raies mêmes. Pour observer le phénomène dans toute sa beauté, il faut faire tracer des stries parallèles et bien égales sur une planche de cuivre, avec une machine à tracer dont les graveurs se servent : alors, en exposant une pareille surface à la lumière des nuées, et la regardant par réflexion, on la voit couverte d'une suite d'ondes lumineuses régulières, dont il serait intéressant d'étudier les couleurs et la configuration.

Ces effets, et en général tous ceux qui peuvent se ramener au cas du passage de la lumière entre deux biseaux, rentrant dans les lois que nous avons assignées à ce genre de phénomènes, seront dès à présent susceptibles d'être complètement analysés. Mais il n'en est pas de même des phénomènes analogues aux franges intérieures qui se forment dans l'ombre des lames étroites et opaques, parce que l'on ignore comment la lumière se plie pour aller les produire. C'est ce qui m'engage à ajouter encore ici quelques observations particulières sur ce sujet.

Maraldi a étudié ce phénomène d'une manière qui le rend indépendant de l'influence de la première ouverture par laquelle les rayons sont introduits dans une chambre obscure (Académie des Sciences, 1723). Il a exposé des cylindres étroits et opaques à la lumière directe du soleil, et il a observé à quelle distance l'ombre portée par ces cylindres se terminait. D'après la grandeur du diamètre apparent du soleil, la longueur de l'ombre pure serait égale à 110 diamètres du cylindre, si les rayons n'étaient pas infléchis par ses bords. Maraldi l'a trouvée beaucoup moindre, et d'autant moindre, que les cylindres étaient plus étroits, selon une progression très-rapide. En outre, ce qui est remarquable, le raccourcissement était plus considérable pour des sphères que pour des cylindres, à diamètre égal. Maraldi répéta aussi dans la chambre obscure l'observation des bandes intérieures qui se forment dans l'ombre d'une lame étroite, et il en fixa les circonstances générales beaucoup mieux que ne l'avait fait Grimaldi, qui s'était tout-à-fait trompé sur leur disposition. Maraldi remarqua très-bien que la largeur de la lame n'avait à cet égard d'autre influence que celle de diminuer la divergence des franges, et il n'hésita pas à prononcer que l'on verrait ainsi des franges derrière des lames d'une largeur quelconque, si l'on pouvait s'en éloigner assez. Cette analogie est très-importante, en ce qu'elle montre qu'il doit émaner de la surface des lames, ou du milieu qu'elles limitent, un pouvoir qui plie la lumière jusque derrière elles, pour produire les franges intérieures dont l'ombre de ces lames est striée. Cette remarque est confirmée par une autre observation de Maraldi. Ayant placé l'une derrière l'autre deux lames étroites, en croisant leurs directions, il trouva que chacune d'elles formait encore ses franges intérieures sans interruption, comme si elle eût été exposée à la lumière directe. Ces deux systèmes de franges se croisaient et se pénétraient sans s'interrompre ni se troubler mutuellement.

Il existe, dans les Savans étrangers de l'Académie des Sciences, tome V et VI, deux mémoires de Dutour, qui ajoutent quelque chose à ces résultats. Ce physicien remarqua que les phénomènes de diffraction produits dans l'ombre d'un corps mince

variaient avec la distance de ce corps au trou par où la lumière entrait dans la chambre obscure, ce qu'il attribue avec beaucoup de vraisemblance à la divergenee inégale des rayons incidens qui passent près des bords du même corps mince, selon qu'on le place à différentes distances du trou. Il étudia aussi la diffraction opérée entre deux biseaux, et il fit diverses expériences curieuses sur les effets produits par ces biseaux, quand ils sont placés à de grandes distances l'un de l'autre, mais de manière à être successivement rasés par le même rayon incident. Il essaya d'expliquer tous ces phénomènes par la considération d'une atmosphère *moins réfringente que l'air*, et qui s'étendrait à une petite distance des corps; ce qui, énoncé d'une manière plus conforme aux analogies physiques, revient à concevoir un pouvoir réflecteur diminuant rapidement avec la distance. En effet, on ne peut disconvenir que les résultats, considérés sous ce point de vue, n'offrent une apparence séduisante : mais le calcul seul, établi sur ce principe, pourra faire connaître s'il est conforme à la nature. Dans cette supposition, les franges intérieures seraient produites par des rayons lumineux déviés jusque dans l'ombre et au centre de l'ombre même; ce qui est en effet possible avec une infinité de lois même très-simples, comme je l'ai fait voir pour les réfractions terrestres, dans les Mémoires de l'Institut pour 1809.

En analysant cette idée, on pourrait peut-être, on devrait du moins, y trouver la cause du phénomène suivant, qui a été observé pour la première fois par M. Young. C'est que, lorsqu'une lame étroite et opaque forme derrière elle des franges intérieures à son ombre, on peut faire disparaître ces franges en plaçant un écran opaque en contact avec la lame, ou en plongeant cet écran à une certaine profondeur dans le faisceau des rayons, soit avant la lame étroite, soit après. M. Arago a trouvé que la disparition a lieu également quand on emploie un écran diaphane d'une épaisseur suffisante.

ADDITION A L'OPTIQUE.

Détermination des quantités de Lumière réfléchies par les Corps.

J'AVAIS espéré que, pendant l'impression de cet ouvrage, il paraîtrait quelques recherches nouvelles et précises sur l'intensité de la réflexion à la surface des corps, sous des incidences diverses. C'est ce qui m'a fait remettre jusqu'ici à parler de ce point important. Mais mon attente n'ayant pas été réalisée, je me bornerai à rapporter ici quelques déterminations d'intensité obtenues par Bouguer. Quoique les procédés dont il a fait usage paraissent comporter quelques incertitudes, étant uniquement fondés sur la réduction des diverses lumières à l'égalité par la diminution des ouvertures qui les admettent, ou par l'augmentation de leur distance, il paraît qu'en général ses résultats sont assez conformes à la vérité; ce qui n'est pas extraordinaire quand l'adresse de l'observateur supplée à l'imperfection de l'instrument. On pourra ainsi regarder les déterminations suivantes sinon comme tout-à-fait exactes, au moins comme très-approchées.

Table des quantités de Lumière réfléchies par la surface de l'eau sous diverses obliquités.

1000 *exprime le nombre des rayons incidens.*

Obliquités comptées de la surf.	Nombre de rayons réfléchis.	Obliquit. comptées de la surf.	Nombre de rayons réfléchis.	Obliquit comptées de la surf.	Nombre de rayons réfléchis.	Obliquit. comptées de la surf.	Nombre de rayons réfléchis.
0° 30′	721	5° 0′	501	17° 30′	178	50°	22
1	692	7 30	409	20	145	60	19
1 30	669	10	333	25	97	70	18
2	639	12 30	271	30	65	80	18
2 30	614	15	211	40	34	90	18

Table des quantités de Lumière réfléchies par la première surface du verre qui sert à faire les glaces.

1000 *exprime le nombre des rayons incidens.*

Obliquités d'incidence comptées de la surface.	Nombre de rayons réfléchis.	Obliquités d'incidence comptées de la surface.	Nombre de rayons réfléchis.	Obliquités d'incidence comptées de la surface.	Nombre de rayons réfléchis.
2° 30′	584	15°	299	50°	34
5	543	20	222	60	27
7 30	474	25	157	70	25
10	412	30	112	80	25
12 30	356	40	57	90	25

Table des quantités de Lumière réfléchies par le marbre noir poli.

Angle des rayons incidens avec la surface du marbre.	Nombre des rayons réfléchis sur 1000.
3° 35′	600
15 00	156
30 00	51
80 00	23

La première réflexion sous l'angle de 3° 35′ approchait d'être aussi vive sur le marbre que sur le mercure même. Il en est ainsi de tous les corps plans, quels qu'ils soient. Ils deviennent tous de très-bons réflecteurs, quand les rayons incidens font de très-petits angles avec leur surface; mais leur force réfléchissante s'affaiblit rapidement à mesure que l'incidence des rayons s'élève et se rapproche de la perpendicularité. En cela ils diffèrent des corps dont la force réfléchissante est énergique; car pour ceux-ci, l'intensité de la lumière réfléchie n'éprouve sous les diverses incidences que des variations très-faibles. Sur le

mercure, par exemple, et sur les miroirs de télescope, l'étendue totale de cette variation n'est guère que de $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{9}$ depuis 0 jusqu'à 90° d'incidence. Or, pour l'incidence de 21° comptée de la surface, le mercure réfléchit à peu près 637 rayons sur 1000. Ainsi la réflexion sur sa surface pour tous les autres angles peut s'élever environ jusqu'à 700, et descendre jusqu'à 600. Ce métal, qui, peut-être, est le meilleur réflecteur de tous les corps, éteint donc encore dans sa substance plus du quart de la lumière qui le frappe; et cette absorption est bien plus grande pour les corps qui sont moins bons réflecteurs.

FIN.

TABLE

DES LIVRES ET DES CHAPITRES

CONTENUS DANS CE VOLUME.

SUITE DE LA DIOPTRIQUE.

CHAPITRE IV. Sur les réflexions, les réfractions et les couleurs des Corps minces transparens..... *page* 1
Sur les accès de facile réflexion et de facile transmission..... 88
CHAP. V. Application de la Théorie précédente à la réflexion des rayons de lumière qui ont traversé des milieux épais..... 115
CHAP. VI. Explication des couleurs propres et permanentes des Corps. 123
CHAP. VII. Du retour des Rayons réfléchis par les plaques à faces planes et parallèles..... 149
Du retour des rayons réfléchis par des plaques courbes..... 155
Explication des couronnes colorées qui paraissent autour des astres..... 229
Des couleurs produites par plusieurs réflexions successives.... 246
Sur ce qui fait que les couleurs réfléchies ou transmises par les lames minces semblent émaner de leur substance..... 248

LIVRE SIXIÈME.

De la Polarisation de la Lumière.

CHAPITRE PREMIER. Procédés généraux par lesquels on produit la Polarisation fixe..... 254
CHAP. II. Des périodes par lesquelles la Polarisation s'opère et s'achève dans les Corps cristallisés doués de la double réfraction..... 317
CHAP. III. Des Teintes que donnent les lames minces cristallisées, parallèles à l'axe, quand on les présente aux rayons sous des incidences quelconques : lois expérimentales de ces phénomènes.... 367
CHAP. IV. Mouvement oscillatoire de l'axe de polarisation, déduit des phénomènes précédens..... 388
CHAP. V. Examen des modifications éprouvées par les molécules lumineuses, quand elles traversent successivement plusieurs plaques qui produisent la polarisation mobile. Procédés qui en résultent

pour développer les images colorées dans des plaques épaisses, par le croisement de leurs axes..... *page* 402
Chap. VI. Des Propriétés physiques que les molécules lumineuses prennent dans l'intérieur des cristaux..... 425
Chap. VII. Examen théorique des phénomènes opérés sous les incidences obliques par les lames et les plaques parallèles à l'axe de cristallisation..... 440
Chap. VIII. Expériences sur les plaques de cristal de roche, taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation..... 499
Phénomènes de polarisation successive observés dans des fluides homogènes..... 539
Chap. IX. Examen et lois des phénomènes que présentent les lames de mica sous les incidences obliques..... 543
Chap. X. Phénomènes de polarisation qui s'observent dans les corps imparfaitement cristallisés..... 567
Chap. XI. Détermination des lois suivant lesquelles la Lumière se polarise à la surface des métaux..... 579

LIVRE SEPTIÈME.

Du Calorique, soit rayonnant, soit latent.

Chapitre premier. Sur les rapports de la Lumière et du Calorique... 600
Chap. II. Lois du refroidissement et du réchauffement des Corps dans des milieux indéfinis..... 618
Chap. III. Influence de l'état et de la nature des surfaces sur le rayonnement du calorique. Théorie de son équilibre par échanges. 644
Chap. IV. Lois de la propagation de la Chaleur dans les Corps solides. 666
Chap. V. De la capacité des Corps pour le Calorique..... 686
Chap. VI. Des Machines à vapeur..... 731
SUPPLÉMENT a l'Optique. — Sur la diffraction de la Lumière. 743
ADDITION a l'Optique. — Détermination des quantités de Lumière réfléchie par les Corps..... 776

FIN DE LA TABLE.

ERRATA.

Page 99, l. 16 : lumière transmise, *lisez* lumière incidente.
228, l. 13 : lois, *lisez* particularités.
229, l. 20 : transmises, *lisez* successives.
365, l. 21 : O, *lisez* zéro.
620, l. 6 *en remontant :* premier, *lisez* second.
629, l. 12 : s'élèvera tant, *lisez* s'élèvera, tant.
742, l. 13 : Boullon, *lisez* Boulton.
Idem. l. 17 : 190 millim. *lisez* 190 mètres.

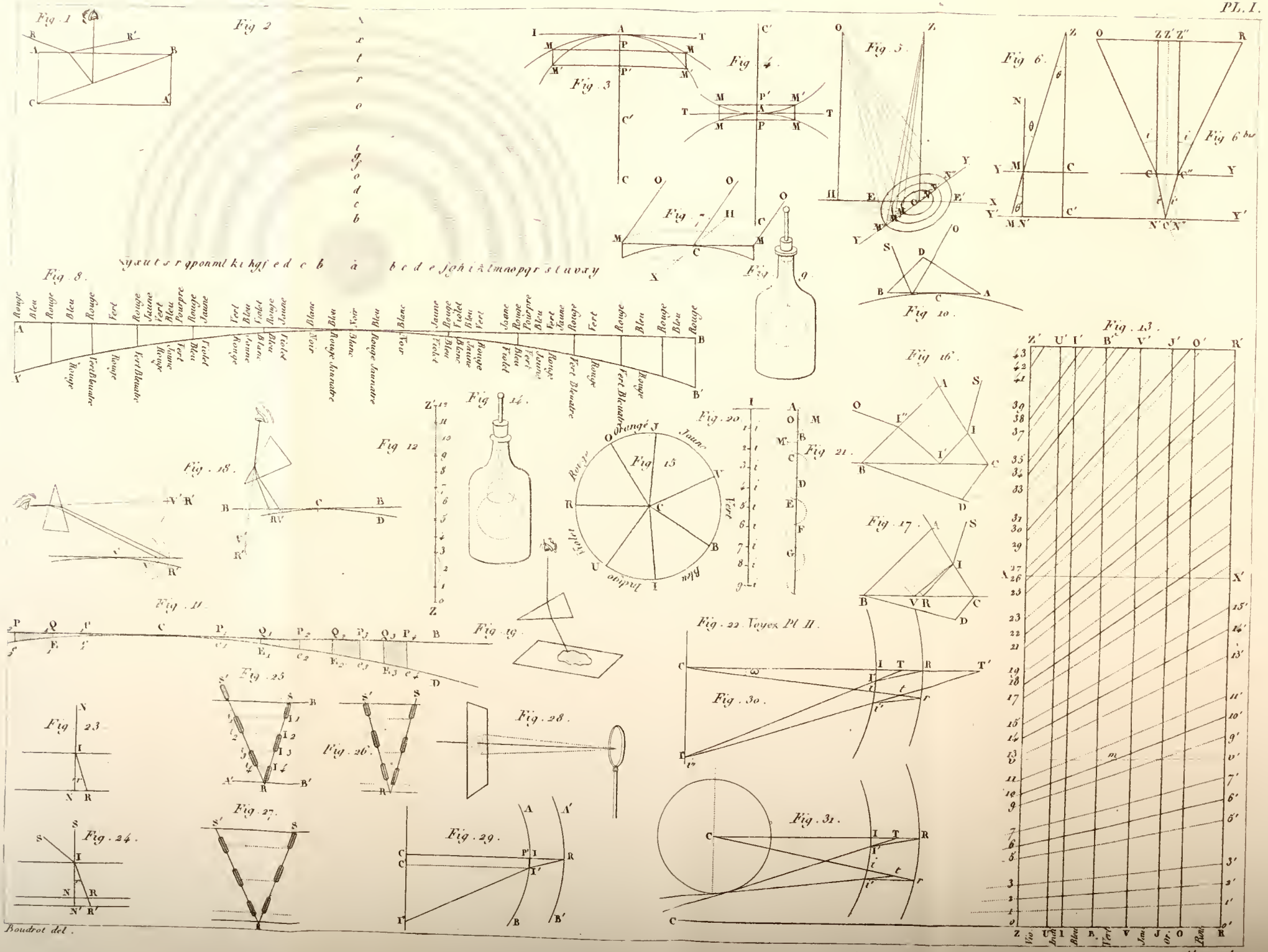
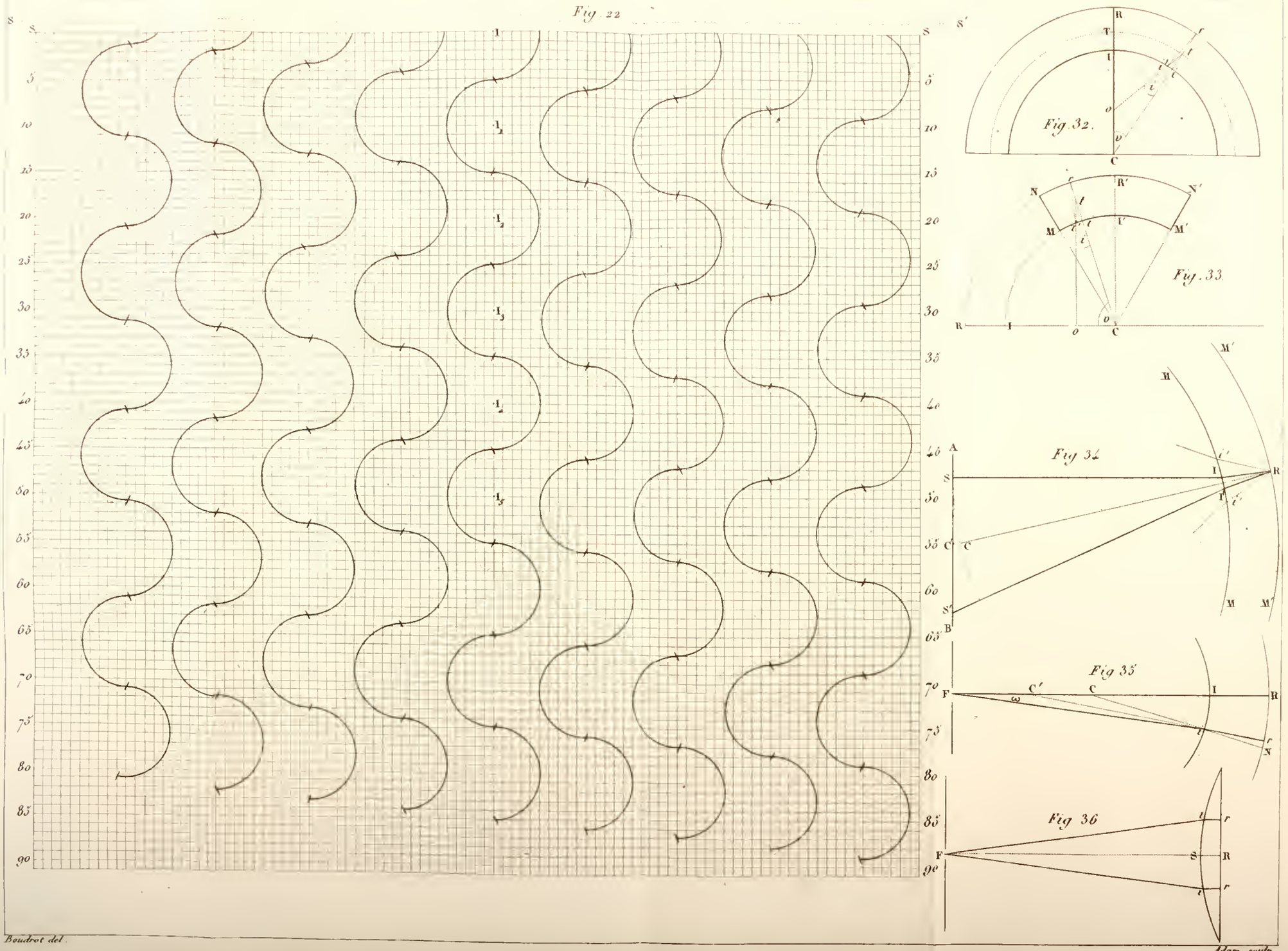
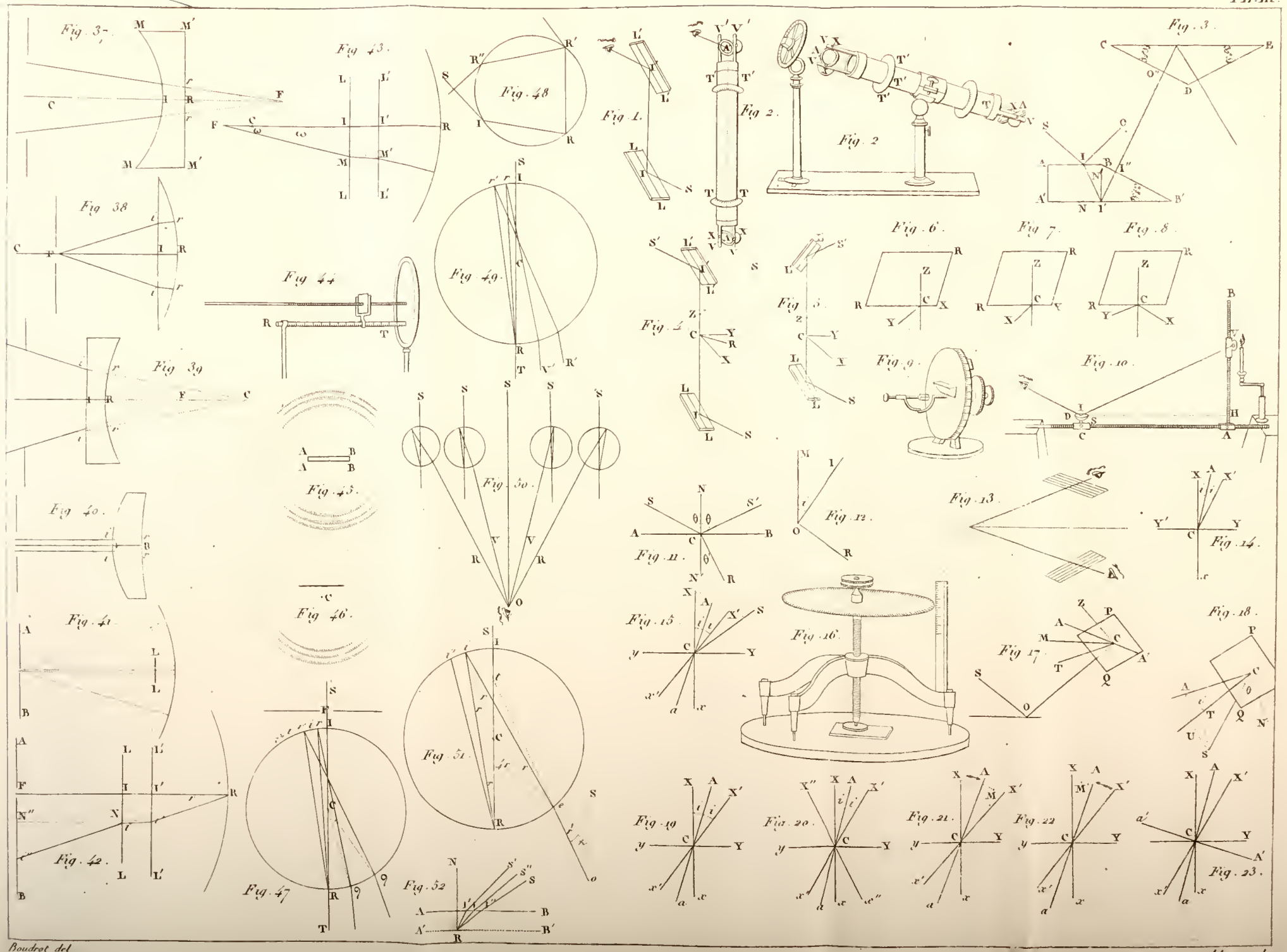


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 6 bis
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 16'
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20
Fig. 21
Fig. 22 Voyez Pl. II.
Fig. 23
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 26
Fig. 27
Fig. 28
Fig. 29
Fig. 30
Fig. 31
Boudrot del.
Adam sculp.

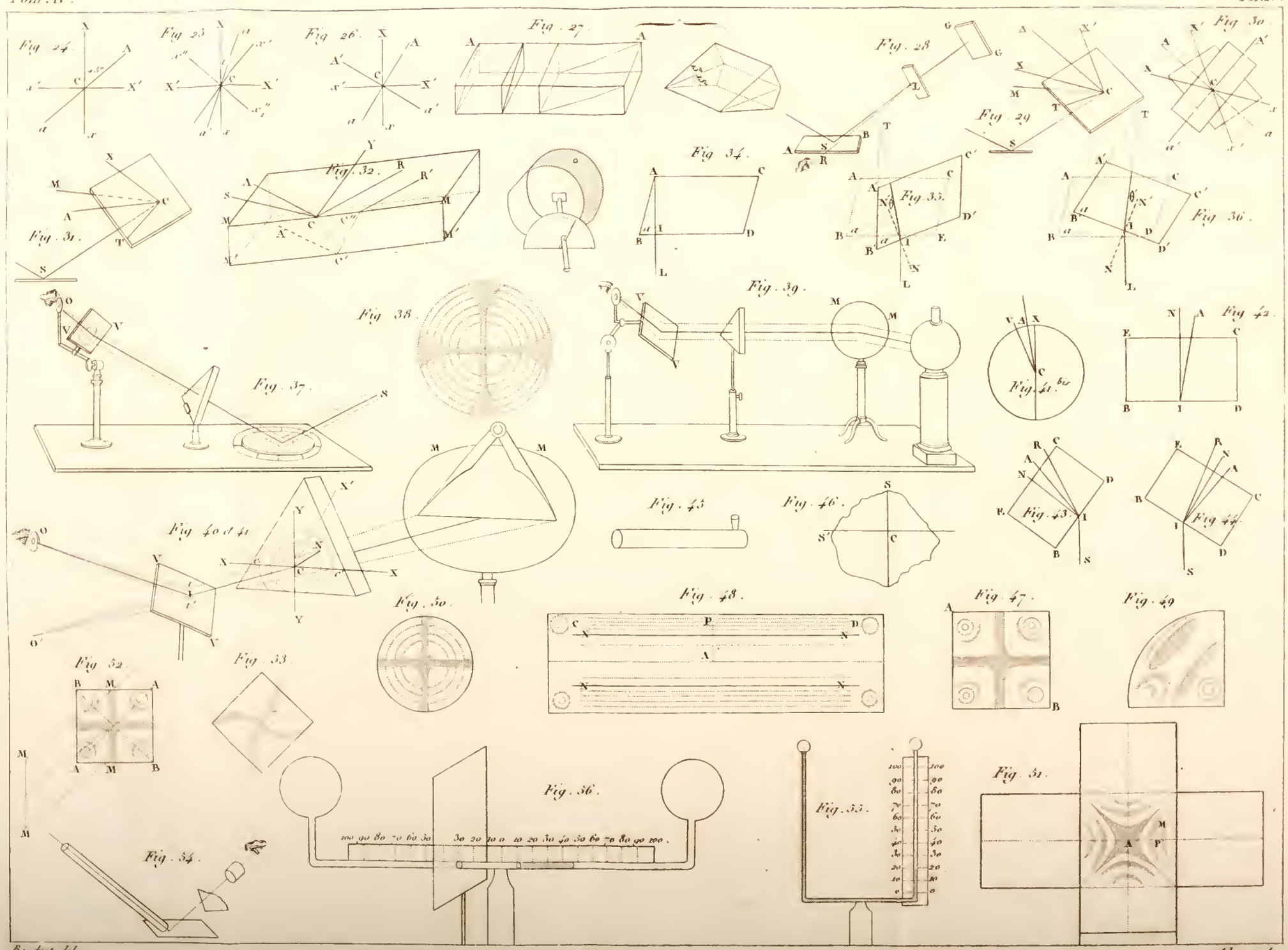


Boudrot del.

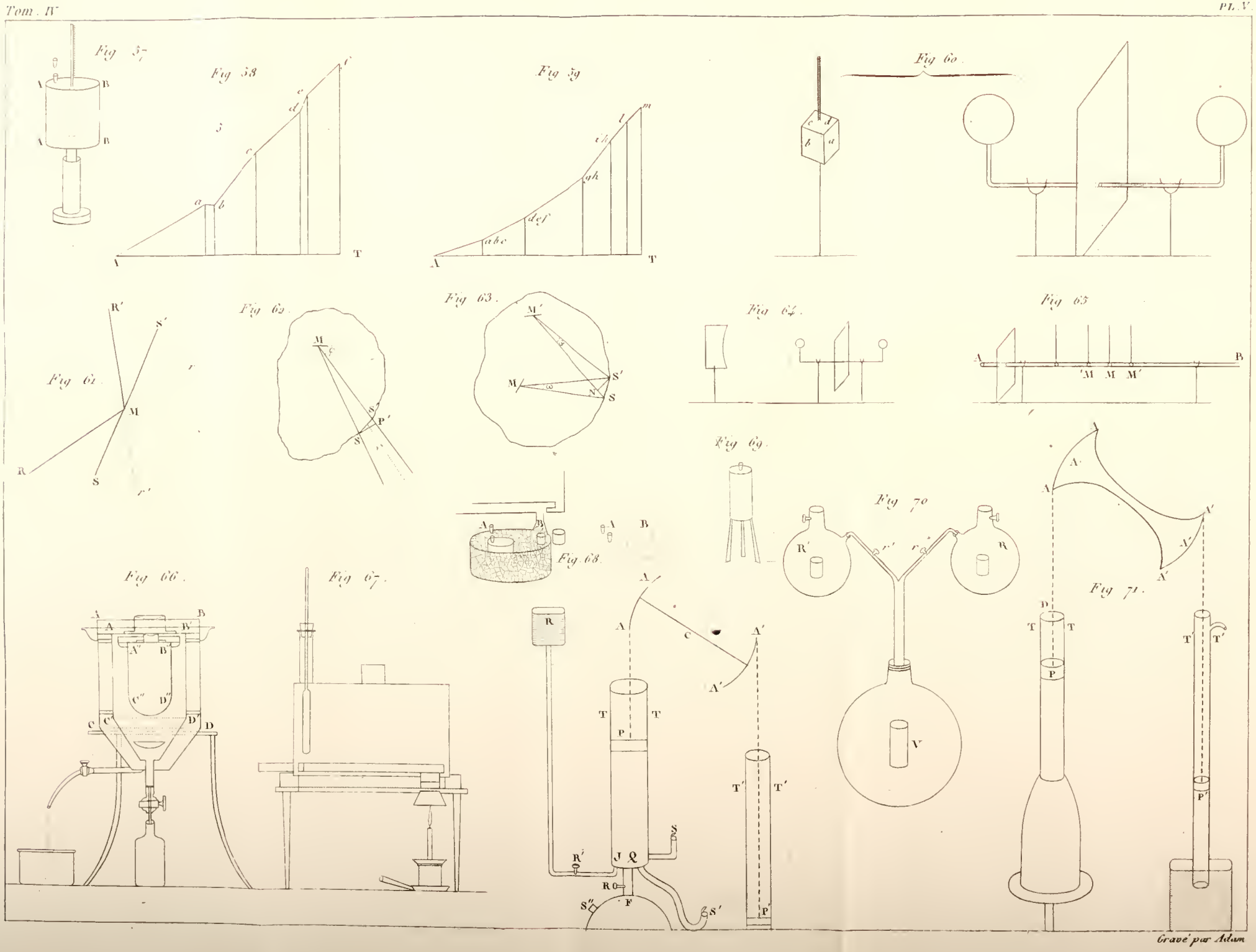
Adam sculp.



Boudrot del. Adam sculp.



Boudrat del. Adam sculp.



Gravé par Adam

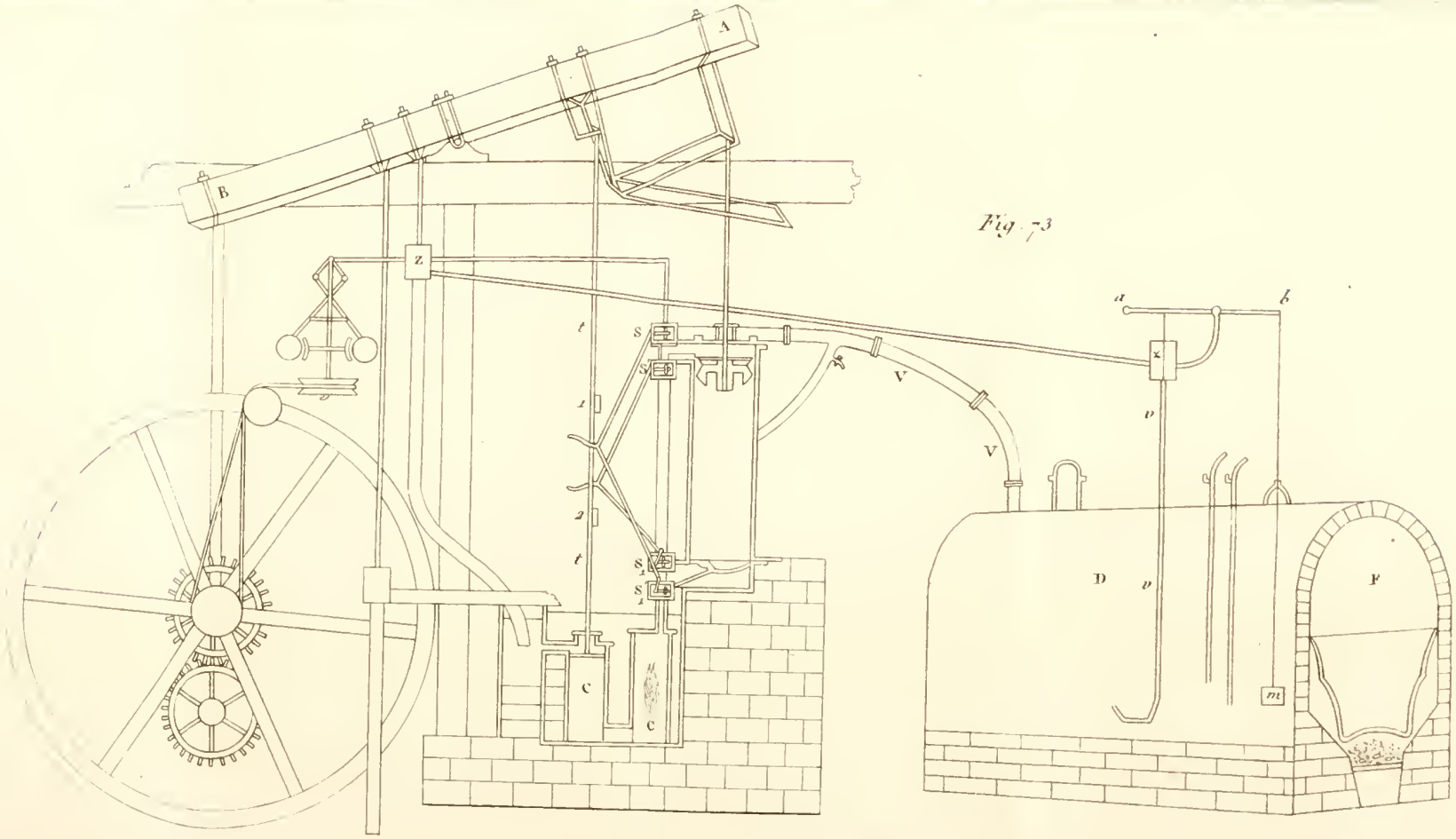


Fig 73

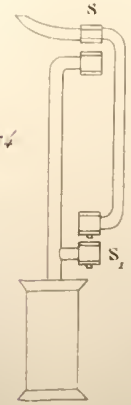
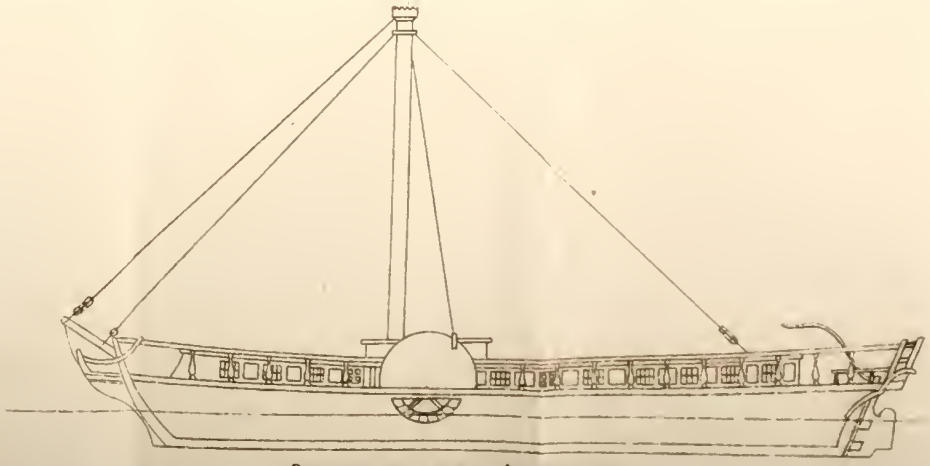


Fig 74



Bateau mu par la Vapeur.

Gravé par Adam

Fig. 75.

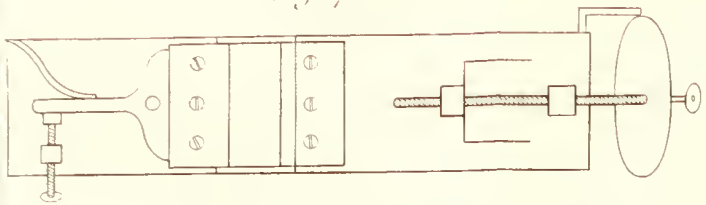


Fig. 76.

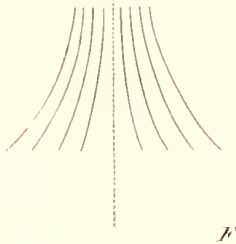


Fig. 77.

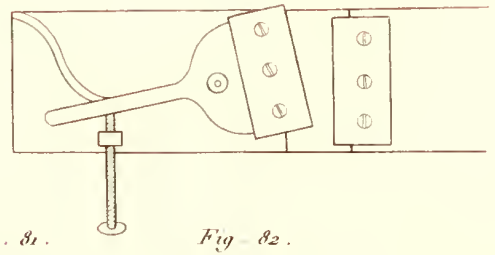


Fig. 80.

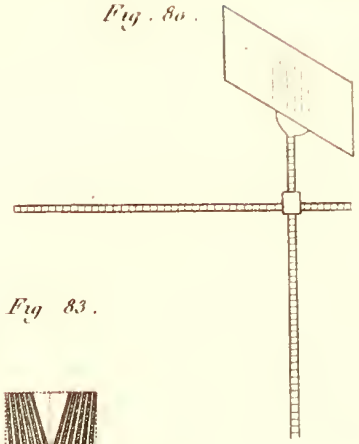


Fig. 78.

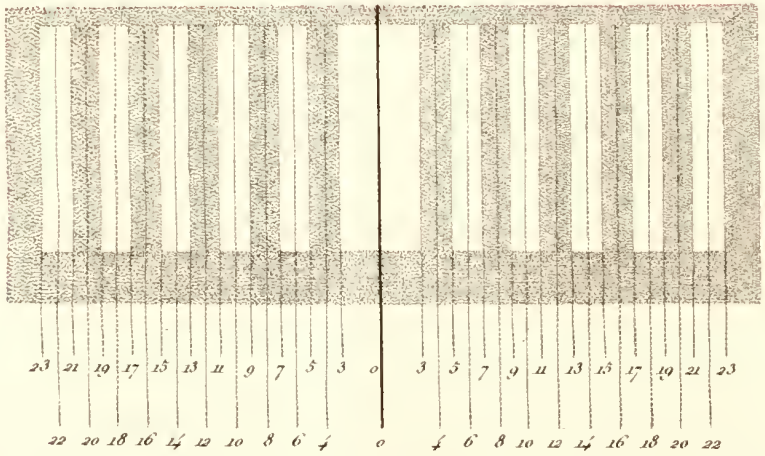


Fig. 81.

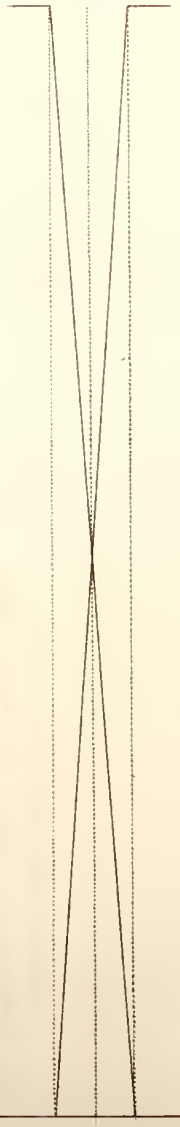


Fig. 82.

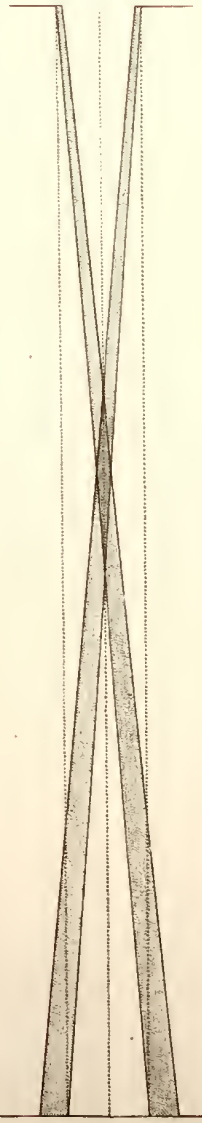


Fig. 83.

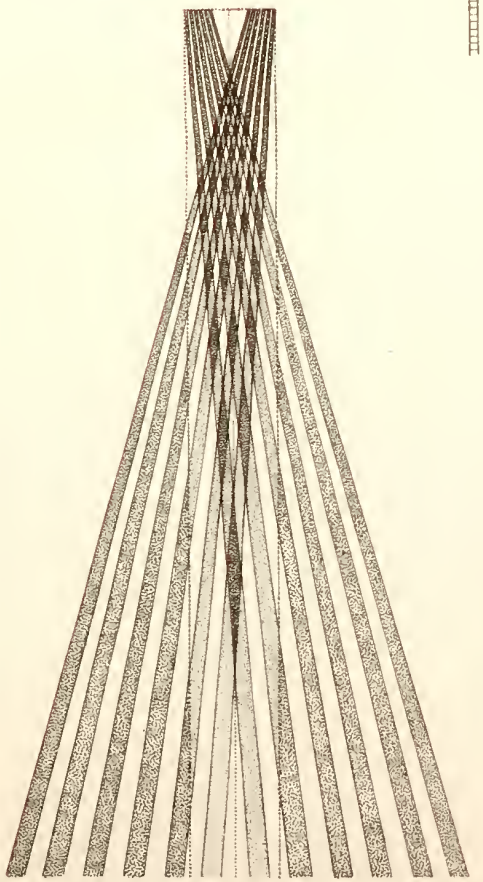
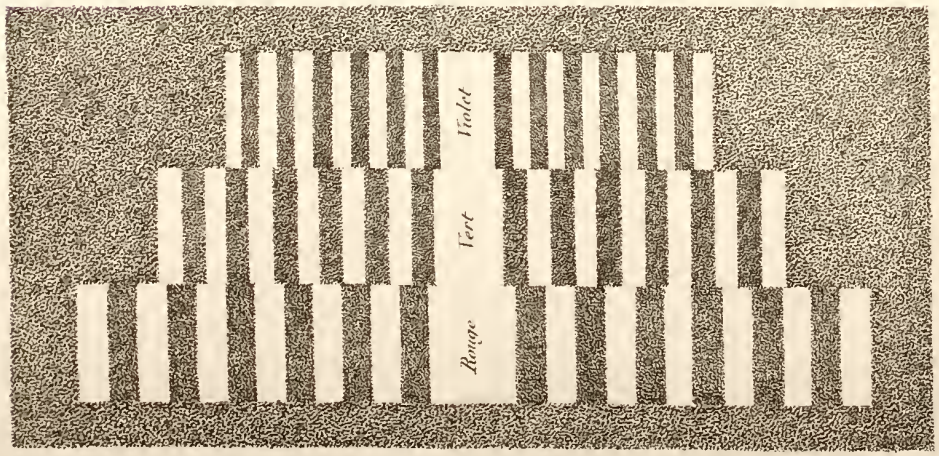



Fig. 79